韓國林學會誌 57: 1-7. 1982
Jour. Korean For. Soc. 57: 1-7. 1982

소나무林의 密度管理에 關한 研究(I)[1]

-單純 logistic曲線과 소나무林에 대한 그의 適用-

權五福[2]·李興均[3]·禹鍾春[2]

Stand Density Management Studies on Pine Stands in Korea (I)[1]

-The Simple Logistic Growth Curve and Its Application to Pine Stands-

O Bok Kwon[2] ·Heung Kyun Lee[3] ·Chong Chun Woo[2]

要　　約

원래 人口增加曲線으로 알려진 單純logistic曲線은 草本植物의 成長表現에도 利用되어 왔다. 草本의 경우 理論値와 實測値 사이의 適合度는 滿足스러운 것으로 알려져 있다. 그러나 草本과는 特性이 相異한 木本植物의 成長에 單純logistic曲線이 適用된 예는 극히 드물다. 따라서 그에 대한 適合性 여부는 아직 의문시 되고 있다. 本研究에서는 林分密度管理의 基礎가 되고 있는 單純logistic曲線의 適合性을 조사하기 위하여 이것을 소나무林分에 適用시켜 보았다. 適合性檢定을 위해서는 Chi-square test가 채용되었다.

ABSTRACT

The simple logistic growth model or the logistic curve, being originally a kind of population growth curve, has also been sometimes utilized to describe growth curves in herbaceous plants such as duckweed and sunflowers. It has already been recognized that the agreement between the theoretical calculations and the empirical observations is quite satisfactory from a practical point of view. It remains, however, still doubtful whether the logistic curve could be applied to the growth of ordinary woody plants which is quite different in its character from that of herbaceous plants. In this study, the simple logistic model, being a basic tool of stand density management, is applied to yield data from pine stands in order to test the adequacy of the model. An attempt of testing the significance of the fit is made by applying the Chi-square test.

Key words: stand density management; simple logistic growth curve.

緖　　言

單純logistic曲線은 처음에 人口學에서 Belgium의 數學者 Verhulst(1923)에 의해서 提案된 古典的인 成長曲線式이다. 그 후 美國의 生物學者, 人口學者인 Pearl(1924)에 의해서 再發見되어 有名해졌다. 環境條件이 有限일 때 人口는 처음에는 時間이 지남에 따라 점차 증가하고 그 후 增加率이 체감하여 결국 어느 一定한 極限値(上限値)에 接近하게 되는데 이러한 人口增加法則을 理論的으로 定式化한 것이다. 植物學 分野에서는 Robertson(1923)에 의해서 다른 立場에서 同一한 曲線式을 提唱하면서부터 이것을 Robertson成長式이라 부르게 되었다.

---

1 接受 8月 2日 Received August 2, 1982.
2 江原大學校 林科大學 College of Forestry, Kangweon National Univ., Chuncheon, Korea.
3 林業試驗場 Forest Experiment Station, Seoul, Korea.

원래 成長論에서는 環境條件이 아주 좋고 따라서 成長을 억제하는 作用이 전연 없든가 또는 完全히 一定할 때에는 指數函數的(exponential)으로 成長하는 것으로 알아왔다. 그러나 現實의 環境에서는 長期的으로 成長率이 一定한 exponential 成長이 實現되는 예는 드물고 成長 억제작용 때문에 成長率은 점차 감소하여 드디어는 0이 될 것이므로 결국 成長은 上限値에 도달하게 될 것이다. 이러한 사실을 종합해 보면 成長은 a) 억제하는 條件이 없으면 exponential 成長을 하고, b) 環境이 有限할 때에는 上限이 있다고 要約할 수 있으며 이 두가지 條件을 만족시키는 成長曲線이 單純logistic曲線이라 말할 수 있다. 그러므로 單純logistic曲線은 成長係數 λ와 上限値 W가 一定한 경우에 속한다.

