

「수직관에서 空氣에 依한 분말 輸送時 압력손실에 대한 次元分析」

張 仁 虎

〈亞細亞시멘트工業(株) 生産部 課長〉

I. 머리말

流動化法(fluidization)은 1941년경 美國의 Standard 石油會社가 石油 蒸氣를 流動化시킨 촉매로 항공용 가솔린을 제조하는데 成功한 이래 많은 工業 分野에서 광범위하게 利用 되고 있다.

시멘트工業에 있어서도 조합 原料 및 시멘트 분말 수송에 오래 前 부터 air lifter, kynion pump 와 같은 장치를 利用하여 流動化法을 使用하여 왔다.

그러나 분체의 輸送 管路가 수직이거나 수평인 어느 경우에도 아직까지 수송관에서의 압력 손실과 제 因子間의 關係를 正確히 밝히지 못해 분체 수송 기구를 直接 다루고 있는 기술자들이 당면하고 있는 제 問題해결에 어려움을 주고 있었다.

粒子的 終速度(시멘트 조합 원료 종속도: 약 1.1 m/sec) 개념에 의해서는 因子 變動에 따라 發生할 제 現象을 예측하고 판단하기가 불확실하며 제 因子間의 함수 關係를 규명한 Ikemori (池森)氏와 ITO(伊藤)氏의 연구 結果도 現場에서 적용하는 데 問題點을 갖고 있다.

따라서 이 두 사람의 연구 結果를 利用하여 수직관에서 重要 因子를 整理하고 dimensional analysis에 依해 압력 손실과 제 因子間의 함수 關係를 유도하고 現場에서 얻어진 data로 상수를 決定하여 比較的 現實과 密接한 關係式을

유도하여 보았다.

II. 수직관에서 流動에 依한 粒子 輸送時 압력손실

1. Ikemori와 ITO의 式

粒子 輸送의 管路가 수직인 경우에 대하여 Ikemori(池森)氏와 ITO(伊藤)氏는 正常狀態에 달한 輸送管의 管路 L (m) 사이의 압력손실을 P_0 [kg/m^2] 이라고 하였을 시 P_0 을 다음과 같이 3가지로 分類하여 생각 하였다.

(1) P_f (流體에 依한 압력손실);

$$P_f \approx 4f(L/D) (\rho U_f^2 / 2 \cdot g_c) \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

(2) P_s (流體가 粒子로 하여금 速度 v m/sec 를 갖도록 소요된 압력손실);

$$P_s = \frac{C \cdot A_p \cdot \rho \cdot U_f \cdot L \cdot G_p}{2 \cdot g_c \cdot A_b \cdot V_p \cdot \rho_p} \cdot \frac{(1 - \xi_v)^2}{\xi_v} \cdot F_0(\epsilon) \dots\dots\dots \textcircled{2}$$

(3) P_0 (流體와 固體와의 混合物의 길이 L 사이의 位置에 너지로 인한 압력손실);

$$P_0 = L \cdot \rho \cdot g / g_c = L \cdot r \dots\dots\dots \textcircled{3}$$

위의 3가지 式중 一般的으로 P_0 에 가장 큰 비중을 차지하고 있는 것이 P_s 이며, P_f, P_0 는 比較的 적은 수치를 나타낸다.

上記式을 粒子가 球라는 가정下에 整理하면 다음과 같다.

$$P_0 = L \cdot r + P_f \left\{ 1 + \frac{3}{8} \cdot \frac{C}{f} \cdot \frac{D}{d_p} \cdot \frac{\rho}{\rho_p} \cdot \frac{G_p}{G_f} \cdot F_0(\epsilon) \right\}$$

$$\cdot (1 - \xi_v)^2 / \xi_v \} \dots\dots\dots \textcircled{4}$$

2. 流體와 粒子的 速度比, ξ_v 의 算出

④式을 利用하여 수직관에서 제 因子와 압력 손실과의 관계를 얻어내기 위해서는 流體의 速度에 대한 速度比, ξ_v 값을 正確히 算出하는 것이 重要하다.

clover seed와 24 mesh sand의 ξ_v 값은 G_p/G_f 와 다음과 같은 관계를 갖고 있다.

clover seed:

$$\xi_v = 0.72 \cdot (G_p/G_f)^{0.0326} \dots\dots\dots \textcircled{5}$$

24 mesh sand:

$$\xi_v = 0.5 \cdot (G_p/G_f)^{0.114} \dots\dots\dots \textcircled{6}$$

⑤와 ⑥式을 유도하기 위한 실험 data는 ④式이 成立 된다는 가정 하에서 구하여진 것이므로 시멘트 조합 原料에 대하여서도 <表-1>과 <表-2> data를 利用하여 다음과 같이 G_p/G_f 에 대한 ξ_v 값을 算出할 수 있다.

