

航空寫眞의 標定解析의 誤差傳播에 關한 研究

A Study on the Propagation of Errors for the Analysis of Orientation in Aerial Photography.

柳 福 模*
Yeu, Bock Mo
李 啓 鶴**
Lee, Kye Hak

Abstract

This study aims at understanding the factors influencing position-determination by investigating the propagation of errors developed during orientation work in three-dimensional coordinates of the aerial photograph.

This paper treats the comparison and analysis of propagation of errors due to computing orientation required for the analysis of the absolute coordinate from the image coordinates of photograph.

要 旨

本 研究는 航空寫眞에 의한 3次元 座標決定에 있어서 標定段階에서 惹起되는 誤差의 傳播를 考察하므로써 位置決定에 미치는 影響을 理解하고자 하는데 目的을 두고 있다.

이에 本 研究에서는 寫眞上의 像座標로부터 所要 絕對座標를 解析하는데 必要한 標定을 電算 處理하므로써 傳播되는 誤差를 比較 分析하였다.

1. 序 論

本 研究는 地形解析을 위한 航空寫眞의 3次元 位置決定에 따른 誤差의 傳播가 各 標定段階에서 어떠한 影響을 미치고 있는가에 대한 考察이다.

1956年 Canada의 G. Schut는 Aerial triangulation(A.T.)을 比較 分析하였고 1958年 Nethuland I.T.C의 Jerie가 3次元 Block調整을 위해서 A.T用 Analogue computer를 考察하였으며 1970年에 이르러서는 F.Ackermann이 航空寫眞에 관한 標定의 解析을 究明하여 地形解析에 效用性을 높였다^(1,2,3).

本 論文에서는 航空寫眞을 利用한 位置決定에 있어서 航空寫眞의 像座標로부터 寫眞座標로 變換시켜서 이를 다시 3次元 假想座標인 model座標를 얻은 다음 絕對座標에 의한 絕對座標로 轉換하는 過程에서 惹起되는 標定段階別 誤差의 分布가 如何히 傳播되는가를 考察하는데 本 研究의 意義를 두고 있다.

2. 標定의 基本理論

航空寫眞에 의한 3次元 座標解析에 여러 方法이 있으나 本 研究에서는 像座標로부터 絕對座標로 轉換하는데 必要한 標定의 基本理論은 다음과 같다^(4,5,6).

* 正會員·延世大學校 工科大學 副教授

** 正會員·全南大學校 工科大學 副教授

2.1 内部標定

像座標(image coordinate)로부터 寫眞座標(photo coordinate)로 變換하는 데는 線型相似變換, Affine 變換, 그리고 擬似 Affine 變換 等의 一般式이 利用되며 이 경우 一般的으로 많이 利用되는 補正事項은 렌즈收差, 地球曲率 그리고 大氣屈折 等이 있다(7~12).

2.1.1 變換式

線型相似變換式은

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} X_0 \\ Y_0 \end{pmatrix} \dots\dots\dots(1)$$

이며 이를 다음과 같이 表示하기도 한다.

$$\begin{aligned} X &= ax - by + X_0 \\ Y &= bx + ay + Y_0 \end{aligned} \dots\dots\dots(2)$$

Affine 變換은 線型相似變換式의 λ 에 剪斷縮尺과 微分縮尺을 代入하여 이루어진 組合變換式으로 그 變換은

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1r \\ 01 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_x & 0 \\ 0 & \lambda_y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} X_0 \\ Y_0 \end{pmatrix} \dots\dots\dots(3)$$

이며 이를 다시 整理하면

$$\begin{aligned} X &= a_0 + a_1x + a_2y \\ Y &= b_0 + b_1x + b_2y \end{aligned} \dots\dots\dots(4)$$

이다.

또한 擬似 Affine 變換式은 Affine 變換式에 a_3xy, b_3xy 를 追加된 것으로

$$\begin{aligned} X &= a_0 + a_1x + a_2y + a_3xy \\ Y &= b_0 + b_1x + b_2y + b_3xy \end{aligned} \dots\dots\dots(5)$$

로 表示된다.

2.1.2 寫眞座標의 補正

렌즈收差에 있어서 放射렌즈收差 $\Delta\gamma_L$ 은 그림 2.1에서 入射角 θ 와 主點으로부터 距離 γ 의 函數로 주어진다.

$$\begin{aligned} \Delta\gamma_L &= \gamma - f \cdot \tan \theta \\ &= a_1\gamma + a_2\gamma^2 + a_3\gamma^3 + a_4\gamma^4 \dots\dots\dots(6) \end{aligned}$$

여기서 γ 와 係數 $a_i(i=1\sim 4)$ 는 攝影 camera의 檢定成果로부터 주어진다.

收差의 接線成分은 대개 放射狀成分에 比하여 작으며, 放射狀收差는 $\pm 50 \mu\text{m} \sim 10 \mu\text{m}$ 이고, 接線收差는 $\pm 5 \mu\text{m} \sim \pm 2.5 \mu\text{m}$ 이므로 接線收差는 一般的으로 考慮하지 않는다.

地球曲率은 특히 小縮尺寫眞의 strip상에서 過多한 曲率에 의한 誤差를 줄이기 위하여 補正하는 것이며 修正量 $\Delta\gamma_E(\mu\text{m})$ 은 다음 式으로 나타내진다.

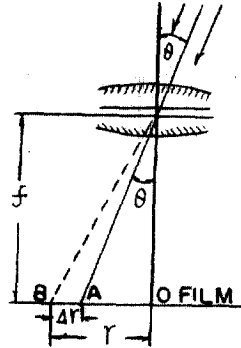


그림 2.1 理想的인 렌즈의 結像(A)과 實際렌즈의 結像(B)

$$\Delta\gamma_E = \frac{H\gamma^3}{2Rf^2} \dots\dots\dots(7)$$

여기서 H : 飛行高度(m)

R : 地球半徑(=6368.5 km)

f : 焦點距離(mm)

γ : 主點에서 放射距離(mm)

大氣의 屈折값은 溫度, 濕度, 標高에서의 壓力差에 따라 變하며 補正量 $\Delta\gamma_A$ 는 다음 式과 같이 主點부터의 距離 γ 의 函數로 나타내진다(13).

$$\Delta\gamma_A = D_k \left(1 + \frac{\gamma^2}{f^2} \right) \dots\dots\dots(8)$$

여기서 $\Delta\gamma_A$: 大氣屈折의 修正量(-)

D_k : $\theta=45^\circ$ 放射狀에서의 大氣屈折 係數

2.2 3次元 座標軸의 回轉

寫眞測量에 있어서 Camera의 位置에 따른 座標系 調整에 관한 回轉變換에서는 標定因子 運動을 考慮하여야 한다.

2.2.1 標定因子의 回轉運動

3次元 直角座標軸에 관한 (+)方向의 回轉은 그림 2.2과 같으며 各 標定因子의 影響을 다음과 같이 行列로 表示할 수 있다.

