

電力系統에서의 電力潮流計算

安福信 / 電力系統研究室

I. 序 論

電力系統에서는 수 많은 發電所에서 發電된 電力이 送電線, 變電所를 거쳐서 負荷地點까지 흐르고 있는데 이 電力의 흐름을 電力潮流 (Power flow 또는 load flow) 라고 부른다.

電力潮流에 대한 연구는 정상적인 운전을 하는 기존 조건 또는 예기되는 조건하에서 電氣回路網의 여러 지점에서의 電壓, 電流, 電力量, 역률 또는 無効電力을 결정할 수 있게한다.

이러한 전력조류계산은

첫째, 현재 系統에서 負荷나 發電力의 변화, 送電線停止 (保守點檢上) 時 등에 있어서의 運用方法을 검토할 경우

둘째, 장래 系統에서 發電所, 送電所 등의 系統 擴張計劃을 세울 경우

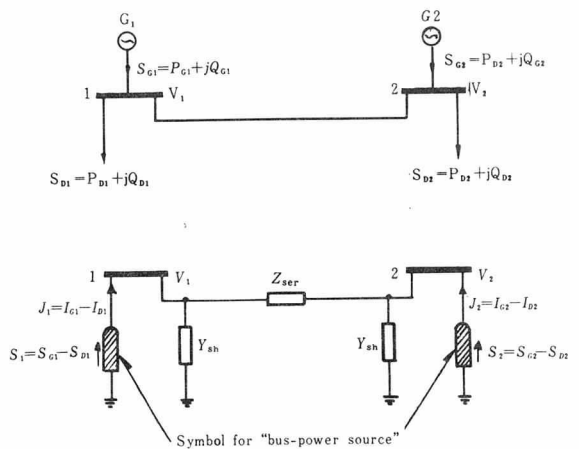
그밖에 系統의 事故豫防 制御를 위해서 필요 불가결한 것이다.

電力潮流計算은 이전에는 아날로그형인 交流計算盤이 주로 사용되었으나 최근에는 電子計算機에 의해서 대규모 系統의 계산이 高速, 高精度로 할 수 있게 되었다. 여기서는 電力潮流를 해석하고 계산하는 방법에 대하여 간략하게 기술하고자 한다.

II. 系統構成과 電力潮流의 分析

1. 系統構成과 電力潮流式

실제 電力系統이 <그림 1>과 같이 간단하지 않지만 간략화한 two-bus system 을 이용하여 系統構成과 運用문제를 소개하고자 한다.



<그림 1> Two-bus example system - its equivalent circuit

각 bus 에 공급되는 電力을 S_{G1} , S_{G2} 그리고 負荷를 각각 S_{D1} , S_{D2} 라 하면

$$S_1 = P_1 + jQ_1 \triangleq P_{G1} - P_{D1} + j(Q_{G1} - Q_{D1})$$

$$S_2 = P_2 + jQ_2 \triangleq P_{G2} - P_{D2} + j(Q_{G2} - Q_{D2}) \dots \dots \dots \textcircled{1}$$

Bus 1 에서의 電流均衡으로 부터

$$\frac{S_1^*}{V_1^*} = V_1 Y_{sh} + \frac{V_1 - V_2}{Z_{ser}}$$

$$\frac{S_2^*}{V_2} = V_2 Y_{sh} + \frac{V_2 - V_1}{Z_{ser}} \dots \dots \dots \textcircled{2}$$

여기서 $Y_{sh} = \frac{j}{X_c}$, $Z_{ser} = R + jX_L$

$$\alpha \triangleq \frac{R}{X_L}$$

$$V_1 = |V_1| e^{j\theta_1}$$

$$V_2 = |V_2| e^{j\theta_2} \text{ 라 놓으면}$$

$$P_{G1} - P_{D1} - \frac{|V_1|^2}{X_L} \sin \alpha + \frac{|V_1||V_2|}{X_L} \sin[\alpha - (\theta_1 - \theta_2)] = 0$$

$$P_{G2} - P_{D2} - \frac{|V_2|^2}{X_L} \sin \alpha + \frac{|V_1||V_2|}{X_L} \sin[\alpha + (\theta_1 - \theta_2)] = 0$$

$$Q_{G1} - Q_{D1} + \frac{|V_1|^2}{X_c} - \frac{|V_1|^2}{X_L} \cos \alpha + \frac{|V_1||V_2|}{X_L} \cos[\alpha - (\theta_1 - \theta_2)] = 0$$

$$Q_{G2} - Q_{D2} + \frac{|V_2|^2}{X_c} - \frac{|V_2|^2}{X_L} \cos \alpha + \frac{|V_1||V_2|}{X_L} \cos[\alpha + (\theta_1 - \theta_2)] = 0 \dots \dots \dots \textcircled{3}$$

위의 식들을 static loadflow equations (SLFE) 라 한다.