그 후 Pearl (1926)는 λ가 一定하다는 것은 生物成長에 대해서는 너무 엄격한 條件이라 하여 成長係數가 時間的으로 變動할 수 있도록 $\lambda(t)$를 채용할 것을 제안한 바 있다. logistic理論이 가장 비약적으로 發展한 것은 Shinozaki[16] (1953~1954)의 硏究에서다. 그는 λ와 W의 兩者가 時間에 따라 變化하는 것으로 보고 $\lambda(t)$와 $W(t)$를 채용하므로써 logistic 曲線의 一般化에 成功했다. 이것을 一般logistic 曲線이라 부르며 이 成長理論은 1年生作物에 대해서는 Kira[9] (1957), Hozumi[7] (1960), Yoda[22] (1971) 등에 의해서 그리고 林木에 대해서는 Shidei[17] (1956), Tadaki[19, 20] (1963) 등에 의해서 그의 正當性이 確認되었다. 이 理論을 基礎로 한 同齡單純林의 密度管理方法은 Tadaki[19] (1963), Ando[3] (1968), Aiba[1, 2] (1975, 1975) 등에 의하여 報告된 바 있다.

이와 같이 logistic成長理論은 發展을 거듭해서 育林技術에 實用되는 段階에까지 왔으나 그 發展의 初期段階에서는 이 理論을 林木成長에 適用시킨 예가 극히 드물다. 成長理論은 競爭理論의 基礎가 될 것이므로 林分密度管理의 基礎가 되고 있는 單純logistic 曲線의 生物學的 意味를 多角度로 檢討해 본다는 것은 合理的인 密度管理를 위하여 必要한 일이라 생각한다.

이러한 관점에서 本稿에서는 우선 logistic曲線의 生物學的 의미를 論議하고 時間方向으로 追跡하는 소위 古典的인 單純logistic曲線이 林木의 實際 成長曲線과 어느 정도 어긋나는가를 檢討해 보기로 한다. 本硏究에서 사용된 資料는 李[11] (1971)가 조제한 中部地方 소나무 收穫表資料와 Sweda[18] (1979)가 조사한 Canada의 jack pine成長資料다.

1. logistic曲線의 數學

logistic曲線의 理論解說은 다른 文獻에 맡기기로 하고 여기에서는 本硏究를 진행시키는데 必要한 最小限의 槪說만을 해두기로 한다.

logistic 曲線은 보통 다음 식으로 표시된다.

$$\frac{1}{w}\cdot\frac{dw}{dt}=\lambda\left(1-\frac{w}{W}\right) \qquad (1)$$

또는 積分해서

$$w=\frac{W}{1+Ke^{-\lambda t}} \qquad (2)$$

여기에서 $\frac{dw}{dt}$는 成長速度, $\frac{1}{w}\cdot\frac{dw}{dt}$는 成長率(또는 相對增加率), W는 주어진 條件 밑에서 成長할 수 있는 w의 最大値, λ는 成長係數, K는 積分常數다.

(1)식을 유도한 經緯를 살펴보면 Pielou[15] (1969)는 個體의 成長率이 集團의 크기 w의 函數라고 假定하고 유도했다. 즉,

$$\frac{1}{w}\cdot\frac{dw}{dt}=f(w) \qquad (3)$$

集團의 크기가 작아서 個體 사이에 競合이 없을 때 한 生物體가 出生하느냐 死滅하느냐하는 確率은 集團의 크기에 상관없이 一定하다고 가정할 수 있겠다. 그러나 集團의 크기가 커지고 環境이 限定되어 있을 때에는 資源不足으로 集團의 數가 制限될 것이므로 (3)의 假定은 당연한 가정이라 생각된다. 集團이 크면 클수록 成長을 억제하는 힘은 더 클 것이므로 $df(w)/dw$는 negative가 되어야 하는데 Pielou는 $f(w)$가 直線이라는 가장 간단한 假定을 採用하고 있다.

즉, $$f(w)=a-bw\quad(a,b>0) \qquad (4)$$

따라서, $$\frac{dw}{dt}=w\,(a-bw) \qquad (5)$$

(5)식은 $a=\lambda$, $a/b=W$라고 할 때 (1)식이 된다.

(1)식은 Drew[6] (1977)가 소개한 바와 같이 個體의 成長速度가 集團의 不飽和比率 $\left[\frac{W-w}{W}\right]$에 比例한다고 가정하고 유도할 수도 있다. 飽和點에 接近할수록 成長速度가 점차로 減退한다는 뜻인데 이것을 다음과 같이 表現할 수 있다.

$$\frac{dw}{dt}\propto\left[1-\frac{w}{W}\right] \qquad (6)$$

한편 環境에 여유가 있을 때에는 다음과 같이 成長速度가 w에 比例한다고 假定할 수도 있다.

$$\frac{dw}{dt}\propto w \qquad (7)$$

(6)식과 (7)식을 結合시키면

$$\frac{dw}{dt} \propto w\left(1-\frac{w}{W}\right) \quad \cdots\cdots (8)$$

따라서 $\frac{1}{w}\cdot\frac{dw}{dt} = \lambda\left(1-\frac{w}{W}\right) \quad \cdots\cdots (9)$

Lotka[15] (1925)는 어느 時點에 있어서 成長速度는 그때의 集團의 크기와 函數關係가 成立하는 것이 바람직하다는 假定 밑에서 유도하고 있다.