1) Z軸 周圍에 κ 因子의 回轉(그림 2.3의 (a))

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \kappa & -\sin \kappa & 0 \\ \sin \kappa & \cos \kappa & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = R_\kappa \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \dots\dots\dots(9)$$

2) Y軸 周圍에 φ 因子의 回轉(그림 2.3의 (b))

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \varphi & 0 & \sin \varphi \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \varphi & 0 & \cos \varphi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = R_\varphi \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \dots\dots\dots(10)$$

3) X軸 周圍에 ω 因子의 回轉(그림 2.3의 (c))

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \omega & -\sin \omega \\ 0 & \sin \omega & \cos \omega \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = R_\omega \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \dots\dots\dots(11)$$

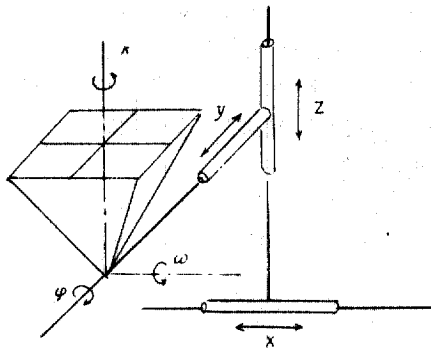


그림 2.2 3次元 空間에서 세 直角座標軸에 대한 標定因子의 回轉運動

2.2.2 回轉行列의 組合

各 回轉行列 R_x, R_y, R_z 는 Z, Y, X 軸에 관한 回轉行列을 나타내며 連續的인 回轉狀態가 Z, Y, X 軸의 順序로 일어난다고 假定하면 R 行列은 다음과 같이 連續的인 行列의 積으로 나타낼 수 있다.

$$\therefore \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = R_z \cdot R_y \cdot R_x \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = R \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad (12)$$

여기서

$$R = \begin{pmatrix} \cos \kappa \cos \varphi & & & \\ \cos \omega \sin \kappa + \sin \omega \cdot \sin \varphi \cdot \cos \kappa & & & \\ \sin \omega \sin \kappa - \cos \omega \sin \varphi \cos \kappa & & & \\ -\cos \varphi \sin \kappa & \sin \varphi & & \\ \cos \omega \cos \kappa - \sin \omega \sin \varphi \cos \kappa & -\sin \omega \cos \varphi & & \\ \sin \omega \cos \kappa + \cos \omega \sin \varphi \sin \kappa & \cos \omega \cos \varphi & & \end{pmatrix}$$

이 고, κ, φ, ω 順으로 回轉時는 Wild社 A_7, A_8 의

경우이며, κ, ω, φ 順은 Zeiss社의 C_8 의 경우이다.

微少角의 3角函數를 展開해서 近似的인 代數函數로 表示하기 위하여 Euler의 定理 適用하면

$$R_x = \begin{pmatrix} 1 & -\kappa & 0 \\ \kappa & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, R_y = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \varphi \\ 0 & 1 & 0 \\ -\varphi & 0 & 1 \end{pmatrix}, R_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\omega \\ 0 & \omega & 1 \end{pmatrix} \dots \dots \dots (13)$$

으로써 (12)式을 整理하면

$$R = R_y \cdot R_z \cdot R_x = \begin{pmatrix} 1 + \kappa\varphi\omega & -\kappa\varphi\omega & \varphi \\ \kappa & 1 & -\omega \\ -\varphi + \omega & -\kappa\varphi + \omega & 1 \end{pmatrix} \\ = \begin{pmatrix} 1 & -\kappa & \varphi \\ \kappa & 1 & -\omega \\ -\varphi & \omega & 1 \end{pmatrix} = I + S \dots \dots \dots (14)$$

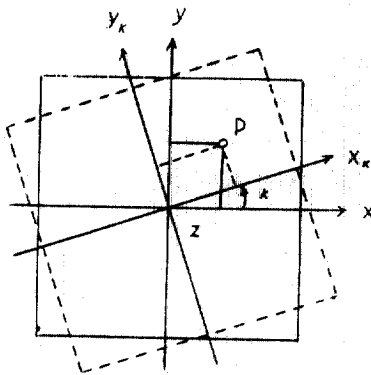
여기서 2次 以上の 項 $\kappa\varphi\omega = \varphi\omega = \kappa\omega = \kappa\varphi \rightarrow 0$ 로 假定한 것이다. 따라서 위 式으로부터 微少角의 3角函數를 展開해서 얻어진 近似的인 代數函數의 行列은 回轉의 順序의 組合에 關係없이 같은 結果를 얻어질을 알 수 있다.

2.3 相互標定

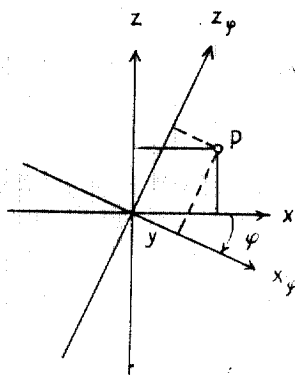
한 쌍의 重複된 左右寫眞으로부터 縱視差(Y-parallax)를 消去하여 3次元의 假想座標인 model 座標를 求하기 위해서는 다음과 같은 條件을 滿足시켜야 한다^(7,10,11).

2.3.1 對應하는 光束의 合致條件

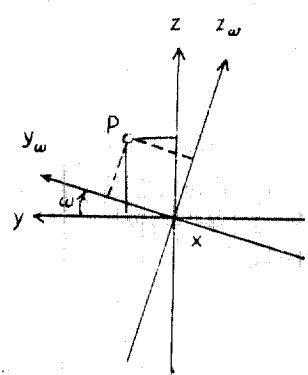
3次元 空間에서의 一般 平面方程式은 $A_x + B_y + C_z + D = 0$ 이며 投影中心點 O_1, O_2 와 寫眞上의 測點 P_1, P_2 가 同一平面條件을 滿足시키기 위해서는 한 測點의 座標가 한 雙의 寫眞上에 나타날 경우



(a) κ의 回轉



(b) φ의 回轉



(c) ω의 回轉

그림 2.3 各 標定因子의 回轉

$$\begin{vmatrix} X_{01} & Y_{01} & Z_{01} & 1 \\ X_{02} & Y_{02} & Z_{02} & 1 \\ X_{P1} & Y_{P1} & Z_{P1} & 1 \\ X_{P2} & Y_{P2} & Z_{P2} & 1 \end{vmatrix} = 0 \dots\dots\dots (15)$$

로 表示된다.

