論 文

Petri net의 擴張에 關한 研究

正會員 韓 榮 烈* 正會員 朴 鎭 秀**

A Study on the extension of Petri net

Young Yeul HAN* *and* Jin Soo PARK**, *Regular Members*

要 約 Petri net는 concurrent system을 model化하고 해석하기 위하여 사용되어져 왔으나 그 능력은 제한되어 있다. 따라서 본 논문에서는 model化능력을 향상시키기 위하여 禁止edge 및 容量을 부가해서 확장된 Petri net를 제안하였고 확장된 Petri net의 해석능력을 높히기 위하여 일반 Petri net로 변화하는 알고리즘을 제안하였다. 또한 실례를 들어 설명함으로써 본 논문에서 제안한 알고리즘의 유용성을 보였다.

ABSTRACT Petri ant is employed to analyze the coneurrent system and to make it into a model. But the faculty of Petri net is limited. Therefore in this thesis a Petri net of which restricted edge and capacity are extended is proposed in order to improve the modeling faculty. This paper also proves that the algorism, which I have designed, can be transformed into a general Petri net for improving the analytic power of the expanded Petri net. Through explanatory examples I have also shown the usefulness of the algorism.

1. 序 論

과거 10년간 Petri net[1]는 병행처리 system을 表現하거나 研究하는데에 적합한 model로 成長하여 왔다. 따라서 Petri net는 computer system의 O.S 및 compiler의 設計 또는 解析에 적용되기도 하고 分散data base, computer hardware, data communication, 回路등의 設計에 有用하게 使用되기도 하였다. 더우기 최근에는 Petri net를 命題論理의 計算에 利用하거나[2] 數學的인 지식을 表現하는 數學의 研究에 應用하고자 하는 시도가 있다[2].

一般的으로 Petri net는 二律背反的인 관계의 model化能力과 決定能力을 함께 가지고 있다. 즉 model化能力을 높히기 위해서 概念을 擴張하면 그의 解析이 곤란하게 되고 逆으로 決定能力을 높히기 위해서 範圍를 限定하면 model化 能力이 低下된다.

Petri net의 model化能力의 限界는 place의 token數를 正確히 檢査할 수 없다는 것으로부터 기인한다. 따라서 優先度가 있는 system을 model化할 수 없었던 것은 이와 같은 要因이 있었기 때문이다. 여기서 Agerwala와 Flym은 place의 상태를 檢査하는 禁止edge를 導入하여 Petri net를 擴張함으로써 優先問題를 容易하게 記述할 수 있었다.

本論文에서는 Petri net를 擴張하고 決定能力을 높히기 위해서 禁止edge를 갖는 Petri net에 制限을 부가한다. 또한 system의 model化에 관해서 自然的인 表現이 가능함을 나타내기 위해 變換前後에 있어서 Petri net의 發火系列의 集合이 같다는 것을 증명한다. 그리고 Petri net의 擴張例로서 禁止edge를 갖는 Petri net PN^t를 들고 PN^t에 포함되어 있는 모든 禁止edge의 入力場所에 容量을 有限値로 한 Petri net PN_c^t를 提案하고 PN_c^t가 一般Petri net로 變換할 수 있는 알고리즘을 提案하고 실례를 들어 알고리즘의 유용성을 보였다.

2. 禁止edge를 갖는 Petri net

Petri net (PN)은 다음과 같이 定義되는 directed graph이다.

$PN = (X, A, M_0)$

* 漢陽大學校工科大學電子通信工學科
Dept. of Electronic Communication Engineering, Hanyang University, Seoul, 133 Korea

** 清州大學校理工大學電子工學科
Dept. of Electronic Engineering, Cheongju University, Cheongju, 310 Korea

論文番號：82-18 (接受 1982. 10. 28)

따라서 禁止edge 및 容量制限을 附加한 Petri net[4] (PN^t)는 다음과 같이 定義되는 directed graph이다.