즉 $\frac{dw}{dt} = f(w)$

여기에서 $f(w)$를 Taylor 展開하면

$$\frac{dw}{dt} = c_0 + c_1 w + c_2 w^2 + c_3 w^3 + \cdots \quad \cdots\cdots (10)$$

集團이 成長하기 위해서는 적어도 한 個體가 있어야하므로 $w=0$일 때 成長速度는 분명히 0이다. 따라서 $c_0=0$ 만약에 $\frac{dw}{dt}=c_1 w$라면 $w=0$일 때 $dw/dt=0$이고 $w>0$일 때 $dw/dt>0$가 되는데 지금 여기에서 요구하고 있는 것은 $f(w)=0$가 두 개의 根을 가지고 있어야 한다. 왜냐하면 dw/dt는 $w=0$일 때에는 물론 0이고 w가 飽和點에 달했을 때에도 0이어야 하기 때문이다. 이러한 條件을 滿足시켜 주는 가장 간단한 식은 w^2項으로 끝나는 다음식이 될 것이다.

$$f(w) = \frac{dw}{dt} = c_1 w + c_2 w^2 \quad \cdots\cdots (11)$$

이때 $f(w)$의 두 根은 $w=0$일 때와 $w=-\frac{c_1}{c_2}$일 때이고 $c_1=a$, $c_2=-b$라고 하면,

$$\frac{dw}{dt} = w(a-bw) \quad \cdots\cdots (12)$$

로 되어 logistic 식이 유도된 셈이다. 여기에서도 $a=\lambda$, $a/b=W$라고 할 때 (1)식이 됨은 勿論이다.

(1)식에서 $w=0$, $w=W$일 때 각각 $dw/dt=0$가 되고 (2)식에서는 $t=-\infty$일 때 $w=0$, $t=+\infty$일 때 $w=W$가 됨을 알 수 있다. 이것은 (2)식으로 표시되는 成長曲線에는 上方漸近線과 下方漸近線이 있음을 말해 주고 있으며 (1)식을 t에 대하여 다시 微分하면

$$\frac{d^2w}{dt^2} = \lambda\left(1-\frac{2w}{W}\right) \quad \cdots\cdots (13)$$

따라서 logistic 曲線은 $w=\frac{W}{2}$에서 즉 두 漸近線의 中間에서 變曲點이 나타나고 있음을 말해준다. 지금 이 變曲點의 t 값을 t_0라고 할 때

$$\frac{W}{2} = \frac{W}{1+Ke^{-\lambda t_0}} \quad \cdots\cdots (14)$$

로 되어 $Ke^{-\lambda t_0}=1$ 또는 $t_0=\frac{1}{\lambda}\log_e K \quad \cdots\cdots (15)$

가 성립하고 (2)식은 다시 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$w = \frac{W}{1+e^{-\lambda(t-t_0)}} \quad \cdots\cdots (16)$$

2. logistic 曲線의 推定

logistic 曲線은 非線形이기 때문에 係數 λ, w는 직접 最小自乘法으로 결정할 수 없다. 대개의 경우 線形式으로 바꾸어 最小自乘法을 適用시키게 된다. 數學的 관계를 이용한 Fisher[14] (1950)의 方法, 階差方程式을 이용한 Yule[14](1952)의 方法, Rhodes[14](1940)의 方法들은 모두 이에 속한다. 이 方法들은 相對增加率이 線形式으로 변화한다는 logistic 曲線의 性質을 이용한 것이다. 또 係數決定에는 三元連立方程式을 풀어서 구하는 方法이 있으며 Yule[14] (1925)가 제의한 選點法과 逆數加算法들이 이에 속한다. 이 方法들은 初期에 係數를 결정하기 위하여 사용하던 方法들이라 하며 logistic 曲線의 推定에서는 決定되어야 할 未知數가 세 개 있으므로 세 쌍의 t와 w를 대입하여 三元連立方程式을 만들고 그것을 풀어서 세 개의 係數 λ, W, K를 決定하는 方法이다.

