

# 實測船位の 精度改善에 관한 研究 (Ⅱ)

—天測位置의 改善—

尹 汝 政\* · 河 注 植\*\*

## A Study on the Improvement of Accuracy of the Fixed Position(Ⅱ)

Yoon Yeon-Jeong · Ha Joo-Shik

### 〈 目 次 〉

Abstract

1. 序 論

2. 天測位置線으로부터 最適船位를 推定하는  
알고리즘

3. Simulation 的 結果의 檢討

4. 結 論

參考文獻

### Abstract

The tedious work, connected to the traditional computation of altitudes and azimuths and the plotting of the position lines, has been a severe objection to celestial fixes.

But recently computers have become to be used generally for computations of altitudes and azimuths and the computing objection seems to be practically overruled.

Now it seems appropriate to concentrate on other problems which are the procedure of improving accuracy of ship's position and the design of a general computing procedure to determine the coordinates of the optimally estimated ship's position.

In this paper, such procedures as an application of Kalman filter and the results of the Digital simulation conducted under various noise conditions are presented.

The positions estimated by Kalman filter are compared with the running fixes and the most probable positions obtained from a single position line, and it is confirmed that the result of the proposed method is evidently accurate than others.

### 1. 序 論

筆者들은 이미 航海學會誌 第6卷 第1號에서 沿岸航海時에 交叉方位法으로 決定한 船位の 精度를 改善하는 데 Kalman Filter 가 매우 効果的임을 밝힌 바 있는데<sup>1)</sup> 井潤<sup>2)</sup>은 이를 天測에 應用하여 最適船位를 推定할 수 있는 可能性을 示唆하고 있다.

\* 正會員, 韓國海洋大學

\*\* 韓國海洋大學

天測을 行하면 現在의 推測位置와 眞位置와의 差異에 따라 그에 對應하는 高度差와 方位가 구해 지므로 天測의 경우에도 信號送程과 測定送程을 각각

$$\mathbf{x}(k) = \Phi_k \cdot \mathbf{x}(k-1) + \mathbf{w}(k-1)$$

$$\mathbf{z}(k) = H_k \cdot \mathbf{x}(k) + \mathbf{r}(k)$$

라 놓으면 時刻  $kt$ 에 있어서 狀態  $\mathbf{x}(k)$ 의 最適值  $\hat{\mathbf{x}}(k)$ 를 Kalman Filter 를 利用하여 求하는 問題로 歸着된다.

井潤는 高度差  $a_k$ , 方位角  $\theta_k$ 에 對해서 測定值  $z_k$ 를

$$z_k = a_k \sec \theta_k + \text{測定雜音}$$

이라 놓고, 位置線을 3개로 限定하고 이들을 차례로 一定時間間隔으로 測定한 것으로 하여 轉位操作이 正確히 이루어지고 있으나 測定雜音이 있는 경우와 없는 경우, 轉位操作이 不正確하고 測定雜音이 없는 경우 등 세가지 경우에 對하여 시뮬레이션을 行하므로써 Kalman Filter 의 性質을 考察하고 있다.

또한 De Witt<sup>3)</sup>는 어느 時點에 얻은 多數의 天測位置線으로부터 最尤推定法으로 船位를 決定하는 方法을 提示하였으며 Morrison<sup>4)</sup>은 亦是 한 時點에 多數의 位置線을 天測에 의하여 얻었을 때 測定雜音을 系統誤差와 偶然誤差로 區分하고 最小自乘法에 의하여 船位와 系統誤差를 推定하는 方法을 提示하고 있다.

實際로 天測은 高度差를 求하기 위한 것이며 最近 測定計器의 發達로 船速은 比較的 正確히 測定할 수 있다는 點, 그리고 實際의인 問題에 있어서 어느 時點에 多數의 天測位置線을 同時에 求한다는 것은 어려운 일인 바 一般적으로 轉位操作이 이루어질 수 밖에 없고 이의 不正確性이 測定船位의 精度에 큰 影響을 미치고 있다는 點, 또 最近 電子計算技術의 發達로 廉價인 小型計算機로 많은 情報를 處理할 수 있게 되었다는 點 등을 勘案하여 筆者들은 高度差와 船速에 各各 獨立인 雜音이 加하여진 것을 測定過程으로 하고 高度差의 測定雜音에는 系統誤差와 偶然誤差가 다같이 存在하는 것으로 보고 Kalman Filter 를 利用하여 船位, 船速 및 系統誤差를 推定할 수 있는 方法을 提案하기로 한다. 本 方法은 天測에 의한 船位決定過程 全部를 電算化하는 것을 目標로 삼고 있으나 本稿에서는 디지털 시뮬레이션을 통하여 于先 船位推定에 관한 本方法의 有効性을 살피고자 한다.

또한 시뮬레이션에 있어서는 測定誤差의 系統誤差와 偶然誤差는 물론이고 外亂, 初期推定值의 誤差 등 實際로 發生할 수 있는 모든 誤差를 想定하여 이들을 變化시켜 가면서 行하기로 한다.