$PN^t = (X, A\cup J, C, M_0)$

단, i) $X = P\cup T$는 節點의 有限集合으로 P는 place라 불리는 P_i $(i=1, 2, \cdots)$ 節點의 集合이고 T는 transition이라 불리는 T_j $(j=1, 2, \cdots)$ 節點의 集合이다.

ii) $A = I\cup \overline{O}$는 有向edge의 有限集合으로 I와 $\overline{O}$는 각각 P節點으로부터 P節點에 向하는 directed edge의 集合으로 이루어진다.

iii) J : 禁止edge의 集合으로 P節點으로부터 T節點에 向하는 edge이다.

iv) C : P節點의 容量으로 P로부터 N으로의 寫像을 나타내며 P節點 P_i의 容量은 $C(P_i)$로 표현한다. $(N=1, 2, 3\cdots)$

v) M_0 : 初期marking으로 P로부터 N으로의 寫像이다.

Marking M_k $(k=0, 1, 2, \cdots)$는 P로부터 N으로의 寫像이고 $M_k(P_i)$는 P節點의 token의 數를 나타낸다. 따라서 graph에서는 검은 점 "●"를 필요한 수만큼 P_i의 가운데에 놓는다. 또한 I의 要素 e_1이 P_i로부터 t_j에 향할 때 $e_1 = (P_i, t_j)$ 또는 $P_i \xrightarrow{e_1} t_j$로 나타내고 edge e_1의 weight $W(e_1)$는 $W(e_1) = |e_1| = |(P_i, t_j)|$로 나타낸다. 이 때 P_i, t_j를 각각 edge e_1의 入力 P節點, 出力 T節點으로 부른다. 마찬가지로 $\overline{O}$의 要素 e_2가 t_j로부터 P_i에 향할 때 $e_2 = (t_j, P_i)$ 또는 $t_j \xrightarrow{e_2} P_i$로 나타내고 edge e_2의 weight $W(e_2)$는 $W(e_2) = |e_2| = |(t_j, P_i)$로 나타난다. 이 때 t_j, P_i를 각각 edge e_2의 入力 T節點, 出力 P節點으로 부른다.

〔定義 1〕 Petri net $PN = (X, A, M_0)$에 있어서 T節點 t는 $\forall_P \in P$에 대해서

$|(P, t)| \leq M_k(P)$

인 marking M_k에 대하여 發火可能이라고 하며 t가 發火한 후의 marking M_{k+1}은

$M_{k+1}(P) = M_k(P) - |(P, t)| + |(t, P)|$

로 되며 $M_k \xrightarrow{t} M_{k+1}$로 나타낸다.

禁止edge는 特殊한 edge로서 그 入力 P節點에 token이 없을 때만 出力 T節點에 發火를 허용하므로 禁止edge의 集合 J의 要素 j_k가 P節點 P_i로부터 T節點 t_j에 향할 때 $j_k = (P_i, t_j)$ 또는 $P_i \xrightarrow{j_k} t_j$로 나타낸다. 그리고 禁止edge j_k의 weight $W(j_k)$는 zero로 한다.

〔定義 2〕 禁止edge 및 容量制限을 부가한 Petri net $PN^t = (X, A\cup J, C, M_0)$에 있어서 T節點 t는 $\forall_P \in P$에 대해서

$|(P, d)| \leq M_k(P)$ 〔$(P, t) \in T$〕

$M_k(P) = \emptyset$ 〔$(P, t) \in J$〕

$|(t, P) \leq C(P) - M_k(P)$

인 marking M_k에 관해서 發火可能이라고 하며 t가 發火한 후의 marking M_{k+1}은

$M_{k+1}(P) = M_k(P) - |(P, t)| + |(t, P)|$

로 된다. 또 이 때 $M_k \xrightarrow{t} M_{k+1}$로 표시한다.

여기서 T節點의 集合 T의 要素를 任意로 중복해서 얻어지는 有限個의 T節點의 系列의 集合을 T^*로 나타내고 zero個의 記號의 系列을 λ로 나타내면 Petri net PN, 禁止edge 및 容量制限을 한 Petri net PN^t에서 marking M_a로부터 marking M_b의 發火系列 σ_t를 다음과 같이 귀납적으로 定義할 수 있다.

