

2人 셨다 게임

權 致 明*
朴 淳 達*

概 要

'섰다' 게임은 흔히 애용되는 게임이다. 이 論文은 이 셨다 게임의 模型化를 시도한 것으로써 특히 2人 셨다 게임을 2人零合게임(two-person zero-sum game)으로 模型化하여 最適解를 구해 보았다.

이 2人 셨다 게임은 先과 또 한 사람사이의 셨다 게임으로 판돈과 설 때 내는 돈의 액수에 따라 最適解가 달라지는 데 예로써 판돈보다 설 때 내는 돈이 3배 일 때는 先은 7끗이상일 때 서는 것이 最適이고 상대방은 9끗이상일 때 서는 것이 最適이다. 이때 게임의 값은 -0.35이다.

I. 序 論

'섰다' 게임은 一般的으로 흔히 애용되는 놀음 中에 하나이다. 화투의 48장 中에서 1월에서 10월까지 쪽지만 20장 뽑는데, 그 중 3월과 8월의 쪽지 하나씩을 光으로 대체한다. 이 20장의 화투로써 先(dealer)이 게임의 參加者에게 2장씩 나누어 준 다음 미리 定해진 끗발(족보)에 의해 승부를 결정한다. 이 셰다는 보편적으로 미리 판돈(參加料)을 낸 다음 자기패를 보고 자신이 있으면 정해진 돈을 내고 선다. 물론 자신이 없으면 그냥 죽어버리므로 이때는 자기 판돈만 잊고 만다. 그런데 그냥 죽든 돈을 써든 다음 지든 누구가 땡이 나오면 땡값을 지불하여야 한다. 이 論文은 이러한 보편적인 셰다 게임을 計量의으로 分析하여 最適 셰다戰略를 결정해보자 하는 것이다. 그래서 우선 參加者가 2인인 셰다 게임을 模型화한 다음, 2人零合게임으로써 先과 다른 參加者의 最適 셰다戰略를 求하고자 한다.

이 論文에서는 先(參加者 1)과 또 한 사람의 參加者(參加者 2)와의 사이에 셰다 게임을 하는 것으로 하고 그 규칙은 다음과 같다고 한다.

- (1) 모든 參加者는 定해진 판돈을 낸다.
- (2) 先(Dealer)은 參加者들에게 우선 화투 1장을 나누어 주고 다음에 1장을 더 주어 全 參加者들이 2장의 화투장을 갖게 한다.
- (3) 參加者는 자기 화투패의 끗발(족보)를 보고 설 것인가, 죽을 것인가를 결정하고 선부터 서기 시작한다.
- (4) 끗발(족보)은 높은 順序로 다음과 같이 28가지로 定한다. (3, 8)광땡, 10땡, 9땡, 8땡, …… 1땡 (1, 2)패, (1, 4)패, (1, 9)패, (1, 10)패, (4, 10)패, (4, 6)패, 9끗, 8끗, …… 1끗, 0끗, 단 (4, 9)패는 특별한 경우로 끗발은 3이지만 자신보다 높거나 같은 끗발과는 비길 수 있으며 자기보다 낮은 끗발에는 이길 수 있다.
- (5) 參加者들의 끗발이 서로 비길 경우는 판돈을 서로 나누어 가지는 것으로 한다. (4, 9)패가 비길경우도 같은 경우로 한다.
- (6) 판돈과 서는 돈 액수는 미리 정해진 금액으로 하고, 땡값은 1땡부터 9땡까지는 參加料의 1배, 10땡은 2배, (3, 8)땡은 3배로 한다.
- (7) 參加者가 서로 땡을 잡았을 경우는 땡값의 차액만큼 높은 땡을 잡은 參加者에게 주기로 한다.

II. 2人零合게임의 模型化

이 셰다 게임은 2人零合게임으로 模型화하여 分析 코자한다. 이 게임을 2人零合게임으로 模型화하려면 각 參加者的 戰略과 利得行列(payoff matrix)을 결정하여야 한다.

〃 광맹을 〃 -3CE

을 얻게 된다.