SLFE 는 定常狀態의 系統을 표현한 式으로 代數的이다. 그러나 非線型이므로 SLFE 의 解를 구하기 위하여는 digital computer 를 사용하여 數值解를 구해야한다. SLFE 에서 α , X_L , X_c 를 고정시키면 變數가 12개가 남으므로 未知數의 갯수를 方程式의 갯수와 맞추기 위해서 4개로 줄여야 한다.

系統의 變數를 분리하여 보면, P_{D1} , P_{D2} , Q_{D1} , Q_{D2} 는 電力의 利用者에 의해 결정되는 것이므로 우리가 조정할 수 없는 變數이다.

$$\text{Disturbance vector } IP = \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \end{bmatrix} \triangleq \begin{bmatrix} P_{D1} \\ Q_{D1} \\ P_{D2} \\ Q_{D2} \end{bmatrix}$$

나머지 8개의 變數를 독립, 종속 變數로 구분하면,

$$\text{Control vector } UI = \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{bmatrix} \triangleq \begin{bmatrix} P_{G1} \\ Q_{G1} \\ P_{G2} \\ Q_{G2} \end{bmatrix}$$

$$\text{State vector } X = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \end{bmatrix} \triangleq \begin{bmatrix} \delta_1 \\ |V_1| \\ \delta_2 \\ |V_2| \end{bmatrix}$$

SLFE 의 解를 구하기 위해서는 우선 고객 수요의 추측으로 부터 IP-parameter 의 값을 얻고 操作變數(Control variable)의 값을 추측해서 母線發電(Bus generation)을 지정하고 狀態變數(State variable)에 대해 方程式을 풀어야 한다. 그러나 P_L 과 Q_L , 즉 損失을 모르기 때문에 發電 變數(Generation variable)를 모두 지정할 수가 없다. 즉 $P_{G1} + P_{G2}$ 와 $Q_{G1} + Q_{G2}$ 의 값을 모르므로 2개의 變數(P_{G1} 또는 P_{G2} , Q_{G1} 또는 Q_{G2})를 지정할 수 있다. 또한 SLFE 는 $\delta_1 - \delta_2$ 에 관한 式이므로 δ_1 과 δ_2 에 각각 임의의 값을 더해도 方程式에는 영향을 미치지 않는다.

2. n-Bus 系統에서의 SLFE

앞에서 2-母線 系統에서 구한 SLFE 를 n-母線 系統에 대하여, 즉 일반화하여 정리를 하면, 變數는 $|V_i|$, δ_i , P_{Gi} , Q_{Gi} , P_{Di} , Q_{Di} 가 되어 n-母線 系統에서는 6n개의 變數가 생긴다. 그러므로 SLFE 의 벡터형태에서는 2n-dimension 을 각각 갖게 된다.

$$IP = \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \vdots \\ P_{2n} \end{bmatrix} \triangleq \begin{bmatrix} P_{D1} \\ Q_{D1} \\ P_{D2} \\ Q_{D2} \\ \vdots \\ P_{Dn} \\ Q_{Dn} \end{bmatrix} \quad X = \begin{bmatrix} X_1 \\ \vdots \\ X_{2n} \end{bmatrix} \triangleq \begin{bmatrix} \delta_1 \\ |V_1| \\ \delta_2 \\ |V_2| \\ \vdots \\ \delta_n \\ |V_n| \end{bmatrix}$$

$$U = \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ \vdots \\ U_{2n} \end{bmatrix} \triangleq \begin{bmatrix} P_{G1} \\ Q_{G1} \\ \vdots \\ P_{Gn} \\ Q_{Gn} \end{bmatrix}$$

실계통에서 狀態變數의 制約條件은

$$|V_i|_{\min} < |V_i| < |V_i|_{\max}$$

$$|\delta_i - \delta_j| < (\delta_i - \delta_j)_{\max} \quad i=1, 2, \dots, n$$

操作變數의 制約條件은

$$P_{G1,\min} < P_{G1} < P_{G1,\max}$$

$$Q_{G1,\min} < Q_{G1} < Q_{G1,\max} \quad i=1, 2, \dots, n$$

실질적으로 P 나 Q 를 가지고 있지 않는 母線에서는 각각 $P_{G1} = 0$, 또는 $Q_{G1} = 0$ 이다.

n -母線 系統에서 母線은 3가지 종류로 구분할 수 있다.