수직관에서의와 같이 고속 희박성 농도에서는 ϵ

air lifter 사양 표

<表-1>

호기별 사 양	K^0	K^1	K^2	K^3	K^4
L (m)	70	70	70	70	22
r (kg_f/m^2)	1.36	1.31	1.26	1.4	1.36
P_f (kg_f/cm^2)	0.0036	0.0294	0.013	0.0040	0.0011
C (-)	0.44	0.44	0.44	0.44	0.44
f (-)	4.02×10^{-3}	4.48×10^{-3}	4.48×10^{-3}	4.02×10^{-3}	4.02×10^{-3}
D (m)	0.55	0.39	0.39	0.55	0.55
d_p (m)	23.6×10^{-6}	23.6×10^{-6}	23.6×10^{-6}	23.6×10^{-6}	23.6×10^{-6}
ρ (kg/m^3)	1.36at 1.36atm 70°C	1.31at 1.31atm 70°C	1.26at 1.26atm 70°C	1.40at 1.4atm 70°C	1.36at 1.36atm 70°C
ρ_p (kg/m^3)	2,500	2,500	2,500	2,500	2,500
G_p (kg/sec)	57.2	35.3	35.3	69.4	57.2
G_f (kg/sec)	5.09	5.63	3.75	5.51	5.09
U_f (m/sec)	15.8	37	25	16.6	15.8
μ ($kg/m-sec$)	1.8×10^{-5}	1.8×10^{-5}	1.8×10^{-5}	1.8×10^{-5}	1.8×10^{-5}
F_o (ϵ) (-)	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05
ξ_v (-)	0.88	0.94	0.90	0.86	0.88
μ_F (kg_f-sec/m^2)	2.04×10^{-6}	2.04×10^{-6}	2.04×10^{-6}	2.04×10^{-6}	2.04×10^{-6}

air lifter 에서의 압력손실

<表-2>

(단위 : kg_f/cm^2)

區分 號機別	A 지점의 압 력	C.D 사이의 관마찰 (P_f)	수송 pipe head (P_o)	C 지 점 압 력	A.D 사이의 압 력 손실	P_s	P_o
K^0	0.36	0.0036	0.01	0	0.007	0.34	0.354
K^1	0.31	0.0294	0.01	- 0.048	0.046	0.27	0.310
K^2	0.26	0.013	0.01	- 0.048	0.02	0.27	0.293
K^3	0.40	0.0040	0.01	- 0.048	0.008	0.43	0.444
K^4	0.36	0.0011	0.003	¹⁾ 0.16	0.007	0.19	0.194

註:1) <그림-1>의 B 지점 압력

<表-3>

區分 號機別	P_0	G_p / G_f	ξ_v	$\xi_v = 1.20 \left(\frac{G_p}{G_f}\right)^{-0.13}$
K^0	0.354	11.2	0.89	0.88
K^1	0.310	6.3	0.94	0.94
K^2	0.293	9.4	0.92	0.90
K^3	0.444	12.6	0.88	0.86
K^4	0.194	11.2	0.85	0.88

값이 0.99이라고 가정하면

$$F_0(\epsilon) = \epsilon^{-4.65} \dots\dots\dots ⑦$$

이 성립되므로 $F_0(\epsilon)$ 값은 1.05가 된다. C값 역시 난류 범위에 적용되는 0.44 값을 사용하면 $F_0(\epsilon)$ 와 C값은 ξ_v 와 무관한 상수로 다룰 수 있게 되고 따라서 <表-1>과 <表-2>를 사용하여 쉽게 ξ_v 값을 구할 수 있다. 그 결과를 정리한 것이 <表-3>이다.