다음 $P_r(i, j)$ 을 구해보자.

參加者 1과 2가 패 i, j 를 예를 들어 $i=(1, 2), j=(4, 6)$ 을 잡을 확률 $P_r(i, j)$ 는 參加者 1과 2가 2장의 화투를 잡을 수 있는 모든 경우의 數 ${}_{20}C_2 \times {}_{18}C_2 = 29070$ 에 대한 參加者 1이 (1, 2)패를 잡고, 동시에 參加者 2가 (4, 6)패를 가질 모든 경우의 數 16의 비율이다. 따라서 이 확률은 $16/29070$ 이 된다.

이러한 確率은 두 參加者의 패가 일어날 結合確率(joint probability)로 나타나며 이것은 전술한 바와 같이 두 參加者의 패가 일어날 結合事象(joint event)을 총 경우의 數로 나눈 것이다. 그런데 각 끗발(족보)이 일어날 경우는 表 1과 같다. 이러한 경우로서 선과 상대방이 어떤 끗발을 가질 結合事象의 경우數는 表 2와 같이 나타난다. $P_r(i, j)$ 는 表 2의 경우의 數를 총 경우수인 29070으로 나누면 된다.

이렇게 $P_r(i, j)$ 와 $U_{IJ}(i, j)$ 를 求하여 式(1)을 使用하여 利得行列 P 를 구하면 된다. 이렇게 P 를 구하게 되면 2人 零合게임의 解를 구하는 方法에 의하여 最適解를 구할 수 있게 된다. 例로서 설때내는 돈이 판돈의 3배일 때 利得行列 P 는 表 3과 같이 되고, 이때 선의 最適戰略은 $X(7)$, 상대방은 $Y(9)$ 가 되고 게임의 값은 -0.35가 된다. 즉 선이 불리하다.

表 1. 끗발의 경우

- 0끗 : {(2, 8), (3, 7)}
- 1끗 : {(2, 9), (3, 8), (4, 7), (5, 6)}
- 2끗 : {(2, 10), (3, 9), (4, 8), (5, 7)}
- 3끗 : {(3, 10), (5, 8), (6, 7)}
- 4끗 : {(1, 3), (5, 9), (6, 8)}
- 5끗 : {(2, 3), (5, 10), (6, 9), (7, 8)}
- 6끗 : {(1, 5), (2, 4), (6, 10), (7, 9)}
- 7끗 : {(1, 6), (2, 5), (3, 4), (7, 10), (8, 9)}
- 8끗 : {(1, 7), (2, 6), (3, 5), (8, 10)}
- 9끗 : {(1, 8), (2, 7), (3, 6), (4, 5), (9, 10)}
- (4, 6)끗 : {(4, 6)}
- (4, 10)끗 : {(4, 10)}
- (1, 10)끗 : {(1, 10)}
- (1, 9)끗 : {(1, 9)}
- (1, 4)끗 : {(1, 4)}
- (1, 2)끗 : {(1, 2)}
- 1맹 : {(1, 1)}
- 2맹 : {(2, 2)}
- : :

10맹 : {10, 10}

(3, 8)광맹 : {(3, 8), 단 광}

(4, 9)꽃 : {(4, 9)}

3. 結論

판돈, 설때 내는 돈, 맹값을 변화시켜 봄으로써 얻어지는 선과 상대방의 最適戰略은 表 4와 같이된다. 맹값은 맹이 나을 確率이 낮기 때문에 게임의 결과에 큰 영향을 미치지 못할 것이다. 설때 내는 돈은 판돈에 비하여 크면 커질수록 最適戰略은 높아짐을 알 수 있다. 이것은 판돈에 비하여 설때 내는 돈이 크기 때문에 조심스럽게 결정하여야 한다는 것을 뜻하고 있다. 반대로 판이 크면 많이 서는 것이 유리하기 때문에 最適戰略이 낮아진다.

그리고 판돈과 설때 내는 돈이 같거나 1:2일 때는 최적전략이 2개 나와 있으나 이것은 混合戰略을 의미하고 이 두 戰略의 볼록結合은 모두 最適戰略이 된다.