가. Bus type 1

P_{D1} 와 Q_{D1} 를 미리 알고, P_{G1} 와 Q_{G1} 를 지정함으로써 P_i , Q_i 를 지정하여 $|V_i|$ 와 δ_i 를 LFE로부터 구할 수 있다. 負荷母線은 發電設備가 없으므로 P_{G1} 와 Q_{G1} 를 零으로 하므로 이 종류에 속한다.

나. Bus type 2

P_{D1} 와 Q_{D1} 를 미리 알고 $|V_i|$ 와 P_{G1} 를 지정함으로써 P_i 를 정하고 Q_{G1} 와 δ_i 를 LFE로부터 구할 수 있다.

電壓을 조정할 수 있으므로 電壓調整母線이라 한다.

다. Bus type 3

P_{D1} 와 Q_{D1} 를 미리 알고 $|V_i|$ 와 δ_i 를 (보통은 δ_i 는 零) 지정하여 LFE로부터 P_{G1} 와 Q_{G1} 를 구한다. 이런 종류의 母線을 reference 母線, slack 母線, 또는 swing 母線이라고 부른다.

3. 電力潮流計算의 數值計算法

電力潮流計算을 할 때에 수 십, 수 백의 母線을 가지고 있는 系統을 다루어야 하므로, 많은 非線型 代數式을 풀어야 한다. 또한 實상에서 가장 좋은 電力潮流를 얻기 위해서 많은 母線 電力과 電壓의 조합에 대하여 연속적인 계산을 실행해야 하므로 時間을 많이 소비하는 方法은 곤란하며 충분한 精確성을 보장할 수 있어야 한다.

潮流計算은 既知量을 토대로해서 남은 未知

變數를 수치적으로 결정해 나가는 것이다. 그러나 電力方程式에서 電力은 電壓의 2次式 또는 3角函數를 포함한 非線型式으로 주어지기 때문에 실제의 계산에서는 미지수에 적당한 초기값을 설정해서 電力方程式으로부터 近似解를 구하고 이것을 電力方程式에 대입해서 보다 精度가 좋은 근사해를 구해 나간다는 反復計算法 (Iteration method)을 많이 사용하고 있다. 현재 이를 위해서 여러 가지 計算法이 있으나 많이 쓰고 있는 方法으로는

- 1) Gauss iterative method
- 2) Gauss-Seidel method
- 3) Newton-Raphson method

들을 기본으로 한 解法이 비교적 많이 쓰이고 있다.

S L F E의 일반적인 형태는

$$P_1 - jQ_1 - Y_{11}V_1V_1^* - Y_{12}V_2V_1^* - \dots - Y_{1n}V_nV_1^* = 0 \dots\dots\dots \textcircled{4}$$

$i=1, 2, \dots, n$ 이므로 방정식이 복잡하여 정확한 解析解를 구하기 힘들고 충분히 精確한 近似解를 위의 근사기법에 의하여 구해야 한다.

위의 방법들은 初期解를 가정한 후에 점차 實解로 접근해 가는 방법이므로 收斂速度가 문제가 된다. Gauss 反復法은 단순히 전단계에서 선정된 推定값(1회 반복 후에는 計算값이 된다)을 그다음 단계에서 모두 그대로 대입해서 쓰고 있다. 한편 이에 대하여 Gauss-Seidel 反復法은 가능한 개선된 값을 사용함으로써 Gauss 反復法보다 收斂速度가 빠른 방법이다.

Newton-Raphson 法은 위의 세가지 방법중 가장 복잡하면서도 대부분의 경우에 發散의 위험이 없으며 대체적으로 收斂의 속도가 3가지 방법중 가장 빠르므로 최근에는 Newton-Raphson 法을 기본으로 한 해법으로 電力潮流計算을 한다.

