技術論叢

單回歸 分析과 시멘트 粒子 分布

金 裕 澤

<亞細亞시멘트 堤川工場 生産部>

I. 머 리 말

시멘트 製造에 있어 초기 강도에 影響을 주고 있는 한 因子로서 시멘트 粒子 分布중 3~30μ 사이의 粒子 무게비가 重要하고 또한 밀에 있어 강구 선별 投入後 시멘트의 입자 分布 變化를 추적, 크기 별로 강구 投入量의 적합 여부를 판별 할 必要가 있는데 이때 시멘트 粒子 分布를 추적하기 위해서는 1933년에 Rosin과 Rammler가 제안한 實驗式이 자주 使用된다.

이 式을 사용하기 위하여서는 粒子의 부유速度를 利用한 風篩法으로 粒子의 크기別 殘留 百分率을 算出하고 log-log 紙에서 Rosin-Rammler 정수값을 구하여 그 粒子의 分布式을 求할 수 있다. 그러나 이와 같은 方法 外에도 시멘트 粒子 分布는 Rosin-Rammler 分布를 따른다는 가정 하에 간단히 sieve test에 의해 산출된 data를 利用 單回歸 分析에 의하여 그 粒子의 分布式을 찾아내고 밀工程 變化後 시멘트 粒子 分布의 變化 여부를 t分布에 의한 檢定法으로 確認하는 統計的 方法論을 提示하고자 한다.

II. 單回歸 方程式과 Rosin-Rammler 分布式

石炭, 시멘트와 같이 粉碎機로 生成되는 粉粒體의 粒子徑 分布에 잘 적합되는 Rosin-Rammler (R-R) 分布式은 다음과 같다.

$$R=100\times 10^{-b'x^n} \quad \cdots\cdots ①$$

R; x 입경(μ) 위의 잔사%

b', n ; $R-R$정수

①式의 양변에 對數를 두번 취하고 log-log 紙에 點綴하면 傾斜와 截片으로 부터 n과 b'를 구할 수 있는 직선이 된다.

$$\log(2-\log R)=n\cdot\log x+\log b' \quad \cdots\cdots ②$$

여기선 一般的으로 n이 클수록 粒子의 粒徑이 均一하고 b'가 클수록 粒徑이 작음을 나타낸다.

母回歸 直線을 試料로부터 推定하는 一次 方程式은

$$\eta=\beta_0'+\beta_1(X-\bar{X}) \quad \cdots\cdots ③$$

이다.

X ; $\log x$

$\bar{X}$; X의 平均値

β_0' ; β_0'의 추정치, $\hat{\beta}_0'=\bar{Y}$ $\cdots\cdots ④$

$\bar{Y}$는 $\log(2-\log R)$의 平均値임.

β_1 ; β_1의 추정치, $\hat{\beta}_1=S(XY)/S(XX)$ $\cdots\cdots ⑤$

⑤式을 ③式과 同一한 形態로 만들고 整理하면 $n=\beta_1$ $\cdots\cdots ⑥$

$$\log b'=\beta_0'-\beta_1\cdot\bar{X} \quad \cdots\cdots ⑦$$

이 되어 sieve test 結果 얻어진 data를 利用 統計量을 구하면 그 粉粒體의 Rosin-Rammler 定數 n, b'를 구할 수 있다.

Ⅲ. 시멘트 粒子의 R－R 分布 적합도 檢定

sieve test에 의해 얻어진 data가 單回歸 分析에 의해 算出된 R－R 分布式에 統計的으로 意味가 있을 만큼 잘 따르고 있는지 여부를 검정해 볼 必要가 있을 것이다. log-log 좌표상에서 data들이 回歸 직선 주위로 넓은 幅을 갖고 산포되어 있다면 R－R 分布를 따른다고 판단하기 어렵기 때문이다. 이와 같은 경우에 다음 順序에 의해 검정을 실시하고 적합 여부를 알아본다.

順序 1. 귀무 假設과 對立 假設을 세운다.