지금 江原地方소나무林分과 中部地方소나무林分의 平均直徑資料(site index 10)를 가지고 Fisher, Hotelling, Yule, Rhodes 그리고 새로운 方法[14]으로 推定된 λ와 W는 表 1과 같다. 表 1에 제시된 λ의 平均은 江原地方소나무에 대해서는 0.6619, 中部地方소나무에 대해서는 0.6459로 나타났고 W의 平均은 江原 23.2629, 中部 22.3895로 계산되었다. 그리고 江原, 中部全體의 平均은 $\lambda=0.6539$, $W=$

Table 1. Parameters estimated by five methods.

Method \ Parameter		λ	W
Fisher	Kangweon	0.6258	23.8855
	Central	0.5992	23.0461
Hotelling	Kangweon	0.6365	23.6617
	Central	0.6115	22.9887
Yule	Kangweon	0.6547	23.5242
	Central	0.6028	23.5028
Rhodes	Kangweon	0.6958	22.6833
	Central	0.7078	21.2259
New Method	Kangweon	0.6967	22.5598
	Central	0.7082	21.1838

22.8262 였다.

다음에 積分常數 K는 Rhodes[14] (1940)의 方法으로 推定했다. 그는 (2)식에 λ와 W의 推定値를 代入해서 다음과 같이 直線으로 變換시키고 있다.

$$log_e\left(\frac{W}{w_t}-1\right) = log_e K - \lambda t \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (17)$$

$$(t=0,\ 1,\ 2,\cdots\cdots,\ N-1)$$

여기에서 K는 (17)식의 兩邊의 合이 같다고 보고 다음과 같이 推定할 수 있다.

$$log_e K = \lambda\left(\frac{N-1}{2}\right) + \frac{1}{N}\sum_{t=0}^{N-1} log_e\left(\frac{W}{w_t}-1\right) \quad \cdots\cdots\cdots (18)$$

이러한 Rhodes의 方法으로 계산된 K는 江原地方소나무에 대해서는 4.6945, 中部地方소나무에 대해서는 5.5950로 나타났고 江原, 中部의 平均直徑에 대한 K는 4.7722로 계산되었다. 그러므로 江原, 中部 그리고 全體에 대한 直徑의 logistic曲線式은 各各 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$w = \frac{23.2629}{1+4.6945e^{-0.6619t}} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (19)$$

$$w = \frac{22.3895}{1+5.5950e^{-0.6459t}} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (20)$$

$$w = \frac{22.8262}{1+4.7722e^{-0.6539t}} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (21)$$

한편 江原地方소나무林의 平均樹高, 平均材積에 대한 logistic曲線式은 Hotelling[12] (1972)의 方法으로 각각 다음과 같이 推定되었다.

$$w = \frac{15.1655}{1+3.97025e^{-1.0009}} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (22)$$

$$w = \frac{215.7059}{1+20.9782e^{-1.4668}} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (23)$$

3. W, λ, K의 變動

前項에서 江原地方소나무林의 平均直徑에 대한 W는 23.2629였다. 이것은 주어진 條件 밑에서 成長할 수 있는 直徑의 最大値가 23.2629 cm 라는 뜻이다. 즉 소나무林分收穫表에서 年齡範圍는 10~50年으로 되어 있으므로 50年生 以前의 資料로 계산할 때 上限直徑이 23.2629 cm 가 된다는 뜻이다. 이 數値는 같은 年齡範圍일 때의 中部地方소나무林의 上限直徑($W=22.3895$)보다 약간 크다. 이러한 사실은 江原地方이 中部地方보다 소나무의 生育環境이 좋다는 것을 의미하는 것으로 해석된다.

logistic曲線에서 上限直徑 W는 결국 林木의 最終到着直徑이다. 그러므로 W는 最終到着直徑이 될 수 있도록 充分히 長期의 直徑資料에 의하여 계산되어야 한다. 그렇지 않을 때 推定된 成長曲線은 그 林木의 眞正한 logistic曲線이 될 수 없고 早期에 成長이 最終點에 도달하는 그러한 曲線을 얻게 될 것이다.

사용된 直徑資料에 따라 W가 어떻게 變動하는가를 알아보기 위하여 100年生의 Jack Pine 單木直徑資料[18] (tree number 2)를 가지고 10, 20, 30, ⋯⋯ 100年生까지의 直徑으로 각각 logistic曲線을 推定해 보았다. 각 曲線의 W 그리고 참고적으로 λ와 K를 表 2에 提示한다.