그리고 낮에 太陽을 觀測하여 Running Fix 를 實施하는 경우가 다른 어느 때보다 긴 時間동안 觀測이 可能하며 Kalman Filter 의 適用時機로 가장 適合하다고 생각되므로 이 時機를 擇하여 隔時觀測한 位置線 한개씩만을 轉位하므로써 얻은 船位와 Kalman Filter 로 推定한 船位와를 比較하기로 한다.

한편 位置線 2개(또는 그 以上)를 轉位하는 경우에는 Cocked hat 가 생기므로 Cocked hat 에 關한 것은 別途로 다루기로 하고 本稿에서는 除外한다.

## 2. 天測位置線으로부터 最適船位置 推定하는 알고리즘

時刻  $kt$  에 있어서의 速度를  $v_k$ , 船舶의 眞位置와 推測位置와의 經度差 및 緯度差를 各各  $x_k$  및  $y_k$ , 系統誤差를  $d_k$  라 하고 이 때의 狀態 Vector  $\mathbf{x}(k)$  를

$$\mathbf{x}^T(k) = (x_k, y_k, v_k, d_k)$$

라 定義하면 信號過程

$$\mathbf{x}(k) = \Phi_k \cdot \mathbf{x}(k-1) + \mathbf{w}(k-1) \quad (1)$$

에서  $\Phi_k$  는 다음과 같이 된다.

$$\Phi_k = \begin{pmatrix} 1 & 0 & t \sin C \sec \hat{\varphi}_{k-1} & 0 \\ 0 & 1 & t \cos C & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2)$$

단,  $t$  는 Sampling 週期,  $C$  는 針路

또  $\mathbf{w}(k-1)$  은 時刻  $(k-1)t$  에 作用한 外亂入力을 意味하며 그 共分散行列을  $Q$  라 한다.

一般的으로 Sampling 時間  $t$  內의 時刻  $i+1$  에 있어서 外亂에 의한 狀態 Vector 의 遷移를  $\mathbf{x}_{i+1}$  이 라면

$$\mathbf{x}_{i+1} = \Phi_k \cdot \mathbf{x}_i + \mathbf{u}_i \quad (3)$$

로 表示할 수 있고 時刻  $i\Delta t$  에 作用하는 外亂入力  $\mathbf{u}_i$  를 船首尾方向과 正橫方向에서 서로 獨立의으로 作用하는 速度成分의 雜音  $u_{hi}$  와  $u_{bi}$  에 基因하는 것으로 보고 船尾에서 船首쪽으로 作用하는 外亂成分 및 左舷에서 右舷쪽으로 作用하는 外亂成分을 '+', 그 反對쪽으로 作用하는 것을 '-' 로 定義하면 時間  $\Delta t (= t/n)$  동안에 作用한 外亂  $\mathbf{u}_i$  는 다음과 같다.

$$\mathbf{u}_i = \begin{pmatrix} (u_{hi} \sin C + u_{bi} \cos C) \Delta t \sec \hat{\varphi}_{k-1} \\ (u_{hi} \cos C + u_{bi} \sin C) \Delta t \\ u_{hi} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4)$$

또한 時刻  $(k-1)t$  에서  $kt$  까지의 Sampling 時間  $t$  동안에  $n$  번 ( $n = t/\Delta t$ ) 의 外亂이 作用하는 것이 라면  $t$  시간동안의 狀態 Vector 의 遷移  $\mathbf{x}_n$  은 다음과 같이 된다.

$$\mathbf{x}_n = \begin{pmatrix} \{n(u_{h1} \sin C + u_{b1} \cos C) + (n-1)(u_{h2} \sin C - u_{b2} \cos C) \\ + \dots + (u_{hn} \sin C + u_{bn} \cos C)\} \Delta t \sec \hat{\varphi}_{j-1} \\ \{n(u_{h1} \cos C + u_{b1} \sin C) + (n-1)(u_{h2} \cos C + u_{b2} \sin C) \\ + \dots + (u_{hn} \cos C + u_{bn} \sin C)\} \Delta t \\ u_{h1} + u_{h2} + \dots + u_{hn} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (5)$$

⑤式으로 表示되는  $\mathbf{x}_n$  이 ①式의  $\mathbf{w}(k-1)$  에 해당하므로  $u_{hi}$ ,  $u_{bi}$  를 서로 獨立이고 平均值가 0 이 며 標準偏差가  $\sigma_h, \sigma_b$  인 正規雜音이라고 하면  $\mathbf{w}(k-1)$  의 共分散行列  $Q$  는 다음과 같다.