O_1 을 原點으로 假定하여 各 2行에서 各 1行을 減하여 $X_{02}-X_{01}=b_x$, $Y_{02}-Y_{01}=b_y$, $Z_{02}-Z_{01}=b_z$ 로 놓고, 3行, 4行의 各 元素에서 1行 및 2行의 各 元素를 減하여 整理하면

$$\begin{vmatrix} b_x & b_y & b_z \\ X_1 & Y_1 & Z_1 \\ X_2 & Y_2 & Z_2 \end{vmatrix} = 0 \dots\dots\dots (16)$$

이 된다. 이 式을 行列로 바꾸면

$$(X_1 Y_1 Z_1) \begin{pmatrix} 0 & b_x & -b_y \\ -b_x & 0 & b_z \\ b_y & -b_x & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_2 \\ Y_2 \\ Z_2 \end{pmatrix} = 0 \dots\dots\dots (17)$$

이 되며, 여기서

$$\begin{pmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ Z_1 \end{pmatrix} = R_1 \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \\ c \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} X_2 \\ Y_2 \\ Z_2 \end{pmatrix} = R_2 \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \\ c \end{pmatrix}$$

R_1 및 R_2 는 orthogonal rotation matrix로써 그의 一般式은 $\kappa_1, \omega_1, \varphi_1$ 및 $\kappa_2, \omega_2, \varphi_2$ 로 形成된다.

2.3.2 合致條件의 線型化

合致條件의 非線型公式를 線型化 시키려면 最小 제곱法에 의하여 $f(\mu)=0$ 라 할 때 μ 는 未知項이며, $\mu=(\bar{\mu}+\Delta\mu)$ 로 假定한다.

$$f(\mu)=0 \approx f(\mu)_{\mu=\bar{\mu}} + \frac{\partial f(\mu)}{\partial \mu} \mu_{\mu=\bar{\mu}} \cdot \Delta\mu$$

$$\frac{\partial f(\mu)}{\partial \mu} \mu_{\mu=\bar{\mu}} \cdot \Delta\mu \approx -f(\mu)_{\mu=\bar{\mu}} = f'(\mu)$$

으로써 標定因子에 의한 視差方程式을 表示하면

$$\begin{aligned} f'(\mu) &= \frac{\partial f(\mu)}{\partial u_y} \cdot \Delta u_y + \frac{\partial f(\mu)}{\partial u_x} \cdot \Delta u_x + \frac{\partial f(\mu)}{\partial \kappa_1} \cdot \Delta \kappa_1 \\ &+ \frac{\partial f(\mu)}{\partial \varphi_1} \cdot \Delta \varphi_1 + \frac{\partial f(\mu)}{\partial \omega_1} \cdot \Delta \omega_1 + \frac{\partial f(\mu)}{\partial \kappa_2} \cdot \Delta \kappa_2 \\ &+ \frac{\partial f(\mu)}{\partial \varphi_2} \cdot \Delta \varphi_2 + \frac{\partial f(\mu)}{\partial \omega_2} \cdot \Delta \omega_2 \dots\dots\dots (18) \end{aligned}$$

이 되며 이를 一般적으로 利用되는 視差方程式으로 整理할 수 있다.

$$\begin{aligned} P_y &= y_2 - y_1 = (\bar{x}_2 - \bar{x}_1) d\mu_y + (\bar{x}_1 \bar{y}_1 - \bar{x}_2 - \bar{y}_1) d\mu_x \\ &+ \bar{x}_1 d\kappa_1 - \bar{x}_2 d\kappa_x + \bar{x}_1 \bar{y}_2 d\varphi_1 - \bar{x}_2 \bar{y}_1 d\varphi_2 \\ &- (\bar{y}_1 \bar{y}_2 + 1) d\omega_1 + (\bar{y}_1 \bar{y}_2 + 1) d\omega_2 \\ &= -(\bar{x}_1 \bar{y}_1 1) \bar{R}_1^T \begin{pmatrix} 0 & \mu_x & -\mu_y \\ -\mu_x & 1 & 0 \\ \mu_x & -1 & 0 \end{pmatrix} \bar{R}_2 \begin{pmatrix} \bar{x}_2 \\ \bar{y}_2 \\ 1 \end{pmatrix} \\ &\dots\dots\dots (19) \end{aligned}$$

2.3.3 標定因子의 選定

合致條件은 8個의 標定因子인 $\kappa_1, \kappa_2, \varphi_1, \varphi_2, \omega_1, \omega_2, u_y, u_x$ 의 函數로써 相互標定因子의 組合中에서 가장 一般적인 것은 다음과 같은 경우이다.

1) $\kappa_2, \varphi_2, \omega_2, u_y, u_x$ 의 因子를 使用하는 解析的 相互標定(method-1)

이 경우는 그림 2.4와 같이 平行因子와 回轉因子가 組合된 相互標定の 경우이며, 이 때 $R_1=I$ (即 $\kappa_1=\varphi_1=\omega_1=0$)이다.

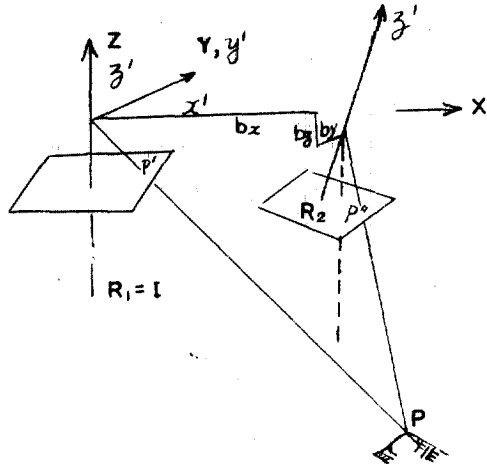


그림 2.4

따라서 $\kappa_1=\varphi_1=\omega_1=0$ 이므로 視差方程式은

$$\begin{aligned} &(\bar{x}_2 - \bar{x}_1) \Delta \mu_y + (\bar{x}_1 \bar{y}_2 - \bar{x}_2 \bar{y}_1) \cdot \Delta \mu_x - (\bar{x}_2) \Delta \kappa_2 \\ &- (\bar{y}_1 \bar{x}_2) \Delta \varphi_2 + (1 + \bar{y}_1 \bar{y}_2) \Delta \omega_2 \\ &= -(\bar{x}_1 \bar{y}_1 1) \begin{pmatrix} 0 & u_x & -u_y \\ -u_x & 0 & 1 \\ u_y & -1 & 0 \end{pmatrix} \bar{R}_2 \begin{pmatrix} \bar{x}_2 \\ \bar{y}_2 \\ 1 \end{pmatrix} \dots\dots\dots (20) \end{aligned}$$

이다.