Table 2. Parameters of logistic curves corresponding to various age-ranges.

Age \ Parameter	λ	W	K
10	0.6401	3.9536	12.1162
20	0.5237	5.4803	15.4783
30	0.4633	6.3551	17.7508
40	0.4205	7.0009	20.0191
50	0.3853	7.5403	21.8588
60	0.3459	8.1571	22.3647
70	0.3045	8.8517	21.0079
80	0.2711	9.5104	19.9738
90	0.2419	10.2076	18.7791
100	0.2161	10.9274	20.6621

表 2에서 10年生까지의 直徑으로 계산된 W는 3.9536이였으나 100年生까지의 直徑으로 계산된 것은 10.9274로 增加하고 있다. 그리고 表에 나타난 W値의 增加추세를 볼 때 最終到着直徑은 100年生 이후에서 나타날 것이 확실하고 따라서 100年生 以前의 直徑資料만으로는 相對的 成長效果는 評價할 수 있으나 정확한 絶對成長效果는 推定할 수 없음을 짐작할 수 있다.

다음에 W의 變動이 w의 크기에 어느 정도로 영향을 주고 있는가를 살펴보면 (2)식에서 $t\rightarrow\infty$일 때 $e^{-\lambda t}$는 無限小로 되어 $w\fallingdotseq W$, 즉 時間이 充分히 지나면 w는 W에 漸近한다. 그리고 그 附近에서는 w의 近似値로 $W(1-e^{-\lambda t})$를 채용할 수 있다. 왜냐하면 (2)식에서

$$\begin{aligned} w &= W\left(\frac{1}{1+Ke^{-\lambda t}}\right) \fallingdotseq W\left(\frac{1}{1+e^{-\lambda t}}\right) \\ &= W(1-e^{-\lambda t}+e^{-2\lambda t}-e^{-3\lambda t}+\cdots\cdots) \\ &\fallingdotseq W(1-e^{-\lambda t}) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (24) \end{aligned}$$

라고 표시할 수 있기 때문이다.

한편 $t \to -\infty$에서는 $e^{-\lambda t}$는 無限大 따라서,

$$w = \frac{W}{1+Ke^{-\lambda t}} \doteqdot \frac{W}{Ke^{-\lambda t}} = \frac{W}{K}e^{\lambda t} \cdots\cdots\cdots\cdots (25)$$

이때의 w는 無限小라고 말할 수 있다.

이상을 요약하면 W는 成長의 終着點 부근에서 w 値決定에 絶對的인 役割을 하고 있으나 그 반면에 t가 0에 가까워짐에 따라 w値決定에 대한 영향력이 점차로 減退한다고 말할 수 있다. 다시 말하면 林木의 成長初期에는 W의 영향을 적게 받으므로 W에 다소 變動이 있다 하더라도 成長曲線에는 별 變化가 없으나 末期에는 W의 變動에 따라 예민하게 變化한다.

다음에 λ의 變動을 살펴보기로 한다. 表 2를 보면 成長係數 λ는 年齡範圍가 擴大될 때 減少하는 傾向을 보여주고 있다. 10年生까지의 直徑資料를 사용하여 logistic 曲線을 구했을 때 $\lambda=0.6401$이였으나 100年生까지의 資料로 계산한 경우 $\lambda=0.2161$로 減少했다. 이와 같이 W의 變化에 따라 一定한 傾向으로 變動하고 있는 λ의 生物學的 意味는 무엇일까. 우선 λ의 性質을 式에서 살펴보면 (1)식에서 w가 W에 비하여 아주 작을 때

$$\frac{1}{w}\cdot\frac{dw}{dt} \doteqdot \lambda \cdots\cdots\cdots\cdots (26)$$

라고 표시할 수 있으므로 λ는 $w \ll W$의 時期, 즉 成長初期에 表面에 나타나며 그것의 크기는 그때의 成長率과 같다고 말할 수 있다. 이러한 關係는 $\frac{1}{w}\cdot\frac{dw}{dt}=S$ 라 놓고 (1)식을

$$\frac{S}{\lambda} + \frac{w}{W} = 1 \cdots\cdots\cdots\cdots (27)$$

로 變形시키면 더 쉽게 이해할 수 있다. (27)식은 S軸에서는 λ를 그리고 w軸에서 W를 지나는 直線이고 w가 0의 時期, 즉 成長初期에는 S가 λ와 같다는 것을 말해 준다.