$$Q = \begin{pmatrix} q_{11} & q_{12} & q_{13} & q_{14} \\ q_{21} & q_{22} & q_{23} & q_{24} \\ q_{31} & q_{32} & q_{33} & q_{34} \\ q_{41} & q_{42} & q_{43} & q_{44} \end{pmatrix} \quad (6)$$

$$q_{11} = (\sigma_h^2 \sin^2 C + \sigma_b^2 \cos^2 C) \left( \frac{n^3}{3} + \frac{n^2}{2} + \frac{n}{6} \right) \Delta t^2 \sec^2 \hat{\varphi}_{k-1}$$

$$q_{22} = (\sigma_h^2 \cos^2 C + \sigma_b^2 \sin^2 C) \left( \frac{n^3}{3} + \frac{n^2}{2} + \frac{n}{6} \right) \Delta t^2$$

$$q_{33} = n\sigma_h^2$$

$$q_{12} = q_{21} = (\sigma_h^2 + \sigma_b^2) \left( \frac{n^3}{3} + \frac{n^2}{2} + \frac{n}{6} \right) \Delta t^2 \sin C \cos C \sec \hat{\varphi}_{k-1}$$

$$q_{13} = q_{31} = \frac{n(n+1)}{2} \Delta t \sigma_h^2 \sin C \sec \hat{\varphi}_{k-1}$$

$$q_{23} = q_{32} = \frac{n(n+1)}{2} \Delta t \sigma_h^2 \cos C$$

$$q_{14} = q_{41} = q_{24} = q_{42} = q_{34} = q_{43} = q_{44} = 0$$

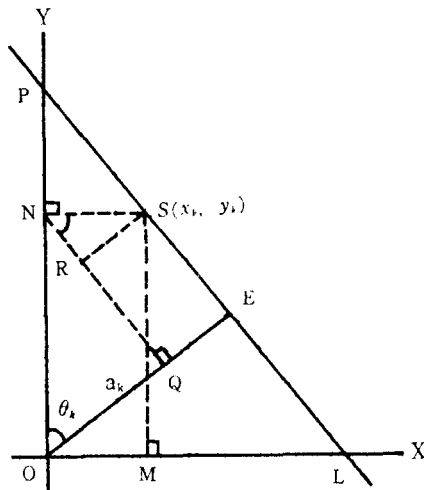
天測位置線을 決定하려면 高度差와 方位角(方位) 및 推測位置(假定位置) 등이 決定되어야 한다.

지금 時刻  $kt$  에 있어서 推測位置의 經度, 緯度를 各各  $\lambda_k, \varphi_k$  라 하고 이에 對한 高度差  $a_k$  및 方位角  $\theta_k$  가 測定되면 第1圖와 같이 位置線  $PL$  이 決定된다.

이 때 位置線의 曲率로 因한 誤差를 無視할 수 있고 또한 測定이 正確히 이루어졌다고 하면 眞位置  $S$  는  $PL$  上에 있으며 眞位置의 經緯도와 推測位置의 經緯도와 의 差異  $x_k, y_k$  와 高度差 및 方位角 사이에는 第1圖에서 明白한 바와 같이 다음 關係가 成立한다.

$$x_k \sin \theta_k \cos \varphi_k + y_k \cos \theta_k = a_k \quad (7)$$

位置線의 要素를 計算할 때 方位角은 眞位置에 對한 것이 아니므로 誤差를 包含하게 된다. 그러나 眞位置 代身에 推測位置를 使用하여 方位角을 計算하는 경우에는 眞位置와 推測位置間의 距離差가 크지 않으므로



第1圖 位置線의 方程式

특히 高高度인 天體를 觀測하는 때가 아니라면 無視할 수 있으므로 方位角測定은 正確히 이루어지는 것이라 假定한다.

速度  $v_k$  의 測定值를  $v'_k$  라 하고 高度差  $a_k$  의 測定值를  $z_k$  라 하면 이들은 各各

$$\left. \begin{aligned} z_k &= a_k + d_k + r_{1,k} \\ v'_k &= v_k + r_{2,k} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

로 表示할 수 있으며 여기서  $d_k$  는 系統誤差,  $r_{1,k}$  및  $r_{2,k}$  는 各各의 測定值에 包含된 偶然誤差로서

서로 獨立된 正規雜音이라 한다.

그러면 測定值 Vector  $\mathbf{z}(k)$ 는 다음과 같이 表示할 수 있다.

$$\mathbf{z}(k) = \begin{pmatrix} z_k \\ v_k' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_k \sin \theta_k \cos \varphi_k + y_k \cos \theta_k + d_k + r_{1,k} \\ v_k + r_{2,k} \end{pmatrix} \quad (9)$$

위와 같이 定義하면 測定過程

$$\mathbf{z}(k) = H_k \cdot \mathbf{x}(k) + \mathbf{r}(k) \quad (10)$$

에서  $H_k$  와  $\mathbf{r}(k)$ 는 各各

$$H_k = \begin{pmatrix} \sin \theta_k \cos \varphi_k & \cos \theta_k & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (11)$$

$$\mathbf{r}^T(k) = (r_{1,k}, r_{2,k}) \quad (12)$$

로서

$$\left. \begin{aligned} E[\mathbf{r}(k)] &= 0 \\ E[\mathbf{r}(k)\mathbf{r}^T(k)] &= R = \begin{bmatrix} \sigma_a^2 & 0 \\ 0 & \sigma_v^2 \end{bmatrix} \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

단,  $\sigma_a$  및  $\sigma_v$ 는 各各 高度差 및 速度測定誤差의 標準偏差

라고 한다.