4. 電力潮流 方程式의 反復計算

이곳에서는 앞에서 記述한 세가지 방법 중에서 가장 간단한 Gauss 反復法을 선택하여 n -母線의 일반적인 경우에 대하여 모든 計算을 자세히 설명하여 다른 방법들을 적용하는 데 어려움이 없도록 하였다. 나머지 두 가지 방법은 이 방법에 조금의 修正으로 만들 수 있다.

가. Type 2 Bus가 없는 경우

가장 간단한 경우로서 電壓調整 母線이 없는 경우로, n 개의 母線 중 $(n-1)$ 개가 type1이고 1개의 type3 母線인 경우이다.

母線1을 slack 母線으로 지정하면 n 개의 복소 미지수 중에 $(n-1)$ 개는 V_2, \dots, V_n 이고 나머지 한 미지수는 slack 母線의 $P_{G1} + jQ_{G1}$ 이다. Slack 母線의 電壓 V_1 와 母線 電力 S_2, \dots, S_n 을 지정함으로써 계산은 다음과 같이 진행된다.

- Step 1) Y_{BUS} 를 구성한다.
- Step 2) 式④를 $i=2, 3, \dots, n$ 에 대하여 푼다. 즉 $(n-1)$ 개의 복소 방정식을 $(n-1)$ 개의 복소 미지수 V_2, V_3, \dots, V_n 에 대하여 푼다.
- Step 3) V_2, V_3, \dots, V_n 이 step 2에서 구해졌으므로 slack 母線의 母線電力 S_2, S_3, \dots, S_n 을 구한다.

• Step 4) 모든 n 개 母線電壓을 알고 있으므로, 송전선로의 電力潮流를 계산할 수 있다. 위의 과정을 좀더 자세히 살펴보면,

• Step 1) Y_{BUS} 의 構成

Primitive admittance matrix Y 와 bus incidence matrix A 의 入力 data를 계산기에 넣어서 Y_{BUS} 를 계산하여 구한다. $Y_{BUS} = A^T Y A$

• Step 2) V_2, V_3, \dots, V_n 의 反復計算

Gauss 反復法을 사용하므로 式④의 i 번째式으로 부터

$$V_i = \frac{1}{Y_{ii}} \left(\frac{P_i - jQ_i}{V_i^*} - \sum_{\mu=1}^n Y_{i\mu} V_\mu \right) \quad \text{for } i=2, \dots, n$$

그러므로 Gauss 反復法의 알고리즘은

$$V_i^{(v+1)} = \frac{1}{Y_{ii}} \left[\frac{P_i - jQ_i}{(V_i^{(v)})^*} - \sum_{\mu=1}^n Y_{i\mu} V_\mu^{(v)} \right] \quad \text{for } i=2, 3, \dots, n \quad \text{⑤}$$

여기서 v 는 반복수.

위의 式⑤에서 Y_{ii}, P_i, Q_i 그리고 $Y_{i\mu}$ 는 反復이 진행되는 동안 변하지 않으므로 각각 나누어 계산해 놓으면,

$$\frac{P_i - jQ_i}{Y_{ii}} \triangleq A_i \quad \text{for } i=2, 3, \dots, n \quad \text{⑥}$$

$$\frac{Y_{i\mu}}{Y_{ii}} \triangleq B_{i\mu} \quad \text{for } i=2, 3, \dots, n, \mu=1, 2, \dots, n (\mu \neq i) \quad \text{⑦}$$

A_i 와 B_i 는 모두 복소수이다.

式⑤를 다시 정리하면

$$V_i^{(v+1)} = \frac{A_i}{(V_i^{(v)})^*} - \sum_{\mu=1}^n B_{i\mu} \cdot V_\mu^{(v)} \quad \text{for } i=2, 3, \dots, n \quad \text{⑧}$$

이 된다. 이 反復計算의 진행은 모든 母線電壓의 변화 크기가 허용치 ϵ 보다 작을 때까지 계속된다.

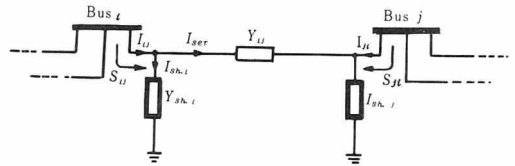
$$|\Delta V_i^{(v+1)}| \triangleq |V_i^{(v+1)} - V_i^{(v)}| < \epsilon \quad \text{for } i=2, 3, \dots, n \quad \text{⑨}$$

• Step 3) Slack 母線電力의 計算

앞 step 2)에서 구한 電壓을 式④의 첫번째式에 넣어서 구한다.