이와 같이 初期의 成長率에 해당하는 λ는 위에서 말한 그의 性質로 보아 W가 一定한 logistic曲線에서는 樹種別로 定해지는 定數라고 봐야 할 것이다. 다시 말하면 λ는 環境의 영향을 거의 받지 않았을 때의 成長率이므로 環境要因과는 관계없는 樹種固有의 內因에 關聯되는 量이라고 생각해도 무방하다. 이에 반하여 W는 w의 上限値로 $w \doteqdot W$의 時期, 즉 成長의 末期에 表面에 나타나게 되는데 말하자면 環境의 容量이라고 생각할 수 있다. 따라서 W는 그때그때의 環境에 左右되는 林木의 外因에 관련되는 量이라고 말할 수 있다. 이와 같이 생각할 때 複雜한 內外因의 變化 속에서 成長하고 있는 林木은 그의 成長曲線에 있어서 당연히 λ와 W에 變化가 있어야 할 것이다. 실지에 있어서 表 2를 보면 上限値 W가 增加함에 따라 成長係數 λ는 減少하는 傾向을 보여주고 있다. 이것은 直徑成長의 單純logistic曲線에서 λ와 W 대신에 時間의 函數인 $\lambda(t)$와 $W(t)$를 사용해야 함을 暗示하는 것이고 本硏究에서는 計算結果를 통하여 Shinozaki[16] (1953~1954)의 一般 logistic 成長理論의 正當性을 알게 된 셈이다.

積分常數 K는 (2)식에서 $t=0$라고 할 때 $w_0=W/(1+K)$로 되어

$$K = \frac{W-w_0}{w_0} \cdots\cdots\cdots\cdots (28)$$

라고 표시할 수 있다. 이때 w_0는 成長初期의 크기라고 생각할 수 있으므로 결국 K는 成長의 初期條件에 의해서 決定되는 常數라고 말할 수 있다. 表 2에서 K가 變動하고 있는 것은 W가 다르기 때문이고 같은 樹種, 같은 環境에서는 K는 一定하게 될 것이다. (28)식에서 $w_0 \neq 0$, 즉 成長曲線이 原點을 지나지 않는다는 것이 logistic 曲線의 特性이라고 말할 수 있겠다. 원래 胸高直徑은 原點을 지나지 않으나 다른 成長要素, 예를 들면 林木의 材積이라든가 重量등도 logistic 曲線에서는 原點을 지나지 않는다고 보는 것이다.

4. 誤差의 推定

Sweda, Umemura[18] (1979)가 測定한 Jack Pine(No. 2, 100年生) 直徑成長資料를 재차 引用하여 實測値와 推定値 사이의 誤差를 검토해 보기로 한다. 表 2에서도 알 수 있는 바와 같이 10, 20, 30, ……, 100年生까지의 直徑資料로 推定된 logistic 曲線式은 각각 다음과 같다.

$$w = \frac{3.9536}{1+12.1162e^{-0.6401t}} \cdots\cdots\cdots\cdots (29)$$

$$w = \frac{5.4803}{1+15.4783e^{-0.5237t}} \cdots\cdots\cdots\cdots (30)$$

$$w = \frac{6.3551}{1+17.7508e^{-0.4633t}} \cdots\cdots\cdots\cdots (31)$$

$$w = \frac{7.0009}{1+20.0191e^{-0.4205t}} \cdots\cdots\cdots\cdots (32)$$

$$w = \frac{7.5403}{1+21.8588e^{-0.3853t}} \cdots\cdots\cdots\cdots (33)$$

$$w = \frac{8.1571}{1 + 22.3647e^{-0.3459t}} \quad \cdots\cdots (34)$$

$$w = \frac{8.8517}{1 + 21.0079e^{-0.3045t}} \quad \cdots\cdots (35)$$

$$w = \frac{9.5104}{1 + 19.9738e^{-0.2711t}} \quad \cdots\cdots (36)$$

$$w = \frac{10.2076}{1 + 18.7791e^{-0.2419t}} \quad \cdots\cdots (37)$$

$$w = \frac{10.9274}{1 + 20.6621e^{-0.2161t}} \quad \cdots\cdots (38)$$

위의 10가지 경우중에서 實際로 誤差推定에 사용된 것은 10, 20, 30, ……, 60年生까지의 6가지 경우였다. 참고적으로 이 6가지 경우의 實測曲線(點線)과 推定曲線(實線)을 圖 1,2,3에 提示한다. 圖 1,2,3에서도 짐작할 수 있는 바와 같이 모든 경우에 있어서 實測値와 推定値는 잘 適合되는 것으로 나타났다. 실제로 實測値와 推定値와의 適合度를 Chi-Square test해 본 결과 각각