天體를 觀測하여 高度差와 方位를 求하고 Log 로 速度를 測定하면 測定值 Vector 가 決定되는데 이  $\mathbf{z}(k)$ 를 時刻  $kt$ 까지 測定하였을 때 그 時刻에 對한 狀態 Vector  $\mathbf{x}(k)$ 의 最適推定值  $\hat{\mathbf{x}}(k)$ 를 Kalman Filter를 利用하여 求할 수 있다.

Kalman Filter의 全過程은 다음 式들로 表現된다.

$$\left. \begin{aligned} \hat{\mathbf{x}}(k|k-1) &= \Phi_k \cdot \hat{\mathbf{x}}(k-1|k-1) \\ P(k|k-1) &= \Phi_k \cdot P(k-1|k-1) \cdot \Phi_k^T + Q \\ G_k &= P(k|k-1) \cdot H_k^T \cdot [H_k \cdot P(k|k-1) \cdot H_k^T + R]^{-1} \\ \hat{\mathbf{x}}(k|k) &= \hat{\mathbf{x}}(k|k-1) + G_k \cdot [z(k) - H_k \cdot \hat{\mathbf{x}}(k|k-1)] \\ P(k|k) &= P(k|k-1) - G_k \cdot H_k \cdot P(k|k-1) \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

위 式中 狀態 Vector의 共分散行列의 初期值  $P(0|0)$ 는 다음과 같이 놓는다.

$$P(0|0) = \begin{pmatrix} \sigma_{x_0}^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{y_0}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{v_0}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_{d_0}^2 \end{pmatrix} \quad (15)$$

단,  $\sigma_{x_0}$   $\sigma_{y_0}$   $\sigma_{v_0}$   $\sigma_{d_0}$ 는 各各 初期經度, 緯度, 速度, 系統誤差에 對한 推定誤差의 標準偏差이다.

### 3. Simulation 과 結果의 檢討

1982年 7月25日 ZT 06<sup>h</sup>30<sup>m</sup>에 34°40.'0N, 129°05.'0E인 地點을 出發地點으로 하여 針路 250°, 速力 15kn로 航海中인 船舶을 假想하고 ZT 06<sup>h</sup>30<sup>m</sup>부터 ZT 18<sup>h</sup>00<sup>m</sup>까지 便宜上 30分間隔으로 太陽

을 24회에 걸쳐 觀測하는 것으로 하여 Simulation 을 行한다.

天測計算에 있어서 基底라 할 수 있는 天體의 座標(GHA, Dec.)는 綿森<sup>5)</sup>에 의하면 天體位置略算式으로 求한 結果가 滿足할만한 것이 밝혀지고 있어 天測計算을 完全히 電算化하는 경우에는 天體位置略算式을 利用하여야 하겠으나 本 論文의 趣旨는 船位의 精度를 比較하는 데 두고 있으므로 簡單히 天測曆을 使用하여 求하기로 한다.

그리고 天測으로 位置線을 決定할 때마다 Kalman Filter 로 最適推定船位를 구하며, 位置線의 交角關係를 考慮하여 1時間 30分前에 決定한 位置線을 轉位하여 Running Fix 를 求하고 또 推測位置에서 各 位置線에 垂線을 내려 그 발을 最確位置(MPP)로 하여 이들 3種類의 位置에 對한 精度를 比較하기로 한다.

Simulation 의 過程에서 2點間의 距離, 針路 등 必要한 計算은 距等圈航法과 漸長緯度航法을 使用하고 天體의 高度( $h$ ) 및 方位( $\theta$ )는 다음 公式을 使用한다.

$$\sin h = \sin \varphi \sin \text{Dec.} + \cos \varphi \cos \text{Dec.} \cos(\text{GHA} + \lambda)$$

$$\sin \theta = \sin(\text{GHA} + \lambda) \cos \text{Dec.} \sec h$$

위 式中 緯度( $\varphi$ ), 赤緯(Dec.)는  $N$  이면  $+$ ,  $S$  이면  $-$ 로 하고 經度( $\lambda$ )는  $E$  를  $+$ ,  $W$  를  $-$ 로 定義하고 있다.

또한 測定誤差  $r(i)$  ( $i=1, 2$ ) 및 外亂은 서로 獨立인 正規亂數를 使用한다.