表 4. 最適戰略表

최적전략 게임값 경우	參加者 1의 최적전략	參加者 2의 최적전략	게임값
$AN=1.0$	$X(2)=1.0$	$Y(4)=1.0$	-0.04017
$BE=0.5$			
$CE=1.0$			
$AN=1.0$	$X(2)=0.499$	$Y(6)=0.904$	-0.11095
$BE=1.0$	$X(5)=0.501$	$Y(7)=0.096$	
$CE=1.0$			
$AN=1.0$	$X(5)=0.578$	$Y(8)=0.933$	-0.24611
$BE=2.0$	$X(7)=0.422$	$Y(9)=0.067$	
$CE=1.0$			
$AN=1.0$	$X(7)=1.0$	$Y(9)=1.0$	-0.35312
$BE=3.0$			
$CE=1.0$			

表 3 利得行列

	$Y(1)$	$Y(2)$	$Y(3)$	$Y(4)$	$Y(5)$	$Y(6)$	$Y(7)$	$Y(8)$	$Y(9)$	$Y(10)$	$Y(11)$	$Y(12)$	$Y(13)$	$Y(14)$
$X(1)$	0.000	-0.121	-0.307	-0.453	-0.526	-0.565	-0.574	-0.512	-0.362	-0.185	0.123	0.198	0.277	0.361
$X(2)$	0.121	-0.001	-0.204	-0.366	-0.452	-0.504	-0.529	-0.487	-0.359	-0.198	0.088	0.157	0.231	0.309
$X(3)$	0.307	0.195	-0.014	-0.209	-0.319	-0.396	-0.454	-0.444	-0.358	-0.231	0.014	0.076	0.141	0.209
$X(4)$	0.453	0.350	0.161	-0.041	-0.177	-0.281	-0.374	-0.400	-0.358	-0.266	-0.066	-0.013	0.043	0.102
$X(5)$	0.526	0.431	0.257	0.071	-0.070	-0.193	-0.310	-0.364	-0.355	-0.288	-0.120	-0.075	-0.025	0.026
$X(6)$	0.565	0.478	0.318	0.148	0.020	-0.108	-0.251	-0.332	-0.356	-0.315	-0.181	-0.142	-0.101	-0.056
$X(7)$	0.574	0.497	0.357	0.208	0.094	-0.018	-0.168	-0.285	-0.353	-0.347	-0.256	-0.227	-0.195	-0.160
$X(8)$	0.512	0.446	0.36	0.198	0.101	0.006	-0.123	-0.27	-0.359	-0.388	-0.342	-0.321	-0.298	-0.271
$X(9)$	0.362	0.310	0.215	0.113	0.036	-0.039	-0.142	-0.239	-0.363	-0.437	-0.445	-0.436	-0.423	-0.407
$X(10)$	0.185	0.142	0.067	-0.013	-0.075	-0.135	-0.217	-0.293	-0.390	-0.471	-0.524	-0.524	-0.521	0.513
$X(11)$	-0.123	-0.152	-0.203	-0.256	-0.299	-0.339	-0.394	-0.444	-0.508	-0.562	-0.627	-0.638	-0.646	-0.649
$X(12)$	-0.198	-0.224	-0.270	-0.317	-0.356	-0.392	-0.442	-0.486	-0.544	-0.592	-0.650	-0.661	-0.671	-0.677