clover seed와 24 mesh sand와 같이 시멘트 조합 原料도 ξ_v 값을 G_p/G_f 의 함수로 가정하면

$$\xi_v = H \cdot (G_p/G_f)^J$$

이 되므로 H·J 값은 <表-3>의 data를 利用하면 <그림-2>에서와 같이

$H = 1.20$, $J = -0.13$ 이 된다. 따라서 시멘트 조합 原料에 대하여

$$\xi_v = 1.20 \cdot (G_p/G_f)^{-0.13} \dots\dots\dots ⑧$$

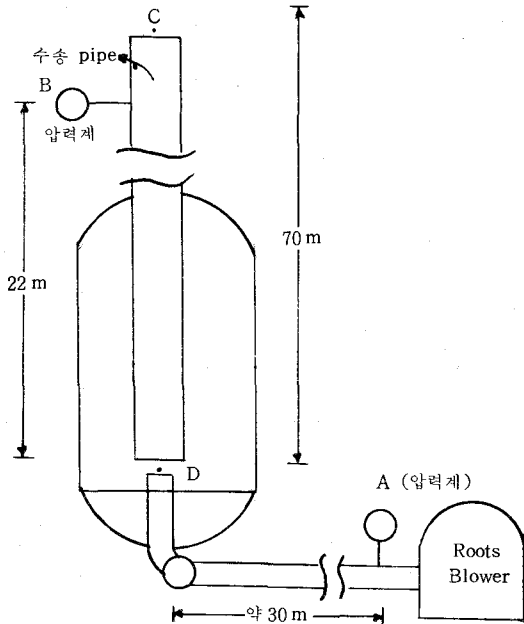
이 성립된다.

3. 空隙率 ϵ 값의 검토

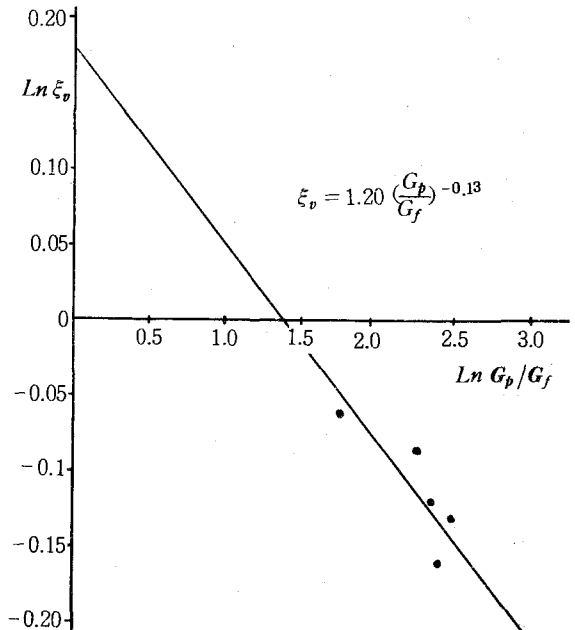
流體와 粒子의 速度比 ξ_v 값을 算出하는데 空隙率 ϵ 값을 0.99로 가정하여 $F_0(\epsilon)$ 값을 常數로 취급하였다. 이 점에 대한 타당성을 아래와 같이 검토하고자 한다.

수직관에서 粒子가 고르게 分布되어 있다고 가정하면

$$G_p = \rho_p \cdot A_b \cdot (1 - \epsilon) \cdot v \dots\dots\dots ⑨$$



<그림-1> air lifter



<그림-2> ξ_v 대 G_p/G_f graph

$$G_f = \rho \cdot A_b \cdot \varepsilon \cdot U_f \dots\dots\dots ⑩$$

이 成立된다. ε_o 의 定義를 式으로 表示하면

$$\varepsilon_o = v/U_f \dots\dots\dots ⑪$$

이 되므로 ⑨, ⑩式을 v, U_f 에 대하여 整理하고 ⑪式에 代入하면 ε 값에 대하여 다음과 같은 式을 얻을 수 있다.

$$\varepsilon = \varepsilon_o / (\rho/\rho_p \cdot G_p/G_f + \varepsilon_o) \dots\dots\dots ⑫$$

⑫式에 對하여 <表-1> 및 <表-3> data를 利用 ε 값을 整理하면 <表-4>와 같다.

<表-4>에서 알 수 있듯이 ε 값은 0.992 ~ 0.997 값을 갖는 데 이 범위에서 $F_o(\varepsilon)$ 은 1.01 ~ 1.04 값을 갖으므로 $F_o(\varepsilon) = 1.05$ 로 본 가정은 타당성을 갖는다.

Ⅲ. 次元分析 (dimensional analysis)

1. P_s 와 제 因子

수직관에서 流動에 의한 粒子 輸送時 압력 손실에 관한 式, ④式은 大部分이 流體가 粒子로 하여금 速度 U m/sec를 갖도록 所要된 압력 손실 P_s 에 의하여 크게 좌우되며 (<表-2> 參照) P_s 는 ④式에 의하면 ⑬式과 같이 9가지 因子에 의하여 影響을 받는 것으로 나타난다.