〔定義 3〕 $M_a \xrightarrow{\sigma t} M_b \triangleq {}^{\exists}M_c$, $M_a \xrightarrow{\sigma} M_c$: $M_c \xrightarrow{t} M_b$ (단 : $\sigma \in T^*$, $t \in T$, $M \xrightarrow{\lambda} M$)

그러므로 PN, PN^t에 있어서 $M_a \xrightarrow{\sigma} M_b$인 $\sigma \in T^*$가 存在할 때 M_b는 M_a로부터 到達可能하다고 하고 $\{M | M_0 \xrightarrow{\sigma} M\}$을 到達可能集合이라고 하며 $R(M_0)$로 나타낸다. 여기서 禁止edge 및 容量制限을 한 Petri net PN^t에 있어서 PN_i에 포함되어 있는 모든 禁止edge의 入力 P節點의 容量 $C(P)$가 有限의 값인 경우 그 PN^t를 특히 PN_c^t로 나타내며 禁止edge 및 容量制限除去 알고리즘을 사용해서 PN_c^t를 Petri net에 變換한 것을 $\widetilde{PN}$로 하고 다음과 같이 定義한다.

〔定義 4〕 $\widetilde{PN} = (\widetilde{X}, \widetilde{A}, \widetilde{M}_0)$

단 : $\widetilde{X} = P\cup P'\cup T$

$\widetilde{A} = I\cup I'\cup \overline{O}\cup \overline{O}'$

$\widetilde{M}_0 = M_0 \cup M_0'$

여기서 $P, T, I, \overline{O}, M_0$에 대해서는 앞에서 설명한 바와 같고 $P', I', \overline{O}'$는 각각 새롭게 더해진 P節點, P節點으로부터 T節點에 향하는 directed edge, T節點으로부터 P節點에 향하는 directed edge의 集合이다. 또 M_0'는 P節點 P'의 marking 이며 $\widetilde{PN}$을 PN_c^t의 Petri net에 의한 model化라고 한다.

3. 禁止edge 및 容量制限除去알고리즘

禁止edge 및 容量制限을 한 Petri net PN^t에 있어서 PN^t에 포함되어 있는 모든 禁止edge의 入力 P節點 P의 容量 $C(P)$가 有限値인 PN_c^t는 禁止edge 및 容量制限이 없는 Petri net $\widetilde{PN}$으로 변환하는 것이 可能하다. 禁止edge의 入力 P節點 이외의 P節點 P에 있어서는 容量 $C(P)$의 값은 有限値라도 좋고 $+\infty$라도 좋지만 有限値의 경