$$\chi^2 = 0.4820 < \chi^2_{10-1}(0.05) = 16.92$$
$$\chi^2 = 1.1406 < \chi^2_{20-1}(0.05) = 30.1$$
$$\chi^2 = 2.6512 < \chi^2_{30-1}(0.05) = 42.6$$
$$\chi^2 = 4.9263 < \chi^2_{40-1}(0.05) = 54.6$$
$$\chi^2 = 7.8835 < \chi^2_{50-1}(0.05) = 66.3$$
$$\chi^2 = 12.0703 < \chi^2_{60-1}(0.05) = 67.5$$

로 되어 6가지 경우 모두 有意差가 없었다.

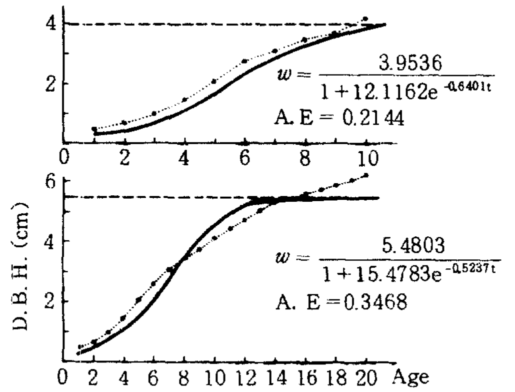

Fig. 1. Logistic curves of mean tree diameter at breast height (DBH) corresponding to 10-year (above) and 20-year (below) age ranges.

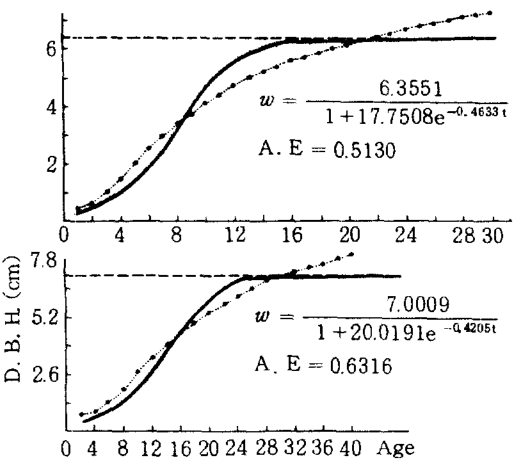

Fig. 2. Logistic curves of mean tree diameter at breast height (DBH) corresponding to 30-year (above) and 40-year (below) age ranges.

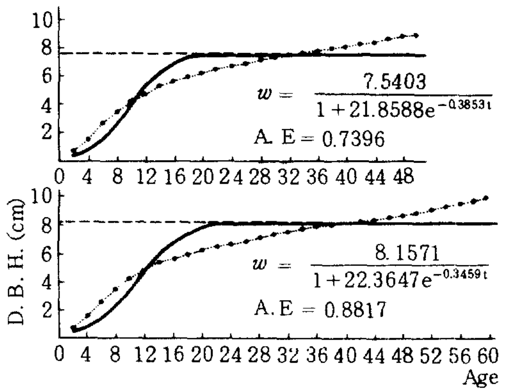

Fig. 3. Logistic curves of mean tree diameter at breast height (DBH) corresponding to 50-year (above) and 60-year (below) age ranges.

Table 3. Average of errors ignoring signs.

Age	Average of errors	Age	Average of errors
10	0.2144	40	0.6316
20	0.3468	50	0.7396
30	0.5130	60	0.8817

誤差의 크기를 推定하기 위하여 각 경우의 殘差平均을 구해본 결과 表 3과 같이 나타났다. 表 3에서 年齡範圍가 擴大됨에 따라 殘差平均이 증가하고 있음을 알 수 있다. 각 年齡範圍別 最大殘差도 10, 20, ……, 60年生順序로 각각 0.4291, 0.7044, 0.9667, 1.1794, 1.4648, 1.9379로 나타나 年齡範圍가 擴大됨에 따라 커지고 있다. 年齡範圍 혹은 直徑範圍가 擴大될 때 殘差平均이라든가 最大殘差가 커지는 것은 曲線推定에 있어서 당연히 일어날 수 있는 일이라 생각된다.