歸無 假設 H_0; 시멘트 粒子 分布는 $n=h$ $b \fallingdotseq f$인 $R-R$ 分布式을 따른다.

對立 假設 H_1; 시멘트 粒子 分布는 $n=h$, $b'=f$인 $R-R$ 分布式을 따르지 않는다.

順序 2. 有意水準과 棄却域을 設定한다.

$\alpha=0.05$ 혹은 0.01

$$\phi=K-P-1=K-1 \quad \cdots\cdots ⑧$$

K; pooling 後의 칸의 수

P; 期待度數를 計算하기 위하여 data로 부터 推定한 母數의 數

여기서 $P=0$이다.

順序 3. 統計量 x_0^2를 計算한다.

$$x_0^2=\sum_{i=1}^{k}(x_i-e_i)^2/e_i \quad \cdots\cdots ⑨$$

e_i; 歸無 假設 H_0가 成立 된다는 假定下에 $n=h$, $b'=f$인 $R-R$ 分布式

$$R=100\times10^{-hsf} \quad \cdots\cdots ⑩$$

式을 利用 체의 크기가 S_i, S_{i+1} 사이에 체류할 수 있는 粒子의 理論 중량%.

x_i; sieve test 結果 S_i, S_{i+1} 사이에 체류한 실제 粒子의 중량 %.

順序 4. 判定을 한다.

自由度$\phi=K-1$이고 有意수준 α인 $X^2(K-1, \alpha)$의 값을 x^2 表에서 구하고 順序 3에서 計算된 x_0^2의 값과 比較한다.

順序 5. 結論을 내린다.

첫째, $x_0^2>x^2(K-1, \alpha)$인 경우 對立 假設H_1을 받아 드린다.

둘째, $x_0^2<x^2(K-1, \alpha)$인 경우 歸無 假設H_0을 받아 드린다.

Ⅳ. R－R 定數에 관한 t 檢定

종래 밀에서 粉碎된 시멘트 粒子의 $R-R$ 定數가 $n=\beta_1$, $b'=10^{(\beta_0'-\beta_1\bar{x})}$로 관리되고 있었는데 강구의 選別 投入, 혹은 강구의 크기별 충진%의 變更 등과 같은 工程에 변화가 있은 後 $R-R$ 定數 n, b' 값이 各各 β_{10}, $10^{(\beta_{00}'-\beta_{10}}$

x)로 되었다면 종래의 값과 統計的으로 意味가 같은가 다른가를 알고 싶을 것이다. 이때 使用되는 方法이 t 分布에 依한 t檢定法인데 다음과 같은 順序에 의해 진행 된다. t分布에 의한 方法에서는 兩側, 片側 어느 것의 검정도 可能하나 여기서는 兩側 검정만을 進行한다.

順序 1. 假設을 設定한다.

β_0'에 대하여 H_0 ; $\beta_0' = \beta_{00}'$

H_1 ; $\beta_0' \neq \beta_{00}'$

β_1에 대하여 H_0 ; $\beta_1 = \beta_{10}$

H_1 ; $\beta_1 \neq \beta_{10}$

順序 2. 點推定値를 計算한다.

$\hat{\beta}_0' = \bar{Y}$

$\hat{\beta}_1 = S(XY)/S(XX)$

順序 3. 母分散의 推定値를 算出한다.

$$\hat{\sigma}^2_{y\cdot x} = V_{y\cdot x} = S_{y\cdot x}/N-2 \quad \cdots\cdots (11)$$

$$S_{y\cdot x} = S(YY) - S_R \quad \cdots\cdots (12)$$

$$S_R = [S(XY)]^2/S(XX) \quad \cdots\cdots (13)$$

$\phi_{y\cdot x} = N-2$, 回歸로 부터의 잔차 變動의 自由度

順序 4. 統計量 t_0 를 計算한다.