• Step 4) Line flow의 계산

電力潮流計算의 마지막 단계로서 각 송전선로의 電力潮流를 계산한다. 두 母線 i 와 j 를 연결하는 선로를 생각하면 <그림 2>와 같다.



<그림 2> Line parameters used in line flow calculation

<그림 2>에서 線路電流와 線路電力을 구하면 電力潮流에 관한 研究가 完成된다.

線路電流 I_{ij} ;

$$I_{ij} = I_{ser} + I_{sh, i} = (V_i - V_j) Y_{ij} + V_i Y_{sh, i} \quad \text{⑩}$$

線路電力 S_{ij} ;

$$S_{ij} = P_{ij} + jQ_{ij} = V_i I_{ij}^* \quad \text{⑪}$$

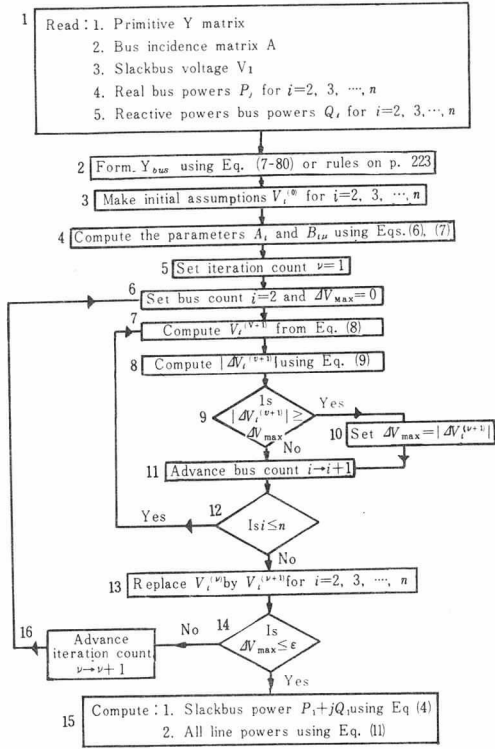
위의 step 1)에서 step 4)까지의 모든 계산과정을 아래 <그림 3>에 자세히 요약하였다.

나. Type 2 Bus가 있는 경우

이 경우는 前項과는 달리 電壓調整母線이 있으므로 앞의 설명과 약간의 다른 점이 있다.

앞의 설명에서 $i=2, 3, \dots, m$ 의 母線을 type 2, 電壓調整母線이라 하면, 다른점은 첫째, type 2 母線에 대하여 전압크기 $|V_i|$ 를 지정하고, 각 發電機가 무효전력의 制限値를 넘어서는 안되므로 각 type 2 母線에서의 무효전력 Q_{Gi} 에 제한을 주어야 한다. 둘째, slack 母線을 제외한 모든 母線에서 전압에 관한 초기치를 정하고 電壓調整

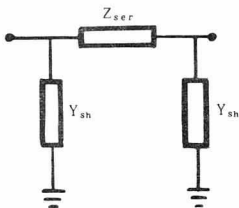
母線에서 無效母線電力의 초기치를 정한다. 여기에 관한 내용은 <그림 4>에 자세히 표시되어 있다.