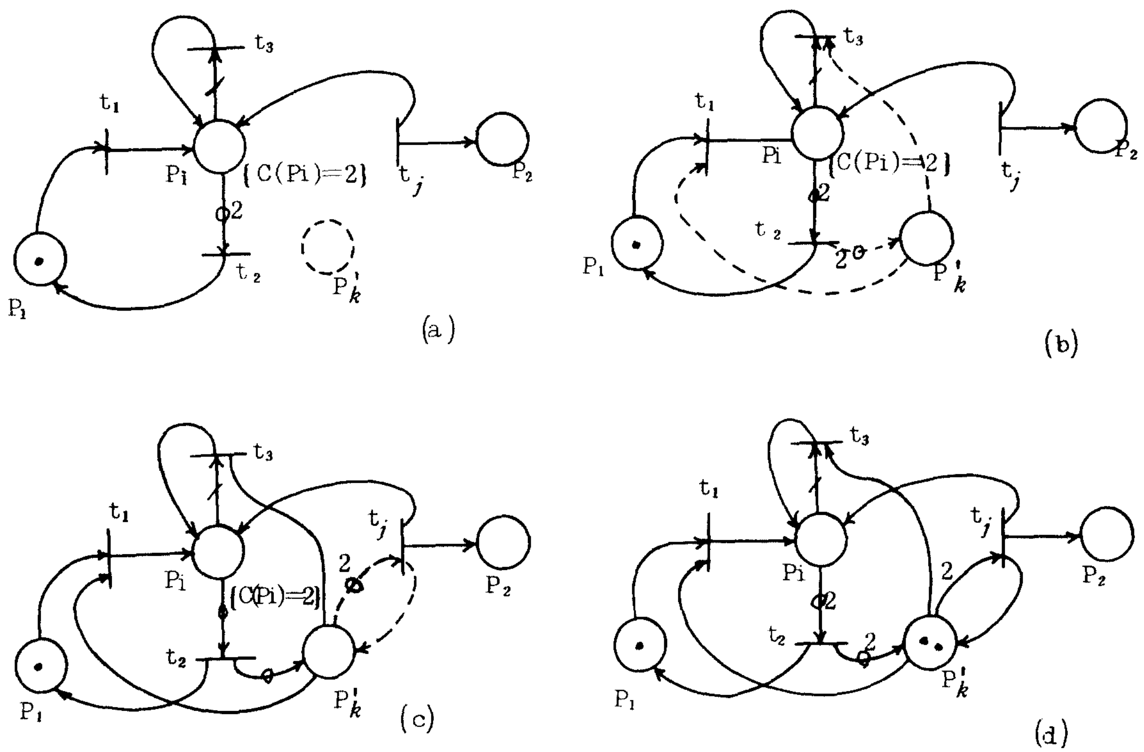

그림 3·2 그림 3·1의 禁止edge 및 容量制限除去알고리즘
The removal algorithm of inhibited edge and capacity limited of Fig 3·1.

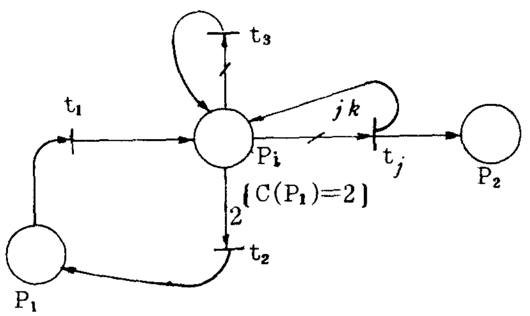

그림 3·1 PN_c^i의 例
Exampl of PN_c^i.

우에는 容量制限除去알고리즘에서 P節點에 있어서의 容量制限을 除去하는 것이 可能하다(一般 Petri net에 있어서는 모든 P節點 P에 대해서 $C(P)=+\infty$로 생각된다).

따라서 以下에서 서술하는 變換알고리즘에서는 禁止edge의 入力 P節點以外의 P節點 P에 대해서는 $C(P)=+\infty$로 한다.

그림 3.1에 나타낸 PN_c^i로부터 禁止edge $j_k=(P_i, t_j)$ 및 容量制限 $C(P_i)=2$를 除去하는 것으로 한다. 그림 중 directed edge $\xrightarrow{2}$는 그 edge의 weight가 2인 것을 나타내고 있다.

〈禁止edge 및 容量制限의 除去알고리즘〉

a) 禁止edge j_k에 對應하는 P節點 P_k'를 설계하고 禁止edge j_k를 제거한다〔그림 3·2(a)〕.

b) 任意의 T節點 t에 대해서 $P_i \xrightarrow{e_2} t$에 있는 edge $e_\alpha \in I$에 대해 $t \xrightarrow{e_\alpha'} P_k'$에 있는 edge를, 또 $t \xrightarrow{e_\beta} P_i$에 있는 edge $e_\alpha \in I$에 대해 $P_k' \xrightarrow{e_\beta'} t$ 에에 있는 edge를 첨가한다. 여기서 $|e_\alpha'|=|e_\alpha|$, $|e_\beta'|=|e_\beta|$로 한다. 단, t_j와 P_k'를 연결하는 edge는 부가하지 않는다〔그림 3·2(b)〕.

c) edge $P_k' \longrightarrow t_j$와 $t_j \longrightarrow P_k'$를 부가한다.

단, $|(P_k', t_j)|=\max\{C(P_i), |(t_j, P_i)|\}$

$|(t_j, P_k')|=|C(P_i)-|(t_j, P_i)||$

(그림 3·2(c))

d) (b)에서 새롭게 설계된 P節點 P_k'內에서 $C(P_i)-M(P_i)$개의 token을 두고 P節點 P_i의 容量制限을 除去한다〔그림 3·2(d)〕.