그 밖에 採擇한 定數(標準偏差)는 다음과 같다.

$$\sigma_{x_0} = \sigma_{y_0} = 1.'0, 3.'0, 5.'0$$

$$\sigma_{v_0} = 2.3 \text{ kn}$$

$$\sigma_{d_0} = 0.'0, 0.'5, 1.'0$$

$$v_0 = 15 \text{ kn}$$

$$\sigma_a = 0.'5, 1.'0, 1.'5, 2.'0$$

$$\sigma_v = 0.5 \text{ kn}, 1.0 \text{ kn}, 1.5 \text{ kn}, 2.0 \text{ kn}$$

$$\sigma_h = \sigma_b = 0.015 \text{ kn}, 0.030 \text{ kn}, 0.045 \text{ kn}$$

$$t = 0.5(\text{hour}), \Delta t = 0.005(\text{hour})$$

以上の 定數中  $\sigma_{v_0} = 2.3 \text{ kn}$ ,  $\sigma_{d_0} = 0.'0$ 으로 하여 다른 定數를 바꾸어 가면 36가지 경우가 되는데 이들 각 경우에 對하여 眞位置와 Running Fix 間의 距離인 測定位置의 誤差를  $D_{fix}$ , 眞位置와 最確

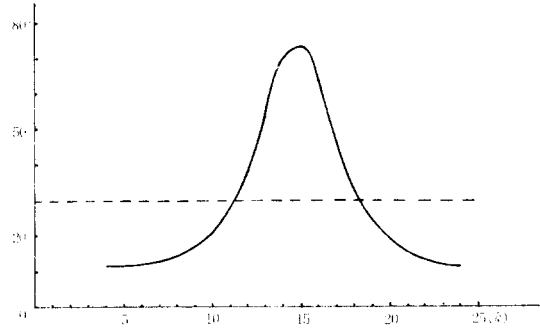
第 1 表 誤差의 變化에 따른  $D_{fix}$ ,  $D_{mpp}$ ,  $D_{kal}$ 의 平均值

誤差 區分 順序	測定誤差		外亂		初期誤差	$D_{fix}$ 平均值			$D_{mpp}$ 平均值			$D_{kal}$ 平均值		
	高度差 ( $\sigma_a$ )	速度 ( $\sigma_v$ )	船首尾( $\sigma_h$ ) 正 橫( $\sigma_b$ )	經度( $\sigma_{x_0}$ ) 緯度( $\sigma_{y_0}$ )		$\sigma_{d_0}$ 0.'0	$\sigma_{d_0}$ 0.'5	$\sigma_{d_0}$ 1.'0	$\sigma_{d_0}$ 0.'0	$\sigma_{d_0}$ 0.'5	$\sigma_{d_0}$ 1.'0	$\sigma_{d_0}$ 0.'0	$\sigma_{d_0}$ 0.'5	$\sigma_{d_0}$ 1.'0
1	0.'5	0.5kn	0.015kn	1.'0	2.17	2.23	2.48	1.12	1.18	1.44	0.52	0.62	0.73	
2	1.'0	1.0"	"	"	4.37	4.33	4.47	1.83	1.84	1.99	0.84	0.93	1.08	
3	1.'5	1.5"	"	"	6.56	6.49	6.53	2.58	2.56	2.63	1.06	1.14	1.34	
4	2.'0	2.0"	"	"	8.74	8.66	8.66	3.32	3.30	3.33	1.25	1.30	1.51	
5	0.'5	0.5"	0.030kn	"	2.18	2.25	2.50	1.18	1.23	1.49	0.56	0.65	0.74	