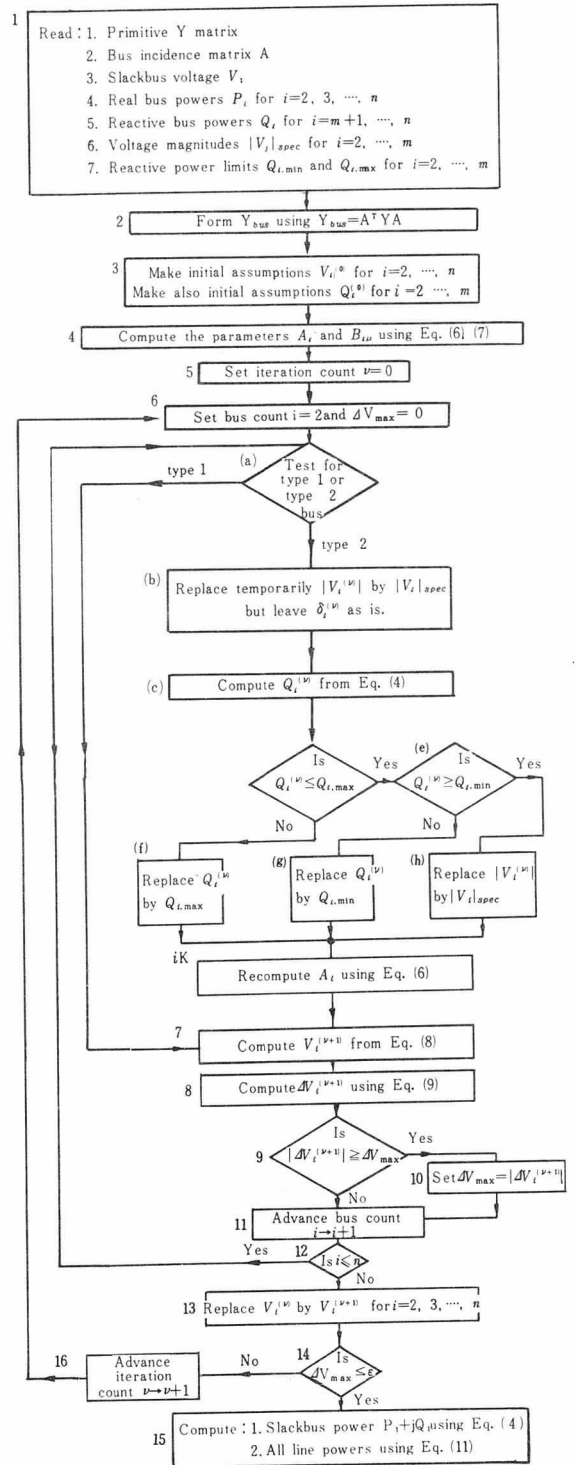
<그림 3> Flow diagram for computation of the SLFE and line powers. No type2 buses present.

위의 방법으로 8 - 母線系統의 예를 계산하면 아래와 같다.

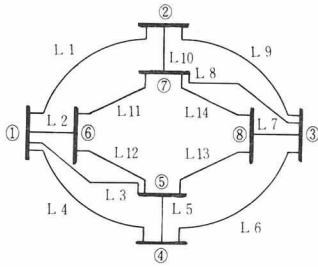
例 송전선로가 <그림 5>와 같고 14개의 선로를 갖는 계통이 <그림 6>과 같이 나타나 있다. 또한 line data는 <表 1>에 있고, 각 bus power와 voltage specification이 <表 2>에 자세히 표시되어 있다.



<그림 5> π -representation of transmission lines.



<그림 4> Flow diagram for computation of the SLFE and line powers. Voltage control (type2) buses present.



〈그림 6〉 Eight-bus example system.

LINE	SB	EB	LINE FLOW	
			REAL POWER	REACTIVE POWER
1	1	2	4.4052	0.0388
1	2	1	-4.2111	1.2699
2	1	6	0.8435	7.0708
2	6	1	-0.7421	-6.5638
3	1	5	-3.9695	-1.3010
3	5	1	4.0219	1.8245
4	1	4	2.1594	-0.1267
4	4	1	-2.1220	0.4006
5	4	5	-12.9387	1.0583
5	5	4	13.5286	2.3123
6	3	4	5.1424	0.2043
6	4	3	-4.9436	1.4051
7	3	8	2.0862	4.2198
7	8	3	-2.0640	-3.8874
8	3	7	1.7573	1.8378
8	7	3	-1.7411	-1.6891
9	2	3	-5.6017	2.2269
9	3	2	6.0034	0.6510
10	2	7	-13.4908	6.2998
10	7	2	14.2002	0.3507
11	6	7	-12.3592	1.0452
11	7	6	12.7347	0.7426
12	5	6	9.2223	9.5216
12	6	5	-8.9079	-7.4779
13	5	8	-1.7851	6.3434
13	8	5	1.8473	-5.5275
14	7	8	-0.2063	0.5979
14	8	7	0.2072	-0.5842

Line	Zser, %	Ysh, pu
1	1.0 + j 7.0	j 0.05
2	0.2 + j 1.0	0
3	0.3 + j 3.0	0
4	0.8 + j 6.5	j 0.03
5	0.35 + j 2.0	0
6	0.75 - j 6.3	j 0.06
7	0.1 - j 1.5	0
8	0.25 - j 2.3	0
9	1.1 - j 8.1	j 0.08
10	0.32 - j 3.0	0
11	0.21 - j 1.0	0
12	0.2 - j 1.3	0
13	0.16 - j 2.1	0
14	0.21 - j 3.11	0