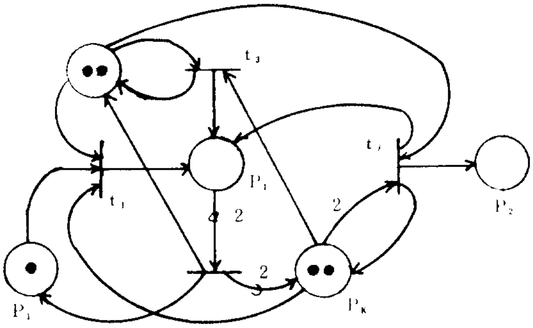

그림 3·3 그림 3·1에서 禁止edge 容量制限을 除去한 Petri net
The Petri net removed inhibited edge and capacity limited of Fig 3·1.

禁止edge가 2개 以上인 경우 禁止edge 1개씩에 대해서 (a)～(d)의 알고리즘을 시행하면 모든 禁止edge 및 容量制限을 除去하는 것이 可能하다.

따라서 그림 3·1에서 모든 禁止edge 및 容量制限을 除去하면 그림 3·3과 같이 된다.

4. PN_c^i, $\widetilde{PN}$의 發火系列에 관한 等價性

〔補助定理 4·1〕

PN_c^i에 있어서 初期marking M_0를 기본으로 發火可能한 T節點의 集合과 PN_c^i의 Petri net에 의한 model化 $\widetilde{PN}$에 있어서 初期marking $\widetilde{M}_0$를 기본으로 發火可能한 T節點의 集合은 같다.

〔證明〕 PN_c^i에 포함되는 任意의 P節點 P_i와 P_i를 入力 P節點으로 하는 禁止edge j_k $(1 \leqq k \leqq n)$에 착안해 Ⅲ에서 서술한 變換알고리즘에 의해 除去한 것으로 한다(그림 4·1).

그림 4·1에서는 T節點 $t_a, t_{b1} \cdots t_{bn}, t_c$가 있지만 그들은 禁止edge의 出力 T節點인가 아닌가에 따라 다음과 같이 구별된다.

Type A의 T節點 : 禁止edge의 出力 T節點이 아닌 T節點 (t_a, t_c)

Type B의 T節點 : 禁止edge의 出力 T節點 $(t_{b1} \cdots t_{bn})$

여기서 Type A, Type B의 T節點에 대해서 變換前後의 發火條件이 어떻게 변하는가 조사해 본다.

Type A : Type A의 T節點을 t_A로 나타낸다. t_A의 發火條件중에서 變換前後에서 바뀌는 것은 다음의 條件이다.

$$\left.\begin{array}{l} |(t_A, P_i)| \leqq C(P_i) - M_0(P_i) \\ \Rightarrow \widetilde{M}_0(P_i') \geqq |(P_k', t_A)| : (1 \leqq k \leqq n) \end{array}\right\} (4 \cdot 1)$$

Type B : Type B의 T節點을 t_{Bk} $(1 \leqq k \leqq n)$로 나타낸다. t_{Bk}의 發火條件중에서 變換前後 에서 바뀌는 것은 다음의 條件이다.

$$\left.\begin{array}{l} M_0(P_i) = 0 \\ \Rightarrow M_0(P_k') \geqq |(P_l', t_{Bk})| : (1 \leqq k, l \leqq n) \end{array}\right\} (4 \cdot 2)$$

따라서 $PN_c^i \Rightarrow \widetilde{PN}$의 變換의 모양을 式으로 나타내면 다음과 같다.