2) 回轉因子 κ_1, φ_1 과 $\kappa_2, \varphi_2, \omega_2$ 를 使用한 解析的 相互標定(method-2)

이 경우는 $\omega_1=u_y=u_x=0$ 이므로 model座標系의 X軸은 두 投影中心 $O'O''$ 를 通過한다(그림 2.5 參照)

따라서 視差方程式은 다음 式과 같이 表示된다. $(\bar{x}_1) \Delta \kappa_1 + (\bar{x}_1 \bar{y}_2) \Delta \varphi_1 - (\bar{x}_2) \Delta \kappa_2 - (\bar{x}_2 \bar{y}_1) \Delta \varphi_2$

$$+ (1 + \bar{y}_1 \bar{y}_2) \Delta \omega_2 = -(\bar{x}_1 \bar{y}_1 1) \bar{R}_1^T \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \bar{R}_2 \begin{pmatrix} \bar{x}_2 \\ \bar{y}_2 \\ 1 \end{pmatrix} \dots\dots\dots (21)$$

method-3은 method-2에서 回轉行列의 各元

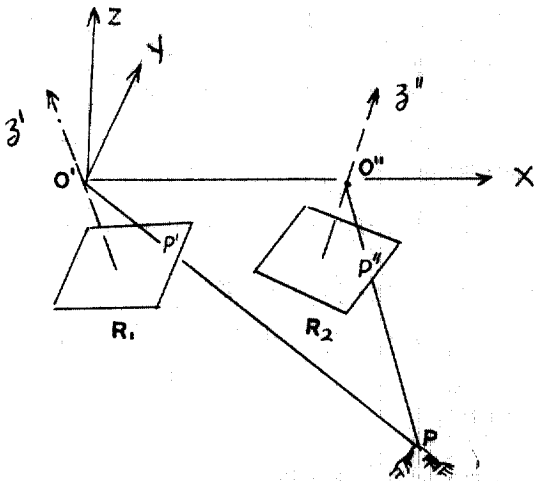


그림 2.5

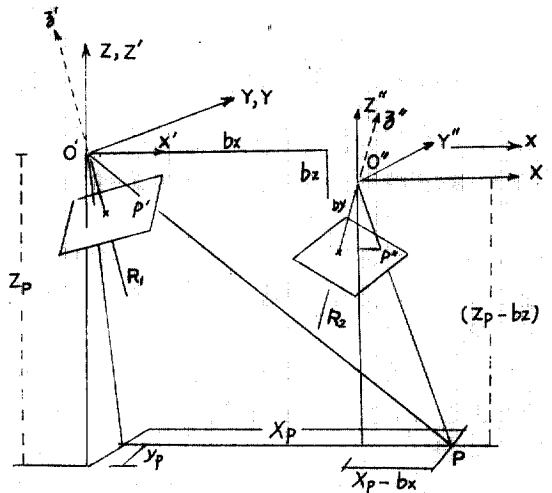


그림 2.6

素의 代數函數를 3角函數로 代置한 것이다.

2.3.4 model座標의 計算

model座標를 計算하기 위하여 基本的인 要素 u_y, u_z 와 回轉行列인 R_1 과 R_2 가 왼쪽 投影中心을 基準으로하는 同一座標系 XYZ 를 使用해야 한다(그림 2.6 參照).

model縮尺을 위하여 b_x 에 대한 값을 定한 後 基線要素(base components)에 의하여 b_y 와 b_z 가 다음과 같이 計算된다.

$$b_y = b_x \cdot u_y, \quad b_z = b_x \cdot u_z$$

그림 2.7의 (a)(b)에서 $\triangle O'PN'$ 와 $\triangle O'P'n'$ 의 답음꼴과 $\triangle O''PN''$ 와 $\triangle O''P''n''$ 로부터

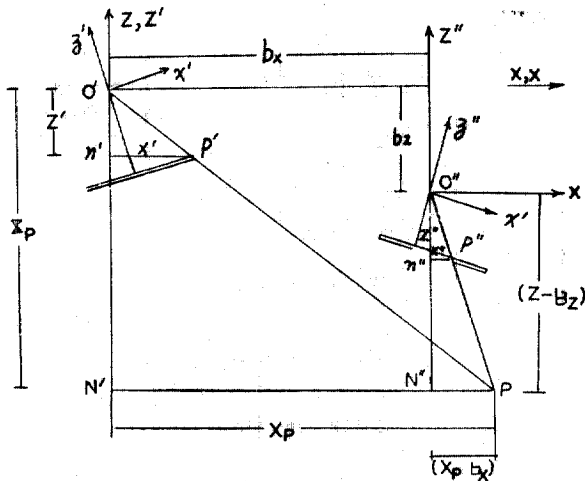
$$\frac{O'P}{O'P'} = \frac{X_P}{X'} = \frac{Y_P}{Y'} = \frac{Z_P}{Z'} = t'$$

$$\frac{O''P}{O''P''} = \frac{X_P - b_x}{X''} = \frac{Y_P - b_y}{Y''} = \frac{Z_P - b_z}{Z''} = t''$$

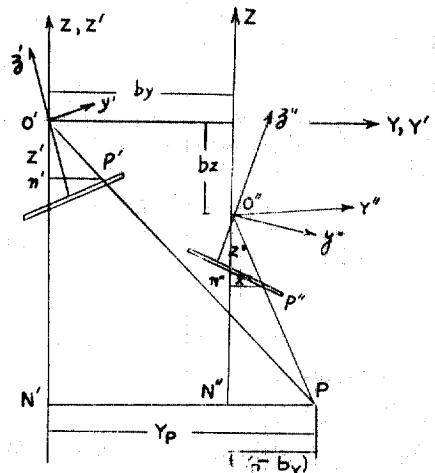
여기서 t' 는 제 1차 縮尺係數, t'' 는 제 2차 縮尺係數로써,

$$t' = \frac{b_x \cdot Z'' - b_z \cdot X''}{(X'Z' - X''Z')}, \quad t'' = \frac{b_x Z' - b_z X'}{(X'Z' - X''Z')}$$

가 된다.



(a) XZ平面



(b) YZ平面

그림 2.7 XZ, YZ平面

model座標(X, Y, Z)는 다음과 같이 求하여 진다.

$$X=t'X'=t''X''+bx \dots\dots\dots(22)$$

$$Z=t'Z'=t''Z''+bz \dots\dots\dots(23)$$

$$Y=t'Y', \bar{Y}=t'Y''+by$$

$$\therefore Y=\frac{Y+\bar{Y}}{2} \dots\dots\dots(24)$$

2.4 接合標定(successive orientation or strip formation)

strip 形成은 接合標定을 通하여 各 model에서 獨立의으로 求한 x, y, z값을 計算한 後에 同一座標에 適用시키므로써 이루어진다.

strip 系에 대한 model i의 變換은 回轉行列 R_i 縮尺係數 λ_i 3軸에 대한 移動量 C_{xi}, C_{yi}, C_{zi}를 포함하게 된다.

strip 形成에는 다음 두 가지 方法으로 表示되는데

첫째 R₁=I, (R₂, φ₂, ω₂)→R₂, b_y, b_z를 利用하여 κ₁=φ₁=0일 때

$$\begin{pmatrix} z_{0i} \\ y_{0i} \\ z_{0i} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} z_{0i-1} \\ y_{0i-1} \\ z_{0i-1} \end{pmatrix} + \lambda_{i-1} R_{i-1} \begin{pmatrix} S_{bx(i-1)} \\ S_{by(i-1)} \\ S_{bz(i-1)} \end{pmatrix} \dots\dots\dots(25)$$

이고 둘째 (κ₁, φ₁)→R₁, (κ₂, φ₂, ω₂)→R₂, b_y=b_z=0인 경우는

$$\begin{pmatrix} x_{0i} \\ y_{0i} \\ z_{0i} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{0i-1} \\ y_{0i-1} \\ z_{0i-1} \end{pmatrix} + \lambda_{i-1} R_{i-1} R_i R_{(i-1)}^T \begin{pmatrix} S_{bx} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \dots\dots\dots(26)$$

이다.