$X(13)$	-0.277	-0.300	-0.341	-0.383	-0.418	-0.448	-0.493	-0.532	-0.583	-0.626	-0.677	-0.687	-0.697	-0.705
$X(14)$	-0.361	-0.381	-0.415	-0.452	-0.482	-0.509	-0.547	-0.582	-0.626	-0.664	-0.709	-0.717	-0.726	-0.734
$X(15)$	-0.449	-0.466	-0.495	-0.526	-0.551	-0.574	-0.607	-0.673	-0.675	-0.706	-0.744	-0.751	-0.758	-0.765
$X(16)$	-0.540	-0.553	-0.576	-0.601	-0.622	-0.641	-0.667	-0.692	-0.723	-0.749	-0.781	-0.787	-0.793	-0.799
$X(17)$	-0.630	-0.641	-0.659	-0.678	-0.694	-0.709	-0.729	-0.749	-0.774	-0.795	-0.819	-0.824	-0.828	-0.834
$X(18)$	-0.658	-0.667	-0.684	-0.702	-0.716	-0.730	-0.749	-0.768	-0.791	-0.810	-0.834	-0.838	-0.842	-0.847
$X(19)$	-0.686	-0.695	-0.711	-0.727	-0.740	0.753	-0.770	-0.788	-0.809	-0.828	-0.849	-0.853	-0.857	-0.862
$X(20)$	-0.715	-0.723	-0.738	-0.753	-0.765	-0.777	-0.793	-0.809	-0.829	-0.846	-0.866	-0.869	-0.872	-0.877
$X(21)$	-0.744	-0.752	-0.765	-0.779	-0.790	-0.801	-0.816	0.830	-0.848	-0.864	-0.882	-0.885	-0.889	-0.893
$X(22)$	-0.773	-0.780	-0.792	-0.805	-0.815	-0.825	-0.838	-0.851	-0.868	-0.882	-0.899	-0.902	-0.905	-0.908
$X(23)$	-0.802	-0.808	-0.819	-0.830	-0.840	-0.849	-0.861	-0.873	-0.888	-0.901	-0.916	-0.919	-0.921	-0.924
$X(24)$	-0.831	-0.837	-0.847	-0.857	-0.866	-0.873	-0.884	-0.895	-0.908	-0.920	-0.933	-0.936	-0.941	-0.941
$X(25)$	-0.861	-0.867	-0.875	-0.884	-0.892	-0.899	-0.908	-0.917	-0.929	-0.940	-0.951	-0.953	-0.955	-0.957
$X(26)$	-0.892	-0.897	-0.904	-0.912	-0.918	-0.925	-0.933	-0.941	-0.951	-0.960	-0.970	-0.971	-0.972	-0.975
$X(27)$	-0.928	-0.932	-0.937	-0.944	-0.949	-0.954	-0.961	-0.968	-0.976	-0.984	-0.992	-0.994	-0.995	-0.997
$X(28)$	-0.969	-0.972	-0.977	-0.982	-0.987	-0.991	-0.996	-1.001	-1.008	-1.015	-1.021	-1.022	-1.023	-1.025