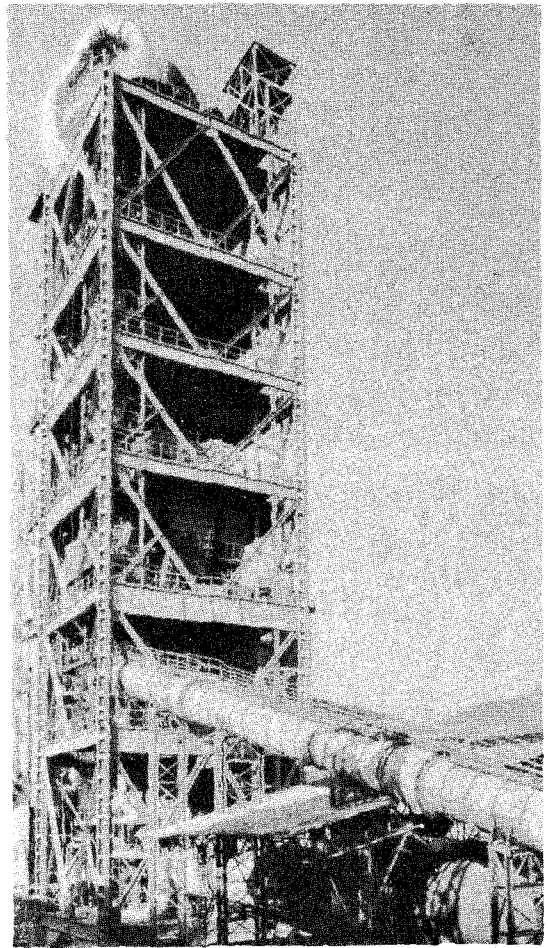
$$P_s = \phi_o(L, D, \rho, U_f, g_c, d_p, G_p, G_f, \rho_p) \dots\dots\dots ⑬$$

그러나 U_f, ρ 와 G_f 에 의하여 D 는 意味를 상실하고 G_f 에 대하여 ρ 의 影響度가 U_f 보다 훨씬 낮은 것으로 판단되므로 U_f, G_f 에 의하여 ρ, D 는 因子중에서 제거하면 중요한 因子로서 $L, D, U_f, g_c, d_p, G_p, G_f$ 7가지가 남는다. 또한 流體와 粒子간의 關係를 자세히 記術하기 위하여 流體의 viscosity, μ_F 를 添加하고 P_s 와 重要인자간에 다음과 같은 함수 關係를 이룬다고 가정한다.

$$P_s = \phi_1(U_f, G_f, G_p, g_c, L, A_p, \mu_F) \dots ⑭$$

<表-4> 空隙率 ε 값

號機別	K^0	K^1	K^2	K^3	K^4
ε	0.993	0.997	0.995	0.992	0.993



2. 次元分析

⑭式과 같이 P_s 와 7가지 因子사이에서 어떤 關係式이 成立된다면 다음과 같이 表現할 수 있을 것이다.

次元分析表

<表-5>

記號	次元
U_f	$\bar{L} \bar{t}^{-1}$
G_f	$\bar{M} \bar{t}^{-1}$
G_p	$\bar{M} \bar{t}^{-1}$
g_c	$\bar{M} \bar{L} \bar{F}^{-1} \bar{t}^{-2}$
L	\bar{L}
A_p	\bar{L}^2
μ_F	$\bar{F} \bar{L}^{-2} \bar{t}$

$P_s = C_1 \cdot U_f^a \cdot G_f^b \cdot G_p^c \cdot g_c^d \cdot L^e \cdot A_p^f \cdot \mu_F^g \dots \dots \textcircled{15}$
차원적으로 ⑮ 式의 왼쪽과 오른쪽은 같아야 하므로 <表-5>의 次元分析表를 利用하여 基本單位別로 整理하면 다음과 같다.

$\bar{L}^{-2} = \bar{L}^{a+d+e+2f-2g} \dots \dots \textcircled{A}$

$\bar{f}^0 = \bar{f}^{-a-b-c-2d+g} \dots \dots \textcircled{B}$

$\bar{M}^0 = \bar{M}^{b+c+d} \dots \dots \textcircled{C}$

$\bar{F}^1 = \bar{F}^{-d+g} \dots \dots \textcircled{D}$

①~④ 式을 要約 整理하면

$a = 1$

$b = -c - d$

$g = 1 + d$

$e = d - 2f + 1$ 이 된다.