2.5 絕對標定(absolute orientation)

model 座標, strip 座標 그리고 block 座標의 假想 3次元 座標로부터 基準點 座標를 利用하여 縮尺과 傾斜 등을 調整하므로써 絕對(혹은 對地, 測地) 座標를 얻게 되는데 그의 一般式은

$$\begin{pmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} \cos \kappa \cos \phi & \sin \kappa \cos \omega + \cos \kappa \sin \phi \sin \omega \\ -\sin \kappa \cos \phi & \cos \kappa \cos \omega - \sin \kappa \sin \phi \sin \omega \\ -\sin \phi & \cos \phi \sin \omega \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} X_0' \\ Y_0' \\ Z_0' \end{pmatrix} \dots\dots\dots(27)$$

이다. 단 model 內의 1點에 대하여

XYZ : model 座標

X'Y'Z' : 絕對座標

X₀'Y₀'Z₀' : 絕對座標系에서 model 座標系의 原點微小變位

λ : 縮尺

上記式은 平面(X, Y) 및 높이(Z)의 轉換式으로 이를 다시 整理하면 平面轉換式

$$X_m = ax_m - by_m + X_0, Y_m = bx_m + ay_m + Y_0 \dots\dots(28)$$

$$\left. \begin{aligned} X_m &= ax_m - by_m - 2dx_m y_m + c(x_m^2 + y_m^2) + X_0 \\ Y_m &= ay_m + bx_m + 2cx_m y_m + d(x_m^2 - y_m^2) + Y_0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(29)$$

높이轉換式

$$\frac{Z}{\lambda} = cx_m + fy_m + z_m + Z_0 \dots\dots\dots(30)$$

$$\frac{Z}{\lambda} = bx_m^2 + cx_m - fy_m + Z_m + Z_0 \dots\dots\dots(31)$$

여기서 a, b, c, d, e, f는 係數, X₀Y₀Z₀는 原點의 微小變位, x_m, y_m, z_m은 model 座標, X, Y, Z는 絕對座標이다⁽¹⁴⁾.

3. 標定에 의한 座標解析

3.1 座標解析

本 座標解析 過程에서 맨 먼저 像座標로부터 最終의 絕對座標에 이르기까지 各 標定段階別 標定過程을 圖示하면 그림 3.1과 같다.

3.1.1 標定에 의한 座標處理

本 座標解析에서 한 개의 main program 과

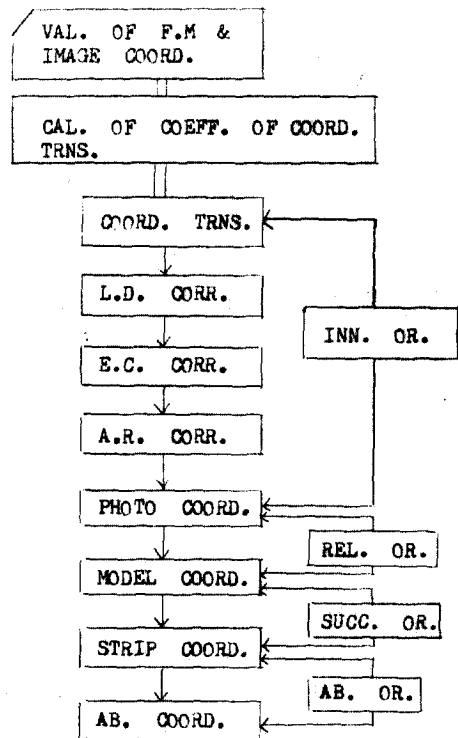


그림 3.1 OR. Process Flow Chart

minor program인 Inn.-OR. (Inner orientation), Rel.-OR. 1, 2, 3 (relative orientation by means of orthogonal formation), strip 1, 2와 數 10개의 subroutine으로 構成되었으며, main program과 연관된 minor program의 block flow chart는 그림 3.2와 같다.

여기서 Rel.-O.R.1은 method-1로써 相互標定過程에서 平行因子와 回轉因子의 組合에 代數函數를 利用한 경우이고, Rel.-OR.2는 method-2로써 代數函數로 構成된 回轉因子 行列만을 使用한 경우이며,

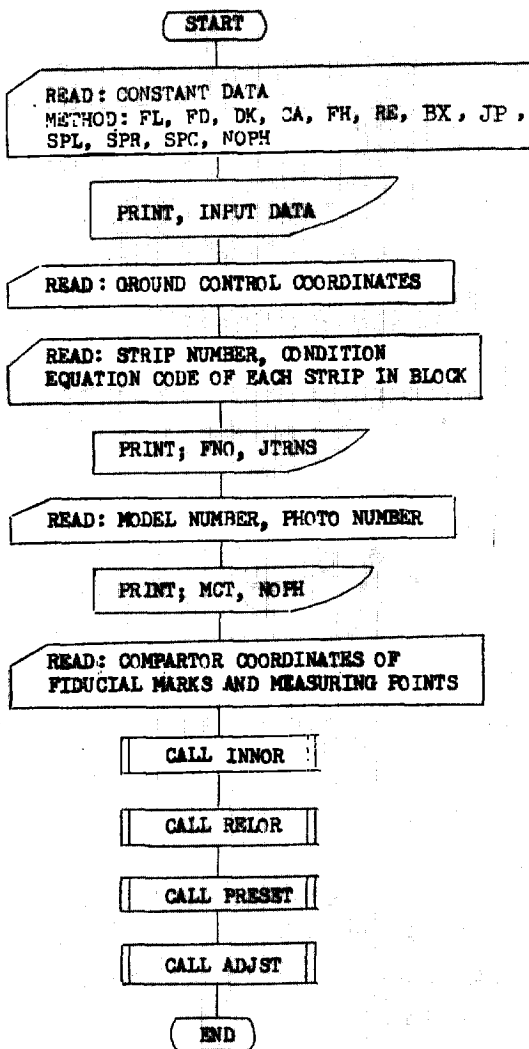


그림 3.2 Main Program Flow Chart

Where

- FL : Focal Length
- FD : Distance of Fiducial Mark
- CA : Coefficients of Lens Distortion
- FH : Flying Height
- RE : Radius of Earth
- DK : Standard Value of Atmospheric Refraction
- BX : Base Line of Photograph
- JP : Type of Camera
- FNO : Flight Number
- MCT : Model Number
- NOPH : Photo-number
- SPL : Selection of Points Number for Relative Orientation (LeftHand)
- SPR : Selection of Points Number for Relative Orientation (Right Hand)
- SPC : Selection of Points Number for Strip Formation
- JTRNS : Selection of Transformation Formula

Rel.-OR.3은 method-3인 3角函數에 의한 回轉因子만을 使用한 경우의 相互標定方法이다.