表 3 利 得 行 級

	$Y(15)$	$Y(16)$	$Y(17)$	$Y(18)$	$Y(19)$	$Y(20)$	$Y(21)$	$Y(22)$	$Y(23)$	$Y(24)$	$Y(25)$	$Y(26)$	$Y(27)$	$Y(28)$
$X(1)$	0.449	0.540	0.630	0.658	0.686	0.715	0.744	0.773	0.802	0.832	0.861	0.892	0.928	0.969
$X(2)$	0.392	0.477	0.553	0.589	0.617	0.644	0.672	0.699	0.727	0.756	0.785	0.814	0.847	0.887
$X(3)$	0.283	0.359	0.436	0.459	0.484	0.509	0.535	0.560	0.585	0.611	0.638	0.665	0.695	0.731
$X(4)$	0.166	0.232	0.300	0.319	0.342	0.365	0.388	0.410	0.432	0.456	0.480	0.505	0.532	0.565
$X(5)$	0.082	0.140	0.200	0.217	0.237	0.258	0.279	0.299	0.320	0.342	0.364	0.386	0.412	0.442
$X(6)$	-0.006	0.045	0.098	0.114	0.131	0.151	0.169	0.188	0.207	0.226	0.247	0.268	0.290	0.318
$X(7)$	-0.120	-0.080	-0.037	--0.024	-0.009	0.008	0.023	0.039	0.055	0.073	0.091	0.109	0.128	0.154
$X(8)$	-0.239	-0.207	-0.172	-0.162	-0.150	-0.136	-0.124	-0.109	-0.096	-0.081	-0.066	-0.050	-0.034	-0.013
$X(9)$	-0.386	-0.365	-0.341	-0.335	-0.326	-0.315	0.306	-0.295	-0.285	-0.273	-0.262	-0.249	-0.237	-0.220
$X(10)$	-0.501	-0.490	-0.475	-0.471	-0.464	-0.456	-0.450	-0.442	-0.434	-0.425	-0.416	-0.407	-0.397	-0.384
$X(11)$	-0.649	0.648	-0.644	-0.643	-0.640	-0.635	-0.633	-0.627	-0.623	-0.617	-0.611	-0.606	-0.600	-0.591
$X(12)$	-0.679	-0.680	-0.678	-0.679	-0.676	-0.672	-0.670	-0.665	-0.661	-0.656	-0.651	-0.646	-0.641	0.633
$X(13)$	-0.709	-0.712	-0.713	-0.714	-0.712	-0.709	-0.707	-0.703	-0.699	-0.695	-0.691	-0.687	-0.682	-0.676
$X(14)$	-0.740	-0.744	-0.746	-0.747	-0.746	-0.744	-0.742	-0.740	-0.737	-0.733	-0.730	-0.727	-0.722	-0.716
$X(15)$	-0.772	-0.777	-0.781	-0.782	-0.781	-0.780	-0.779	-0.777	-0.775	-0.773	-0.770	-0.767	-0.763	-0.759
$X(16)$	-0.805	-0.810	-0.815	-0.816	-0.815	-0.816	-0.815	-0.814	-0.813	-0.812	-0.810	-0.807	-0.805	-0.801
$X(17)$	-0.838	-0.843	-0.848	-0.849	-0.850	-0.850	-0.850	-0.850	-0.850	-0.850	-0.849	-0.848	-0.846	-0.842
$X(18)$	-0.852	-0.856	-0.862	-0.863	-0.864	-0.864	-0.864	-0.864	-0.863	-0.863	-0.863	-0.861	-0.860	-0.858
$X(19)$	-0.866	-0.870	-0.875	-0.876	-0.877	-0.878	-0.878	-0.878	-0.878	-0.878	-0.877	-0.876	-0.875	-0.873
$X(20)$	-0.881	-0.884	-0.889	-0.890	-0.891	-0.892	-0.892	-0.893	-0.893	-0.893	-0.892	-0.892	-0.890	-0.889
$X(21)$	-0.896	-0.900	-0.904	-0.905	-0.906	-0.906	-0.907	-0.908	-0.908	-0.908	-0.908	-0.907	-0.906	-0.905
$X(22)$	-0.911	-0.915	-0.919	-0.919	-0.920	-0.921	-0.921	-0.922	-0.922	-0.923	-0.923	-0.922	-0.922	-0.920
$X(23)$	-0.927	-0.930	-0.934	-0.934	-0.935	-0.935	-0.936	-0.936	-0.937	-0.937	-0.938	-0.937	-0.937	-0.936
$X(24)$	-0.943	-0.945	-0.949	-0.949	-0.950	-0.950	-0.950	-0.951	-0.952	-0.952	-0.953	-0.952	-0.952	-0.951
$X(25)$	-0.959	-0.961	-0.964	-0.964	-0.965	-0.965	-0.966	-0.966	-0.967	-0.967	-0.968	-0.968	-0.967	-0.967
$X(26)$	-0.976	-0.978	-0.980	-0.981	-0.981	-0.981	-0.982	-0.982	-0.982	-0.983	-0.983	-0.983	-0.983	-0.983
$X(27)$	-0.998	-0.999	-1.001	-1.002	-1.002	-1.002	-1.003	-1.003	-1.003	-1.004	-1.004	-1.004	-1.004	-1.004
$X(28)$	-1.025	-1.026	-1.028	-1.028	-1.028	-1.028	-1.029	-1.029	-1.029	-1.030	-1.030	-1.030	-1.030	-1.030

表 2 結合事象의 韓文
參 加 者 2