β_0'에 대하여,

$$t_0 = \hat{\beta}_0' - \beta_{00}'/\sqrt{\hat{\sigma}^2_{y\cdot x}/N} = \bar{Y} - \beta_{00}'/\sqrt{V_{y\cdot x}/N} \quad \cdots\cdots (14)$$

β_1에 대하여,

$$t_0 = \hat{\beta}_1 - \beta_{10}/\sqrt{\hat{\sigma}^2_{y\cdot x}/S(XX)} = S(XY)/S(XX) - B_{10}/\sqrt{V_{y\cdot x}/S(XX)} \quad \cdots\cdots (15)$$

順序 5. 判定을 한다.

自由度$\phi = N-2$이고 유의수준 $\alpha = 0.05$, 혹은 0.01인 $t(N-2, \alpha)$의 값을 t表상에서 찾고 順序 4 에서 計算된 t_0 값과 比較한다.

順序 6. 結論을 내린다.

$t_0 \geq t(N-2, \alpha)$일 경우 ; β_0'와 β_{00}' (혹은 β_1과 β_{10})와의 사이에 有意差가 인정되며 H_0은 기각된다.

$t_0 \leq t(N-2, \alpha)$인 경우 ; β_0'와 β_{00}' (혹은 β_1과 β_{10})와의 사이에 有意差가 인정되지 않는다. 즉 H_0을 수락한다.

片側 檢定을 실시할 경우에는 判定時 自由度 $\phi = N-2$이고 有意수준 α인 $t(N-2, 2\alpha)$의 값을 t表상에서 찾아 順序 4.에서 計算된 t_0값과 比較 판정을 하는데 각각의 경우 기각역은 다음과 같다.

H_1 ; $\beta_0' > \beta_{00}'$ ($\beta_1 > \beta_{10}$)일 경우 $t_0 \geq t(N-2, 2\alpha)$이고

H_1 ; $\beta_0' < \beta_{00}'$ ($\beta_1 < \beta_{10}$)일 경우 $t_0 \leq -t(N-2, 2\alpha)$이다.

順序 7. 結論의 해설(片側 檢定時)

① 對立 假設이 H_1; $\beta_1 > \beta_{10}$인데 H_0가 기각되었을 경우에는 粒徑이 前보다 不均一하여 졌음을 나타내고 부등호가 反對인 경우에는 粒徑이 均一하여졌음을 나타낸다.

② 對立 가설이 H_1 ; $\beta_0' > \beta_{00}'$일 경우, H_0가 기각되었을 때에는 ⑦式에 의해 $\log b'/b_0' > (\beta_1 - \beta_{10}) \cdot \bar{X}$이므로 다음과 같이 2가지로 分類하여 생각할 수 있다.

첫째, H_1; $\beta_1 > \beta_{10}$ 인데 H_0가 기각된 경우, $\bar{X} > 1$이므로 $b' > b_0'$로서 粒徑은 不均一하고 커졌음을 나타내며

둘째, H_1 ; $\beta_1 < \beta_{10}$ 이고 H_0가 기각될 경우 마찬가지 理由로 $b' < b_0'$로서 粒徑은 均一하고 작아 졌음을 나타낸다.

對立 假設이 H_1 ; $\beta_0' < \beta_{00}'$이고 위와 같은 경우에는 b'와 b_0'의 부등호 관계는 反對로 되고 粒子의 크기는 各各 작아지고 커진 것으로 판단한다.

V. 맺 음 말

시멘트 粒子 分布式을 찾기 위한 한 方法으로 R-R 分布의 가정과 單回歸 分析 方法論은 現場에서 간단한 sieve test 結果 얻어진 data를 利用 工程變化後 시멘트 粒子 分布 變化여부를 추적하는데 유용하게 사용 되리라 생각되며 시멘트 뿐만 아니라 미분탄, raw-mixture 등과 같이 밀에 의해 미분쇄 되어지는 분체에 이와 같은 統計的 方法論의 적용으로 現場 업무 개선에 도움이 되었으면 한다.

〈參 考 文 獻〉

南 官寔 : 化學機械設計原論

韓國標準協會 : 統計的 方法(I), (II)

實驗計劃法(I)

McCabe & Smith : unit operations of chemical engineering