3.1.2 座標의 標定

本 座標解析은 平坦한 對象地域에 대한 航空寫眞으로, 攝影縮尺은 1/10,000, 攝影高度는 1500 m이며, 座標觀測은 stereo comparator인 stecometer를 利用하여 0.001 mm單位로 測定하였다.

여기서 各 標定의 段階別 電算處理過程을 考察하면 다음과 같다. 다음 表 3.1의 (a)(b)는 像座標의 觀測값으로 入力時 資料이고,

表 3.2의 (a)(b)는 電算處理에 의한 렌즈收差, 地球曲率, 大氣屈折 등에 대하여 補正된 寫眞座標값이며,

表 3.3의 (a)(b)(c)는 內部標定을 할 경우 線型相似變換式(11), Affine變換式(22), 擬似 Affine變換式(33)에 의한 寫眞指標(fiducial mark)의 殘差(residual error)이다.

相互標定結果 얻은 各 變換의 視差는 表 3.4의 (a)(b)(c)이고, 그림 3.3의 (a), (b), (c)는 相互標定過程에서 線型相似, Affine, 擬似 Affine에 대한 收斂過程을 圖示하였다.

接合標定結果의 strip 較差는 그림 3.4로 이

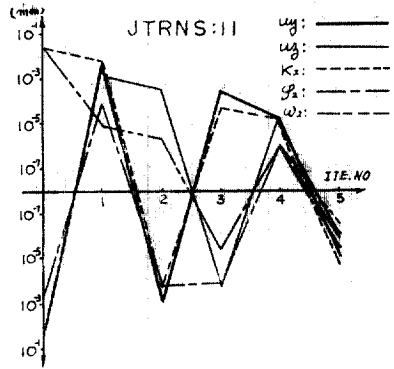
表 3.1 像座標(Image coordinate)

(a)

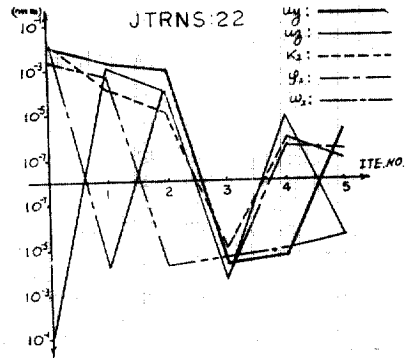
MODEL	Z	PHOTO(11)	X	Y	PX	PY
NO						
1	1	1	264577.	499579.	498666.	500685.
2	1	1	498547.	494594.	498870.	499755.
3	1	1	498875.	498688.	499784.	499755.
4	1	1	287595.	477844.	499600.	500687.
5	1	1	266572.	477844.	572214.	500986.
1001	1	1	394517.	439398.	572214.	500458.
1005	1	1	417968.	429435.	571655.	500541.
1011	1	1	365245.	385805.	572181.	499588.
1012	1	1	365141.	385489.	572181.	499588.
1004	1	1	395757.	348165.	572117.	499222.
1003	1	1	366150.	383252.	571929.	499244.
1007	1	1	421331.	311000.	571343.	536375.
903	1	1	464515.	302666.	570908.	500745.
906	1	1	465770.	353217.	570908.	500924.
904	1	1	463431.	392749.	571242.	500903.
902	1	1	463263.	392749.	571242.	501063.
905	1	1	461434.	443351.	572095.	501085.
923	1	1	459502.	443351.	572095.	501085.
913	1	1	459280.	474102.	571661.	501201.
901	1	1	461619.	474102.	571661.	501201.
0	0	0	0.	0.	0.	0.

(b)

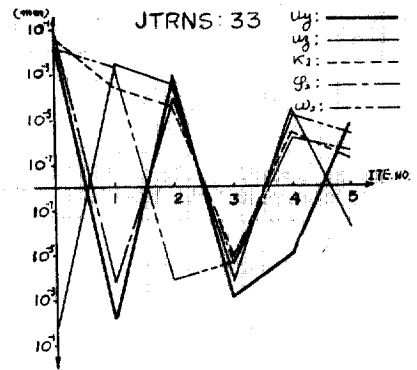
MODEL	Z	PHOTO(11 - 10)	X	Y	PX	PY
NO						
1	5	5	264534.	499333.	498496.	501206.
2	5	5	498517.	498447.	498506.	499897.
3	5	5	498712.	498644.	499512.	499901.
4	5	5	266726.	480730.	499511.	501206.
1101	1	1	365941.	480737.	501105.	499465.
1101	1	1	365941.	437598.	564060.	499933.
1105	1	1	369191.	390408.	567520.	500037.
1102	1	1	361740.	390000.	567549.	500044.
1104	1	1	366555.	347193.	570817.	500276.
1106	1	1	392273.	307204.	573664.	498738.
1103	1	1	435098.	310114.	572390.	499343.
1112	1	1	437049.	311224.	572220.	499208.
1003	1	1	458064.	345807.	571436.	494022.
1006	1	1	464696.	346963.	568283.	496093.
1004	1	1	459467.	380287.	568283.	496113.
1002	1	1	452255.	380287.	568283.	496973.
1005	1	1	457721.	438667.	568283.	497671.
1001	1	1	451995.	477037.	566298.	497671.
0	0	0	0.	0.	0.	0.



(a) Linear



(b) Affine



(c) Pseudo-Affine

를 圖示하였다. 絶對標定을 마친 後 線型相似, Affine, 擬似 Affine의 各變換式에 대한 D_x, D_y, D_R, D_z 의 誤差는 그림 3.5에 圖示한 것이다.

여기서 D_R 은 D_x 와 D_y 의 radial error이며, 그 값은 $D_R = \sqrt{D_x^2 + D_y^2}$ 으로 表示된다.

相互標定過程에서 平行因子(u_1, u_2)와 回轉因子($\kappa_1, \phi_1, \kappa_2, \phi_2, \omega_2$)의 組合인 경우는 method 1 이고 回轉因子($\kappa_1, \phi_1, \kappa_2, \phi_2, \omega_2$)만을 利用한 경우는 method 2, 그리고 method-3은 回轉因子($\kappa_1, \phi_1, \kappa_2, \phi_2, \omega_2$)에서 3角函數를 利用한 경우이며 그림 3.3에서 標定因子들의 收斂過程을 圖示하였다.