위에서 언급한 바와 같이 單純logistic曲線은 林木直徑에 대해서도 成長現象을 잘 표시해 주는 것으로 나타나고 있다. 그러나 logistic曲線을 밑받침하고 있는 假定에는 다음과 같이 現象과 모순된 것들도 있다는 것을 알아야 한다.

1) 上限直徑은 실제 最終到着直徑보다 훨씬 빨리 나타난다. 이것은 원래의 logistic理論의 假定은 아니다. 計算의 편의상 여기에서 묵시적으로 설정한 假定이다.

2) 成長速度 dw/dt는 初期에는 w에 比例하고 上限漸近線에 接近할수록 감퇴한다. 이 假定은 지금 여기에서 취급하고 있는 直徑成長에 관한한 正當한 假定이라고는 볼 수 없다.

3) logistic曲線에는 變曲點이 있고 이 變曲點에 대하여 對稱이다. 이것은 林木의 成長過程을 설명하기에는 너무 硬直한 假定이다.

結 言

林分密度管理의 基礎가 되고 있는 單純logistic曲線의 生物學的 의미를 論議하고 우리나라 赤松林에 대한 理論曲線을 推定하는 동시에 理論曲線과 現實曲線 사이의 適合度를 조사해 보았다. 원래logistic曲線을 밑받침하고 있는 假定 중에는 現實에 맞지 않는 것들이 몇가지 있으나 그것에 관계없이 理論曲線과 現實曲線은 잘 適合되는 것으로 나타났다.

謝 辭

本研究가 遂行될 수 있도록 研究費를 支援해준 産學協同財團에 眞心으로 감사드리는 바이다.

引 用 文 献

1. 相馬芳憲. 1975. スギ人工林の生長に およぼす保育の影響(I). 日林誌 57 : 1－5.
2. 相馬芳憲. 1975. スギ人工林の生長に およぼす保育の影響(Ⅲ). 日林誌 57 : 67－73.
3. 安藤 貴. 1968. 同令單純林の密度管理に關する生態學的研究. 林試硏報 210 : 1－113.
4. Blackman, V. H. 1919. The compound interest law and plant growth. Ann. Bot. 33:358－360.
5. Drew, T. J. and J. W. Flewelling. 1977. Some recent Japanese theories of yield density relationships and their application to Monterey pine plantations. Forest Sci. 23 : 517－534.
6. Drew, T. J. 1979. Stand density management ; an alternative approach and its application to Douglas-fir plantations. Forest Sci. 25 : 518－532.
7. 穗積和夫. 篠崎吉郎. 1960. 植物生長の ロジスチック理論. 古今書院. 272－304.
8. 穗積和夫. 1978. 植物の相互作用. 生態學講座 10. 共立出版社.
9. 吉良龍夫. 1957. 密度・競爭・生産. 大阪營林局. 1－31.
10. Kira, T. H. Ogawa and N. Sakazaki. 1953. Intraspecific competition among higher plants. competition-yield-density interrelationship in regularly dispersed populations. Jour. Inst. Polytech. Osaka city Univ. 4 : 1－16.
11. 李興均. 1971. 中部地方소나무의 收穫과 成長에 關한 研究. 林試硏報 18.
12. 森田優三. 1972. 經濟變動の統計分析法. 岩波 214.
13. Nair, K. R. 1954. Statistics and Mathematics in Biology. 119－132.
14. 西澤正久. 1956. 成長曲線の適合. 日林誌 38(5).
15. Pielou, E. C. 1969. An Introduction to Mathematical Ecology.
16. 篠崎吉郎. 1958. 生長曲線論. 現代生物學講座 6 : 1－24.
17. 四手井綱英. 1956. 林分密度の問題. 日林技協 86.
18. Sweda, T., Umemura T. 1979. Growth of even-aged Jack Pine stands. Report of Nagoya Univ.
19. 只木良也. 1963. 競爭密度效果式を基にした幹材積收穫豫測. 林試硏報 154 : 1－19.
20. 只木良也. 1963. 競爭密度效果式を用いて 檢討した間伐と 幹材積收穫との關係. －アカマツの場合－ 林試硏報 166 : 1－20.
21. Feller W. 1939. On the logistic law of growth and its empirical verifications in biology. Dpt. of Mathematics, Brown Univ., Providence, RI.
22. 依田恭二. 1971. 森林の生態學. 築地書舘. 生態學研究 4.