이 값을 ⑮ 式에 代入 整理하면

$P_s = C_1 \cdot (U_f \cdot \mu_F \cdot L) \cdot \left(\frac{G_p}{G_f}\right)^c \cdot \left(\frac{g_c L \mu_F}{G_f}\right)^d \cdot \left(\frac{A_p}{L^2}\right)^f \dots \dots \textcircled{16}$

이 成立된다. 여기서 $G_p/G_f, g_c L \mu_F/G_f, A_p/L^2$ 은 무차원 변수이다.

次元分析에서 因子數(n)와 基本單位數(m) 관계를 說明한 π 整理는 다음과 같다.

$\pi = n - m \dots \dots \textcircled{17}$

⑮ 式을 유도하기 위하여 使用된 因子數는 7 가지, 基本單位數는 4 가지 이므로 π 整理에 따르면 무차원 변수가 3 개가 되고 실제 ⑮ 式에는 $G_p/G_f, g_c \cdot L \cdot \mu_F/G_f, A_p/L^2$ 3 가지가 나왔으므로 π 정리는 만족된다.

3. C_1, C, d 와 f 값 결정

次元分析에 依하여 유도된 ⑮ 式의 상수값 C_1, c, d, f 값을 구하기 위하여 ⑮ 式의 양변에 \ln 을 취하면 다음과 같이 된다.

$L_n P_s = C_2 + L_n(U_f \mu_F \cdot L) + C \cdot L_n\left(\frac{G_p}{G_f}\right) + d \cdot L_n\left(\frac{g_c \cdot L \cdot \mu_F}{G_f}\right) + f \cdot L_n(A_p/L^2) \dots \dots \textcircled{18}$

여기서 $C_1 = e^{C_2}$

<表-1>를 근거로 作成된 <表-6>에 의하면 다음과 같이 5 가지 방정식을 얻을 수 있다.

$2.42C - 8.20d - 30 \cdot f + C_2 = 5.01 \dots \dots \textcircled{19}$

$1.84C - 8.30d - 30 \cdot f + C_2 = 3.93 \dots \dots \textcircled{20}$

$2.24C - 7.89d - 30 \cdot f + C_2 = 4.33 \dots \dots \textcircled{21}$

$2.53C - 8.30d - 30 \cdot f + C_2 = 5.20 \dots \dots \textcircled{22}$

$2.42C - 9.36d - 27 \cdot 7f + C_2 = 5.60 \dots \dots \textcircled{23}$

上記式을 조합하면 c, d, f, C_2 값이 여러 가지로 나올 수 있으므로 data가 얻어진 과정을 참조하여 아래와 같이 상수값을 決定하는 것이 바람직스럽다.

d 값; ⑳ 式에서 ⑲ 式을 빼고 ㉓ 式에서 ㉒ 式을 빼어 나온 두 式에서 d 값을 決定한다.

$d = -0.38$

c 값; $d = -0.38$ 를 d 값을 算出하기 위하여 유도된 두 式에 代入하여 구한다.

$c = 1.38$

f 값; ㉓ 式에서 ⑲ 式을 빼어 나온 結果에

<表-7> ⑲ 式과 ㉓ 式의 P_s 값 比較

P_s 값 號機別	실측치 P_s	⑲ 式에서 산출한 P_s	㉓ 式에서 산출한 P_s
K^0	0.34	0.36	0.33
K^1	0.27	0.24	0.36
K^2	0.27	0.44	0.36
K^3	0.43	0.65	0.42
K^4	0.19	0.11	0.19

제 因子 및 무차원 변수의 \ln 값

<表-6>

\ln 값 號機別	$\ln P_s$	$\ln(U_f \cdot \mu_F \cdot L)$	$\ln(G_p/G_f)$	$\ln\left(\frac{g_c L \mu_F}{G_f}\right)$	$\ln(A_p/L^2)$
K^0	-1.08	-6.09	2.42	-8.20	-30
K^1	-1.31	-5.24	1.84	-8.30	-30
K^2	-1.31	-5.64	2.24	-7.89	-30
K^3	-0.84	-6.04	2.53	-8.30	-30
K^4	-1.66	-7.25	2.42	-9.36	-27.7

다 $d = -0.38$ 를 대입하여 구한다.