또한 接合標定結果 strip 較差는 그림 3-4와 같다.

絶對標定을 마친 후 D_x, D_y, D_R, D_z 의 誤差는 그림 3.5와 같이 表示된다.

3.2 座標解析의 考察

本座標解析의 座標轉換過程에서 惹起되는 誤差의 分布와 座標相互間에 미치는 影響을 考察하면 다음과 같다.

1. 表 3.3의 (a), (b), (c)에서 内部標定時 各

그림 3.3 相互標定過程에서 標定因子의 收斂現象 變換式에 의한 寫眞指標의 殘差의 크기는 線型相似, Affine, 擬似 Affine 變換의 順序로 나타내고 있으며,

2. 相互標定結果 얻은 視差는 表 3.4의 (a),

表 3.3 内部標定時各變換에 대한 寫眞指標의 殘差(단위 : mm)

(a) JTRNS 11

(b) JTRNS 22

(c) JTRNS 33

MODEL 1				MODEL 2				MODEL 1				MODEL 2				MODEL 1				MODEL 2											
N	L	x	y	N	L	x	y	N	L	y	y	N	L	x	y	N	L	x	y	N	L	x	y	N	L	x	y				
1	L	0.3	3.7	1	L	1.5	6.5	1	L	0.8	-3.6	1	L	-1.7	-2.1	1	L	0	0	1	L	0.1	0	1	L	0	0	1	L	0	0
	R	3.3	5.8		R	3.0	6.0		R	2.6	-2.0		R	2.1	-0.5		R	0	0		R	0	0		R	0	0		R	0	0
2	L	-8.0	3.0	2	L	-6.8	5.2	2	L	-0.8	3.5	2	L	1.7	2.0	2	L	-0.1	0	2	L	0	0	2	L	0	0	2	L	0	0
	R	-10.3	2.7		R	-8.6	1.4		R	-2.6	1.9		R	-2.1	-0.4		R	-0.1	0		R	-0.1	0		R	-0.1	-0.1		R	-0.1	-0.1
3	L	1.2	-10.7	3	L	-5.0	-10.5	3	L	0.7	-3.5	3	L	-1.8	-2.0	3	L	-0.1	-0.1	3	L	0	0.1	3	L	0	0.1	3	L	0	0.1
	R	1.8	-9.7		R	1.0	-6.9		R	2.5	-1.9		R	2.0	-0.4		R	-0.1	0.1		R	-0.1	0.1		R	-0.1	0.1				
4	L	6.6	4.0	4	L	10.3	-1.2	4	L	-0.7	3.6	4	L	1.8	2.1	4	L	0	0.1	4	L	0.1	0.1	4	L	0.1	0.1				
	R	5.3	1.3		R	4.6	-0.9		R	-2.5	2.0		R	-2.0	0.5		R	0	0.1		R	0	0.1		R	0	0.1				

表 3.4 相互標定 結果에서 얻은 視差(단위 : mm)

(a) JTRNS 11

(b) JTRNS 22

(c) JTRNS 33

MODEL 1		MODEL 2		MODEL 1		MODEL 2		MODEL 1		MODEL 2	
NO	$P_y(1 \times 10^{-3})$	NO	$P_y(1 \times 10^{-3})$	NO	$R_y(1 \times 10^{-3})$	NO	$P_y(1 \times 10^{-3})$	NO	$P_y(1 \times 10^{-3})$	NO	$P_y(1 \times 10^{-3})$
1101	8	1001	1	1101	8	1001	1	1101	8	1001	1
1105	-11	1005	0	1105	-11	1005	0	1105	-11	1005	0
1102	0	1014	1	1102	0	1014	1	1102	0	1014	1
1104	6	1002	-5	1104	6	1002	-5	1104	6	1002	-5
1106	-7	1004	1	1106	-7	1004	1	1106	-7	1004	1
1103	6	1006	7	1103	6	1006	7	1103	6	1006	7
1122	-6	1003	-2	1122	-6	1003	-2	1122	-6	1003	-2
1112	6	1007	11	1112	6	1007	11	1112	6	1007	11
1003	-0	903	-1	1003	0	903	-1	1003	0	903	-1
1006	-4	906	1	1006	-4	906	1	1006	-4	906	1
1004	-11	904	7	1004	-11	904	7	1004	-11	904	7
1002	7	902	-6	1002	7	902	-6	1002	7	902	-6
1005	22	905	-4	1005	22	905	-4	1005	22	905	-4
1001	-15	923	-6	1001	-15	923	-6	1001	-15	923	-6
		913	-3			913	-3			913	-3
		901	2			901	2			901	2
편 차	9.895	편 차	4.858	편 차	9.895	편 차	4.858	편 차	9.895	편 차	4.858

(b), (c)에서 線型相似, Affine, 擬似 Affine 등의 視差의 크기가 같게 나타나고 있음은 注目할만한 事實이었고,

3. 相互標定過程에서 平行因子 u_y, u_z 의 收斂過程을 보면 그림 3.3의 (a), (b), (c)에서 거의 같은 振幅을 維持하면서 10^{-7} 에 收斂되는 現象을 볼 수 있다.

4. 그림 3.4에서 接合標定結果 strip의 較差(strip 形成後 X, Y, Z의 較差)는 線型相似 變換

式을 利用한 경우가 제일 컸으며, Affine, 擬似 Affine의 順이며 Δz 가 Δx 및 Δy 에 比하여 큰 誤差로 나타났고,

5. 그림 3.5에서 絶對標定을 마친 後 D_x, D_y, D_R, D_z 의 分布狀況을 보면 D_x 가 最大이며, 最小은 D_z 로 나타내고 있었다.