6	1.'0	1.0"	"	"	4.35	4.33	4.47	1.89	1.89	2.02	0.92	0.98	1.11
7	1.'5	1.5"	"	"	6.53	6.48	6.53	2.64	2.61	2.67	1.17	1.22	1.39
8	2.'0	2.0"	"	"	8.74	8.66	8.66	3.39	3.34	3.38	1.41	1.43	1.60
9	0.'5	0.5"	0.045kn	"	2.20	2.27	2.52	1.23	1.28	1.53	0.59	0.67	0.76
10	1.'0	1.0"	"	"	4.35	4.34	4.48	1.95	1.95	2.15	0.96	1.02	1.12
11	1.'5	1.5"	"	"	6.53	6.48	6.54	2.71	2.67	2.73	1.26	1.30	1.43
12	2.'0	2.0"	"	"	8.71	8.64	8.64	3.44	3.41	3.43	1.52	1.53	1.68
13	0.'5	0.5"	0.015kn	3.'0	2.17	2.23	2.48	2.89	2.94	3.07	0.61	0.80	0.84
14	1.'0	1.0"	"	"	4.35	4.32	4.47	3.52	3.53	3.62	1.00	1.16	1.27
15	1.'5	1.5"	"	"	6.56	6.50	6.54	4.26	4.19	4.23	1.36	1.52	1.67
16	2.'0	2.0"	"	"	8.75	8.68	8.66	4.89	4.87	4.90	1.66	1.81	1.98
17	0.'5	0.5"	0.030kn	"	2.18	2.25	2.49	2.95	2.99	3.12	0.65	0.85	0.88
18	1.'0	1.0"	"	"	4.36	4.33	4.47	3.58	3.59	3.67	1.05	1.20	1.29
19	1.'5	1.5"	"	"	6.53	6.47	6.53	4.16	4.24	4.28	1.44	1.56	1.67
20	2.'0	2.0"	"	"	8.74	8.67	8.66	4.94	4.92	4.95	1.76	1.85	1.98
21	0.'5	0.5"	0.045kn	"	2.19	2.27	2.52	3.00	3.04	3.17	0.70	0.89	0.92
22	1.'0	1.0"	"	"	4.35	4.34	4.48	3.62	3.64	3.72	1.11	1.25	1.33
23	1.'5	1.5"	"	"	6.53	6.48	6.54	4.27	4.29	4.33	1.51	1.63	1.73
24	2.'0	2.0"	"	"	8.71	8.64	8.65	5.01	4.97	5.00	1.86	1.94	2.05
25	0.'5	0.5"	0.015kn	5.'0	2.17	2.24	2.49	4.72	4.76	4.85	0.68	0.90	0.97
26	1.'0	1.0"	"	"	4.35	4.32	4.47	5.31	5.33	5.40	1.12	1.33	1.51
27	1.'5	1.5"	"	"	6.54	6.47	6.51	5.94	5.94	5.99	1.47	1.64	1.87
28	2.'0	2.0"	"	"	8.75	8.68	8.67	6.63	6.59	6.61	1.82	1.94	2.17
29	0.'5	0.5"	0.030kn	"	2.19	2.26	2.50	4.77	4.81	4.90	0.73	0.95	1.01
30	1.'0	1.0"	"	"	4.35	4.34	4.47	5.37	5.39	5.45	1.15	1.36	1.51
31	1.'5	1.5"	"	"	6.53	6.47	6.53	6.00	6.00	6.04	1.51	1.65	1.84
32	2.'0	2.0"	"	"	8.71	8.63	8.62	6.65	6.63	6.67	1.87	1.96	2.15
33	0.'5	0.5"	0.045kn	"	2.19	2.27	2.51	4.83	4.87	4.95	0.79	0.99	1.07
34	1.'0	1.0"	"	"	4.35	4.34	4.48	5.42	5.44	5.51	1.20	1.40	1.55
35	1.'5	1.5"	"	"	6.53	6.48	6.54	6.06	6.05	6.10	1.57	1.72	1.88
36	2.'0	2.0"	"	"	8.70	8.63	8.64	6.74	6.70	6.72	1.95	2.05	2.20

位置間的 距離인 最確位置의 誤差를  $D_{mpp}$ , 眞位置와 Kalman Filter 로 推定한 位置間的 距離인 最適推定位置의 誤差를  $D_{kat}$  라 하고  $\sigma_{a_0}=0. '0, 0. '5, 1. '0$  등 3 가지 경우에  $k=4$  부터 24 까지  $D_{fix}, D_{mpp}, D_{kat}$  의 平均値를 求하면 第1表에 表示한 것과 같이 된다.

第1表에 의하면 Kalman Filter 로 推定한 位置가 어떤 경우에나 顯著히 精確함을 알 수 있다.



第2圖 Running Fix 를 구한 때의 位置線間의 交角

第2圖는 Running Fix 를 求한  $k=4$  부터 24 까지의 各時刻에 있어서 位置線의 交角을 나타낸 것인데  $30^{\circ}$ 以內인 것이 總 21回中 14回임을 알 수 있다.

位置線들 사이에 交角이 작은 狀態에서 Running Fix 를 求하면 船位의 精度는 當然히 낮을 것이 豫想되는데 第1表는 이를 잘 反影하고 있다. 따라서 낮에 太陽에 依한 Running Fix 를 求하는 경우에는 單一位置線에서 얻은 最確位置를 輕視할 수 없다고 생각된다.

第3圖부터 第10圖까지는 第1表에 表示한 36가지 경우 가운데 8 가지 경우만을 擇하여 各測定時刻  $k$ 에 對한  $D_{kat}$ 을 實線,  $D_{fix}$ 를 破線으로 片對數그래프用紙에 그린 것이다.

이들로부터 알 수 있는 共通點은 測定이 比較的 不精確한 初期(交角關係가 不良하여 初期에는 Running Fix 가 不精確하다)에는  $D_{kat}$ 도 比較的 크게 나타나고 있는데 交角關係가 좋아져서 Running Fix 가 精確해지는  $k=14$ 以後부터는 急激히 減小하며 뒤에 다시 交角이 작아져  $D_{fix}$ 는 커지더라도  $D_{kat}$ 은 큰 變動없이 거의 一定한 값을 갖게 된다는 것이다.

第3, 4, 5圖를 서로 比較하면 測定值誤差가 주는 影響을 알 수 있다. 즉 測定值誤差가 커짐에 따라  $D_{fix}$ 는 顯著히 커지지만  $D_{kat}$ 은 큰 變動이 없다.