$PN_c^i \Rightarrow \widetilde{PN}$變換式 :

$|(P_i, t_{BK})| = 0$ ……… ①

$|(P_k', t)| = |(P_i, t)|$ ……… ②

$|(t, P_k')| = |(P_i, t)|$ ……… ③

$|(P_k', t_{BK})| = \max\{C(P_i), |(t_{BK}, P_i)|\}$ ……… ④

$|(t_{BK}, P_k')| = |C(P_i) - |(t_{BK}, P_i)||$ ……… ⑤

$\widetilde{M}_0(P) = M_0(P) : ({}^{\forall}P \in P)$ ……… ⑥

$\widetilde{M}_0(P_k') = C(P_i) - M_0(P_i)$ ……… ⑦

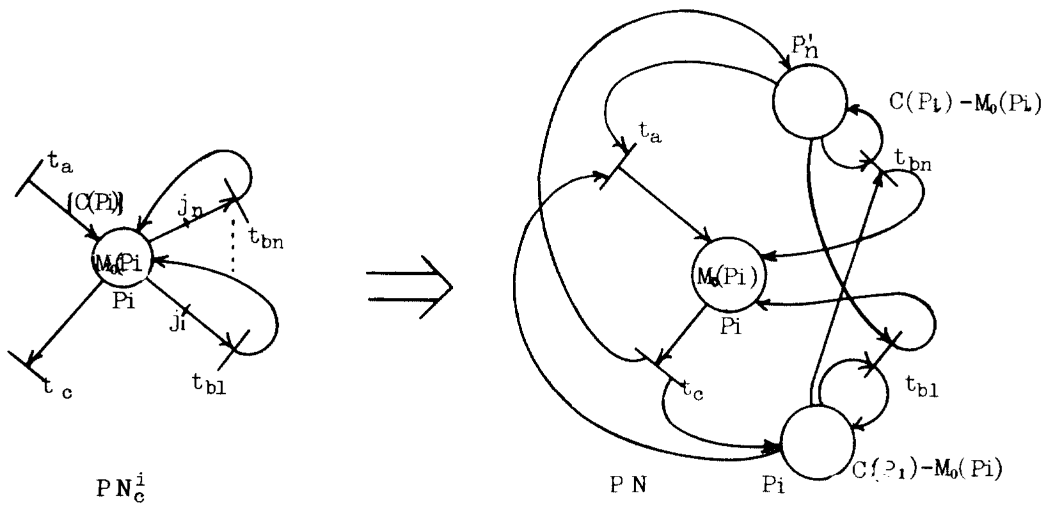

그림 4·1 $PN_c^i \Rightarrow PN$의 變換例
Transform example of $PN_c^i \Rightarrow PN$.

$(1 \leq k \leq n)$

따라서 式 4·1에 대해서는 變換式 ②,⑦로부터 變換後의 條件式은 變換前의 條件式과 같게 되고 式 4·2에 대해서는 變換式 ②④⑦로부터 變換前後의 條件式은 같게 된다. 그러므로 Type A와 Type B의 T節點은 같게 變換함에 의한 發火條件의 變化가 없으므로 PN_c^t와 $\widetilde{PN}$의 初期 marking에 있어서 發火可能인 T節點의 集合은 같다.

이 初期 marking에 있어서 發火可能인 T節點의 集合을 T_0로 하면 다음의 補助定理 4·2가 얻어진다.

〔補助定理 4·2〕

$^\forall t \in T_0$에 대해서 $M_0 \xrightarrow{t} M_1$, $\widetilde{M}_0 \xrightarrow{t} \widetilde{M}_1$로 할 때 다음의 관계가 성립한다.

$$\widetilde{M}_1(P) = M_1(P) \qquad (^\forall P \in P) \qquad (4\sim3)$$

$$\widetilde{M}_1(P_k') = C(P_i) - M_1(P_i) \qquad (4\sim4)$$

〔證明〕 $^\forall P \in P$에 대해서는 變換에 의해 禁止 edge가 제거되며 그 밖에 edge가 부가되는 것도 제거되는 것도 없기 때문에 變換式 ⑥의 관계로써 式 4·3이 성립하는 것은 명백하다. 式 4·4에 대해서는 $^\forall t \in T_0$가 發火할 때 $M_1(P)$ $(^\forall P \in P)$ 및 $\widetilde{M}_1(P_k')$는

$$M_1(P) = M_0(P) - |(P_1, t)| + |(t, P)| \; ; \quad (^\forall P \in P) \qquad (4\cdot5)$$

$$\widetilde{M}(P_k') = \widetilde{M}_0(P_k') - |(P_k', t)| + |(t, P_k')| \qquad (4\cdot6)$$

가 된다. 여기서 $t = t_A$ (Type A의 T節點)로 하면 式 4·5 및 變換式 ②,③,⑦로써 式 4·4가 유도되고 역시 $t = t_{BK}$ $(1 \leq k \leq n)$ (Type B의 T節點)로 되며 式 4·5 및 式 4·6 그리고 變換式 ①,④,⑤,⑦로써 式 4·4가 유도된다.