6. 그림 3.6의 (a), (b)에서 標定因子의 組合 및 變形에 따른 收斂過程의 誤差分布에서 첫째 平行 및 回轉因子를 適用한 경우가 回轉

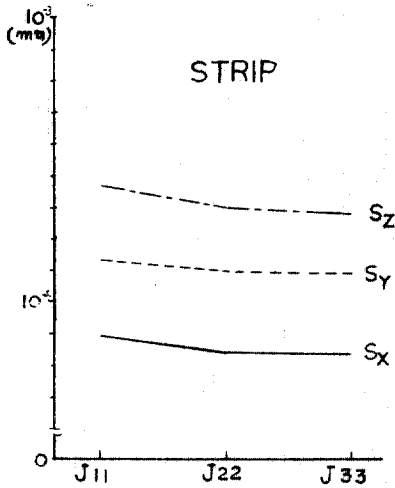


그림 3.4 Strip의 較差

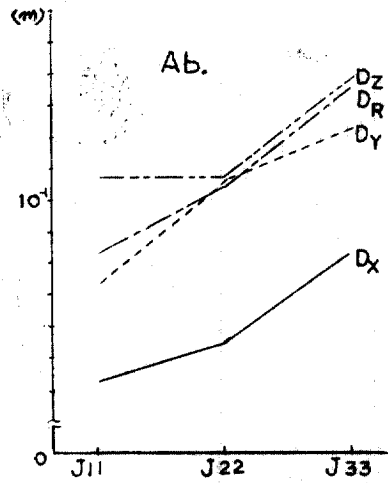
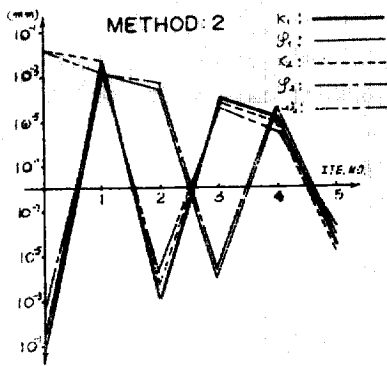
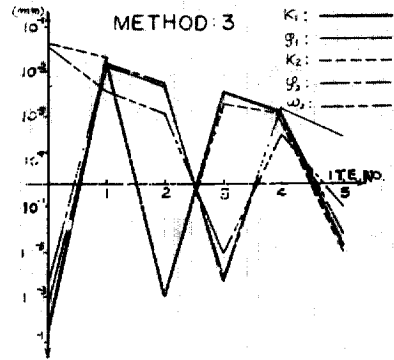


그림 3.5 絕對座標에서의 誤差



(a) method 2



(b) method 3

그림 3.6 相互標定過程에서 標定因子的 收斂現象

因子만을 사용한 경우보다 標定精度가 良好하였음을 알 수 있었으며,

둘째 相互標定 收斂過程에서 標定因子를 代數函數(method-2)를 사용한 경우가 3角函數(method-3)를 사용한 경우보다 精度는 良好하였지만 收斂速度는 거의 같게 10^{-7} 에 收斂함을 알 수 있었다.

7. 그림 3.7에서 接合標定結果 strip의 較差의 크기는 method 1이 제일 적었으며, method 2와 3은 거의 같게 나타났고, 그림 3.8에서 絕對標定을 거친 후 絕對座標에 관한 誤差의 分布

는 method 1이 제일 적었으며, method 3이 제일 크게 나타났다.

4. 結 論

本 研究를 通하여 各 標定段階에서 惹起되는 誤差分布를 考察한 結果 다음과 같은 特徵을 알 수 있었다.

1. strip 較差는 線型相似 變換式을 利用한 경우가 제일 적었으며, Δz 가 Δx 와 Δy 에 比하여 큰 誤差를 보였다.

2. model 座標 計算過程에서 標定の 平行因子

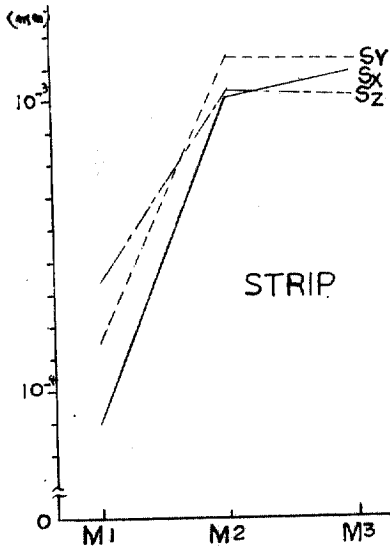


그림 3.7 method 1, 2, 3에 대한 strip의 較差

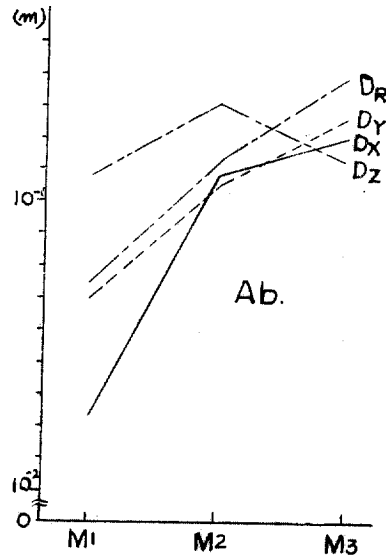


그림 3.8 絶對標定에서 method 1, 2, 3에 대한 D_x, D_y, D_z 의 誤差

收斂現象은 거의 같은 振幅을 維持하면서 10^{-7} 에 收斂하였다.

3. strip 座標系에서나 絶對座標系에서 精度가 良好한 順位는 $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ 로 나타났다.

4. 標定因子의 組合 및 變形에 따른 收斂過程의 誤差分布에서 平行 및 回轉因子를 適用한 경우가 回轉因子만을 使用한 경우보다 같은 收斂 回數에 대하여 標定精度가 좋았으므로 바람직한 標定解析의 技法開發에 하나의 方向을 提示할 수 있다고 思料된다.

本研究를 위하여 도와주신 峨山財團에 감사드리는 바이다.

參 考 文 獻

1. Rolland L. Hardy: Analytical Topographic Surface by Spatial Intersection, *Photogrammetric Engineering*. Vol.38, p.452, 1972.
2. F. Ackerman: A Programme Package for Block Adjustment with Independent Model, *Verlug des Institutes für Anpewandte Geodäsie Frankfurt A.W.* p.39, 1972.
3. F. Amer: *Adjustment of Derial Triangulation*, ITC Delft, 1978.
4. Paul Andre Gagnen: "Expeniments on Model Fo-

- rmation" *Photogrammetric Engineering*. Vol.38 No.3, pp.249-255, 1972.
5. Schwidewsky & Ackerman: "*Photogrammetrie*", Tenber Stuttgart. pp.175-176, 1976.
6. 柳福模: 寫眞測定學概論, 塔出版社, pp.118~301, 1980.
7. 解析寫眞測量講座: 寫眞測量とリモートセンシング pp.1~3, 1981.
8. *Manual of Photogrammetry*; A.S.P. p.465-574, 1965.
9. *Analytical Photogrammetry*: Japanes Association of Surveying and Mapping. pp.1~37 1979.
10. 佐藤一彦 外 1人: 海洋測量ハンドブック, 東海大學出版會, pp.288-298, 1973.
11. Pauler. Wolf: *Elements of Photogrammetry*, MCGRAW-HILL, p.427, 1975.
12. 小林溝: Helmat 變換의 誘導方法について, 日本寫眞測量, Vol.8 No.1, pp.46~47, 1969.
13. A.A. IZOTOV: The need for More Studies of Atmospheric Refraction, *Geodesy, Mapping and Photogrammetry* Vol. 17, No.2, pp.98~100 1975.
14. M.N. BOLVSHEV: Applying Inter Polation Polynomials for the Geodetic Orientation of Photogrammetric Grids, *Geodesy, Mapping and Photogrammetry* Vol.17, No.1, pp.45~50, 1975.

(接受 1982. 2. 25)