第4, 6圖 또는 第4, 7圖를 比較하면 外亂이 커져도  $D_{fix}$ 는 거의 變化하지 않으나  $D_{kat}$ 은 外亂이 클수록 커지는 傾向이 있음을 알 수 있다.

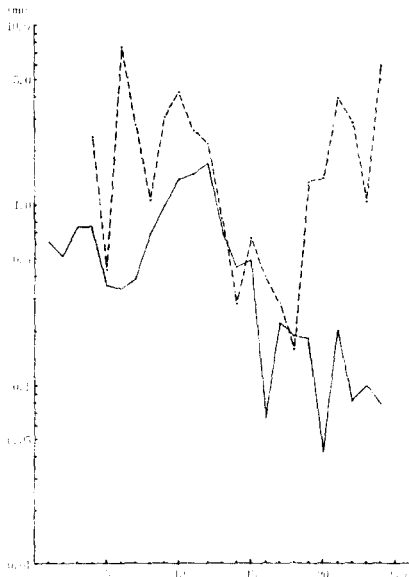
第5, 8圖 또는 第6, 9圖를 比較하여 보면 初期值推定誤差가 크면 클수록 初期동안은 誤差가 작은 경우에 比하여  $D_{kat}$ 이 크게 되나 精密한 測定이 이루어진 다음에는 오히려 誤差가 큰 경우에  $D_{kat}$ 이 작아지는 傾向을 보이고 있다.

다음에 系統誤差가  $D_{kat}$ 에 미치는 影響은 第1表에도 나타나 있는 바와 같이 系統誤差에 對한 推定誤差  $\sigma_{a_0}$ 가 드면 클수록 全體적으로는  $D_{kat}$ 이 커지나 그 差異는 微小하다.

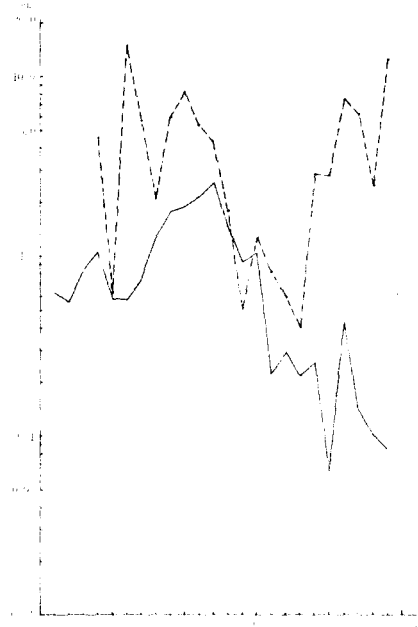
第11圖 및 第12圖는 第6圖에 表示한 경우와 똑같은 條件이면서 다만 系統誤差 2. '0에 對한 推定誤差  $\sigma_{a_0}$ 를 0. '5 및 1. '0라고 하였을 때의  $D_{kat}$ 과  $D_{fix}$ 를 나타낸 것이다.

第12圖의 경우  $\sigma_{a_0}=1. '0$ 인데 第6圖의  $\sigma_{a_0}=0. '0$ 인 경우에 比하여 精密測定이 이루어졌다고 보여 지는  $k=14$ 以後의 差가 없다는 것을 알 수 있다.

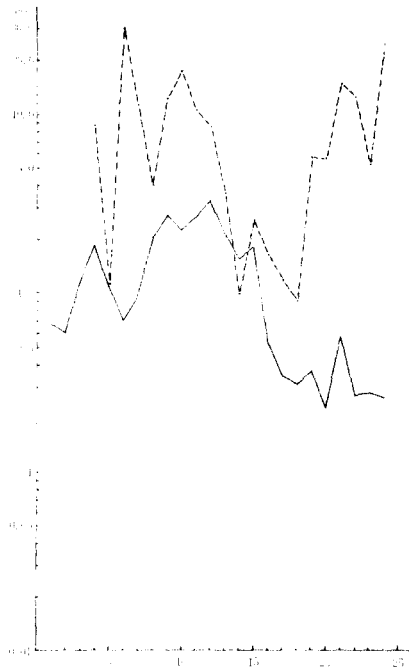




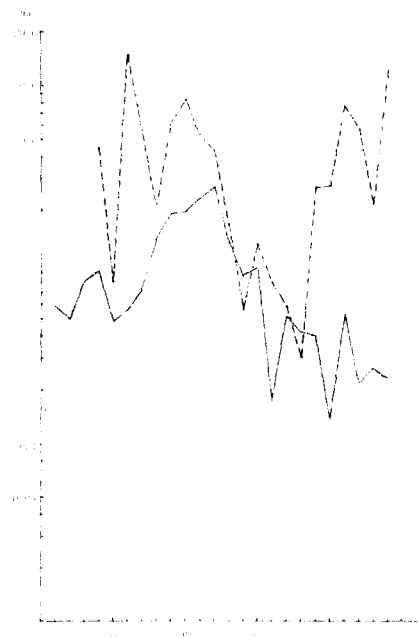
第 3 圖  $\sigma_a=0.5, \sigma_v=0.5kn$   
 $\sigma_h=\sigma_b=0.015kn, \sigma_{x_0}=\sigma_{y_0}=1.0$