$$f = 0.065$$

C_2 값; 앞에서 구한 d, c, f 값을 ⑬式에 적용하여 C_2 값을 얻는다.

$$C_2 = 0.50$$

따라서 ⑬式은 다음과 같이 된다.

$$P_s = 1.65 \cdot (U_f \cdot \mu_F \cdot L) \cdot (G_p / G_f)^{1.38} \cdot (g_c L \mu_F / G_f)^{-0.38} \cdot (A_p / L^2)^{0.065} \quad \text{⑭}$$

수직관에서 총압력 손실을 算出하기 위해서는 ⑭式 외에도 Ikemori 氏와 ITO 氏가 제시한 P_f, P_0 를 고려하여야 할 것이다.

IV. 比較分析

Ikemori 氏와 ITO 氏가 研究한 結果인 ②式과 實驗 data 에 의하여 얻어진 ⑧式에 의하여 算出된 P_s 와 次元分析에 의하여 얻어진 ⑭式에 의해 計算된 P_s 값이 실험 data 와 比較되어 <表-7>에 수록되었다.

<表-7>에서 보다 알 수 있듯이 ②式은 ⑭式보다 예측능력이 떨어지거나 ⑭式 역시 K^1 과 K^2 의 實際압력을 정확히 記術하지는 못했다. 그러나 傾向性은 실제 압력과 同一하며 또한 다른 수직관의 압력을 表現하는 데 ②式보다 우수함을 알 수 있다.

V. 제 因子의 性質

次元分析結果 얻어진 ⑭式을 因子別로 整理하면 다음과 같다.

$$P_s = \frac{1.65}{g_c^{0.38}} \cdot \frac{U_f}{G_f} \cdot G_p^{1.32} \cdot \mu_F^{0.62} \cdot L^{0.49} \cdot A_p^{0.065} \quad \text{⑮}$$

上記式으로 부터

첫째, P_s 에 큰 影響을 미치는 因子는 G_p 이며 분체 斷面積, A_p 의 기여도는 적다.

둘째, U_f 가 증감하면 G_f 도 같은 비율로 증감하므로 U_f 의 증감은 P_s 에 아무런 影響을 미치지 못한다. 그러나 실제에 있어서 流速이 증가하면 P_s 값이 증가하는 것으로 나타나는 데 (<表-1>, <表-2> 參照), 이는 P_f 값의 증가로

인한 結果로 판단되어진다.

세째, 同一한 G_f 값에서 수송 pipe 의 지름을 증가시키면 U_f 값이 下落되어 P_s 및 P_f 값의 감소를 가져와 G_p 량을 증가시킬 余力이 생김을 알 수 있다.

이와 같은 제 因子의 性質을 이미 現場에서 많은 개선과 개조를 통해 經驗된 사실들이며 앞에서 논의된 關係식을 利用한다면 보다 確實한 도움이 되리라 믿는다.

VI. 結 論

- 1) Ikemori 氏와 ITO 氏의 式은 ξ_v 값에 대한 자세한 考察없이 現實적응에 問題點이 있다.
- 2) 次元分析에 의해 유도된 式은 一般적으로 P_s 와 제 因子間의 關係를 정확히 나타낸다.
- 3) P_s 에 대한 影響도가 큰 重要因子는 G_p, μ_F, L 順이다.

[使用記號]

f	: fanning friction factor
L	: 수직관의 길이 [m]
D	: 수직관의 直徑 [m]
ρ	: 流體의 density [kg/m ³]
U_f	: 流體의 終보기 速度 [m/sec]
C	: 抵抗係數 (drag coefficient)
A_p	: 粒子의 斷面積 [m ²]
G_p	: 粒子의 質量速度 [kg/sec]
A_b	: 수직관의 斷面積 [m ²]
V_p	: 粒子의 부피 [m ³]
v	: 粒子의 速度 [m/sec]
ξ_v	: 流體와 粒子의 速度比, v/U_f
ϵ	: 空隙率, 空隙의 體積 / 粉體層의 體積
$F_0(\epsilon)$: 空隙率函數, $\phi(\epsilon)/\epsilon$
μ_F	: 流體의 점도 [kg _f -sec/cm ²]

<參考文獻>

- 1) 南宮 寔
化學機械設計原論, 文運堂 (1970)
- 2) 金昌殷
化學工學便覽, 大光書林 (1976)
- 3) McCabe & Smith
unit operations of chemical engineering ♣♣