〔補助定理 4·1〕과 〔4·2〕로써 귀납법을 적용하여 다음의 定理를 얻을 수 있다.

〔定理 4·1〕

PN_c^t와 PN_c^t의 Petri net에 의한 model化 $\widetilde{PN}$의 發火系列의 集合은 같다.

禁止edge와 容量制限을 갖는 Petri net PN_c^t의 Petri net에 의한 model化 $\widetilde{PN}$에 있어서 장소와 edge가 새롭게 부가될 수 있지만 원래부터 있던 장소에 對應하는 條件과 遷移에 대응하는 寫象과를 변하지 않고 새로운 장소에는 아무 것도 條件을 對應시키지 않으면 같은 해석을 기본으로 같은 動作을 한다. 또 PN_c^t는 構造的으로 制限되어 있지 않으므로 現實의 많은 問題에 대한 model化能力을 가지고 있다. 또한 PN_c^t의 model化能力과 決定能力은 容量制限이 부여된 方法에 의해 變化해 오고 到達可能 tree의 복잡성은 容量制限을 부여한 장소가 많으면 많을수록 감소한다.

5. 結　論

本論文에서는 먼저 禁止edge 및 容量制限이 있는 Petri net PN_c^t를 定義하고 그것을 一般的인 Petri net에 의한 model化의 方法을 나타내었다. 또한 禁止edge에 착안하여 變換을 하였고 變換된 Petri net의 發火系列集合은 變換前의 Petri net의 그것과 같게 되는 것이 판명되었다. 容量 Petri net도 一般Petri net로 變換하는 것이 가능했지만 容量制限을 함으로써 그 model化能力은 制限되었다. PN_c^t의 경우는 장소에 容量制限을 부여하는 方法에 따라 그 能力은 變化하므로 廣範Ⓔ한 문제를 model 化할 수 있다.

參考文獻

(1) J. L. Peterson, "Petri nets," ACM Computing Surveys, vol. 9, no. 3, pp. 223－252, 1977.

(2) J. L. Baer, "5·5 Graph models for parallel computations and systems," Current Trends in Programming Methodology vol. 3, pp. 218－230, Software Modeling.

(3) ティラク, アシヤフラ, "應用分野が廣がるペトリネットの現狀," 日經エレクトロニクス, pp. 146－149, 1980年 6月 9日.

(4) R. Valette, "Analysis of Petri nets by stepwise refinemeuts," Journal of Computer and System Sciences vol. 18, pp. 35－46, 1979.

(5) J. L. Peterson "Computation sequence sets," Journal of Computer and System Science vol. 13, pp. 1～24, 1976.

韓榮烈 (Young Yeul HAN)　正會員
1938年 6月 10日生
1960年 2月：서울工大電子工學科卒業
1976年 8月：Missouri州立大學大學院 通信專攻 (工學碩士)
1979年 8月：Missouri州立大學大學院 通信專攻 (工學博士)
1961年 8月～1964年 8月：西獨Ziemens 會社(株)에서 電子分野研修
1964年 8月～1969年 11月：한양공업(株)勤務
1969年 11～1970年 10月：韓國科學技術研究所勤務
1980年 8月～現在：漢陽大學校電子通信工學科副教授
美國Sigma Xi 및 IEEE正會員
本學會理事

朴鎭秀 (Jin Soo PARK)　正會員
1948年 8月 30日生
1975年 2月：漢陽大學校工科大學電子工學科卒業
1977年 2月：漢陽大學校大學院電子通信工學科卒業 (工學碩士)
1980年 9月～現在：漢陽大學校大學院電子通信工學科 (博士過程)
1978年 3月～現在：淸州大學校電子工學科助教授