〈表 1〉 Line data

III. 結 論

우리는 電力潮流計算을 검토해 보았으나 몇가지의 문제점들이 있음을 알았다. 우선 우리가 해결해야 하는 電力潮流 方程式이 비선형이므로 정확한 解를 구하기 힘들고 충분히 정확한 解를 구해야 한다. 또한 系統이 커지면 母線의 數가 몇 십 또는 몇 백으로 커지게 된다. 그런 경우에는 원하는 解를 구하기 위하여 좀 더 용량이 큰 계산기를 필요로 하게 되고 계산의 횟수가 증가함에 따라서 round-off와 truncation에 의하여 오차가 증가하므로 정확한 解를 구하기가 더욱 어렵게 된다.

이런 문제점들을 해결하기 위하여 최근에는 電氣回路의 線型그래프를 optimal ordering 을 이용하여 구성함으로써 우리가 계산 과정에서 다루게되는 행렬의 sparsity를 증가시킴으로써 계산횟수의 감소와 계산기의 작은 용량으로도 계산시킬 수 있게 하며 계산 오차를 감소시키고 좀더 정확한 解를 구할 수 있게 되었다.

여기서는 Gauss反復法에 의해 電力潮流를 계

Bus	Type	Bus power	Voltage	Q _{min}	Q _{max}
1	3	Unspec.	1.0 - j 0.0		
2	2	-23.30 + j (Unspec.)	V ₁ =1.0	-10.00	10.00
3	2	15.00 + j (Unspec.)	V ₁ =1.0	-10.00	10.00
4	2	-20.00 + j (Unspec.)	V ₁ =1.0	-10.00	10.00
5	1	25.00 - j 20.00	Unspec.		
6	1	-22.00 - j 13.00	Unspec.		
7	1	25.00 - j 00.00	Unspec.		
8	1	00.00 - j 10.00	Unspec.		

〈表 2〉 Bus power and voltage specification.

예제의 결과는 40번의 반복으로 수렴을 하였다. 결과는 아래와 같다.

BUS	VOLTAGE	MAGNITUDE	DELTA (DEGS)	REAL BUS POWER	REACTIVE BUS POWER	
1	1.0000	0.0	1.0000	0.0	3.4386	5.6820
2	0.9515	-0.3077	1.0000	-17.92220	-23.3000	9.7960
3	0.9827	0.1853	1.0000	10.67595	15.0000	6.9111
4	0.9900	-0.1413	1.0000	-8.12036	-20.0000	2.8630
5	1.0509	0.1152	1.0572	6.25464	25.0000	20.0000
6	0.9276	0.0057	0.9276	0.35247	-22.0000	-13.0000
7	0.9435	0.1414	0.9540	8.52400	25.0000	0.0
8	0.9235	0.1465	0.9350	9.01675	0.0	-10.0000

산하는 방법을 설명하였으나, 이 곳에 optimal ordering에 의해 행렬의 sparsity가 가장 알맞고 많이 만드는 program이 첨가되고 또한 좀더 정확한 解를 발산의 위험이 없이 빨리 구할수 있는 Newton-Raphson法을 적용시키면 좋은 결과를 얻을 수 있다.

参 考 文 献

1. Gross, Charles A, "Power System Analysis," John Wiley & Sons, Inc, New York, 1979.
2. Stevenson, J r., W. D "Elements of Power System Analysis," 3rd ed., McGraw-Hill Book Company, New York, 1975.
3. Tinney, W. F. and Walker, J. W. : Direct Solutions of Sparse Network Equations by Optimally Ordered Triangular Factorizations, Proc. IEEE, Vol.55, pp. 1801-1809 November, 1967.
4. Wallach, Y. : Gradient Method for Load-flow Problems, IEEE Trans., Vol. PAS-86, No. 5, May, 1968.
5. Elgerd, Olle I., "Electric Energy Systems Theory," McGraw-Hill Book Company, New York, 1971.
6. Stagg, Glenn W., and El-Abiad, Ahmed H, "Computer Methods in Power System Analysis," McGraw-Hill, Inc., New York, 1968.
7. Tinney, William F., and Powell, Walter L. "Notes on Newton-Raphson Method For Solution of AC Power Flow Problem," Bonneville Power Administration, Oregon, April 1971.