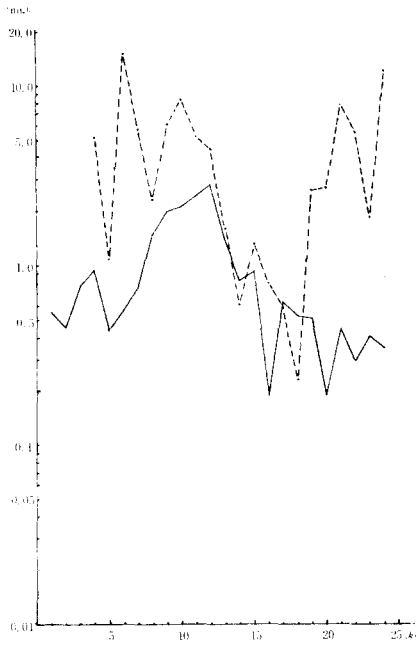
第 4 圖  $\sigma_a=1.0, \sigma_v=1.0kn$   
 $\sigma_h=\sigma_b=0.015kn, \sigma_{x_0}=\sigma_{y_0}=1.0$



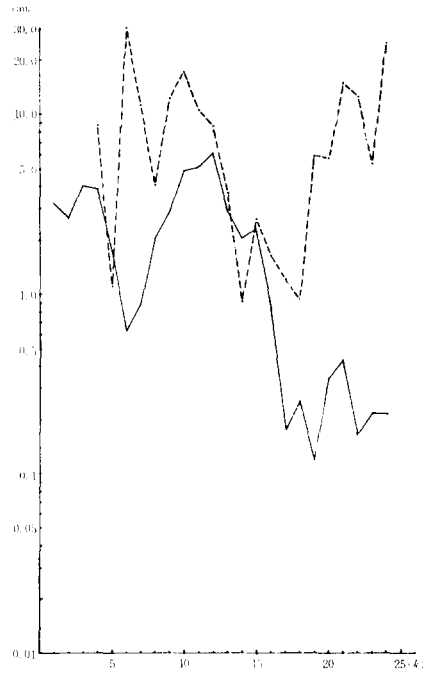
第 5 圖  $\sigma_a=2.0, \sigma_v=2.0kn$   
 $\sigma_h=\sigma_b=0.015kn, \sigma_{x_0}=\sigma_{y_0}=1.0$



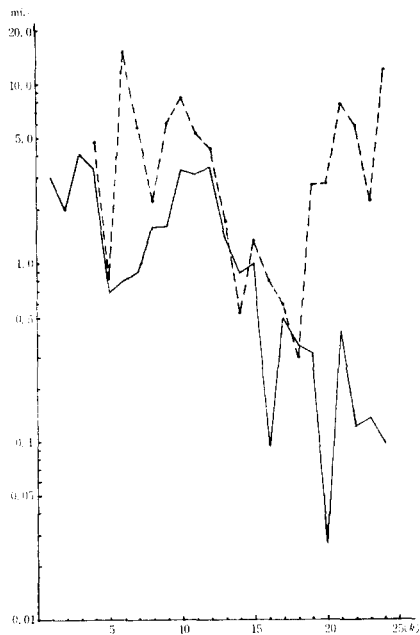
第 6 圖  $\sigma_a=1.0, \sigma_v=1.0kn$   
 $\sigma_h=\sigma_b=0.030kn, \sigma_{x_0}=\sigma_{y_0}=1.0$



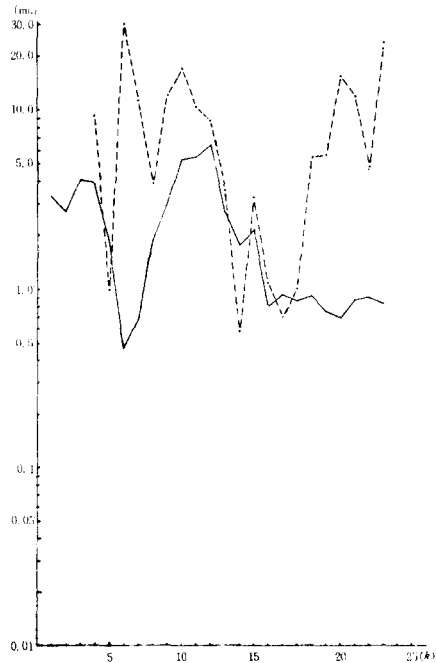
第7圖  $\sigma_a = 1.0$ ,  $\sigma_v = 1.0kn$   
 $\sigma_h = \sigma_b = 0.045kn$ ,  $\sigma_{x_0} = \sigma_{y_0} = 1.0$



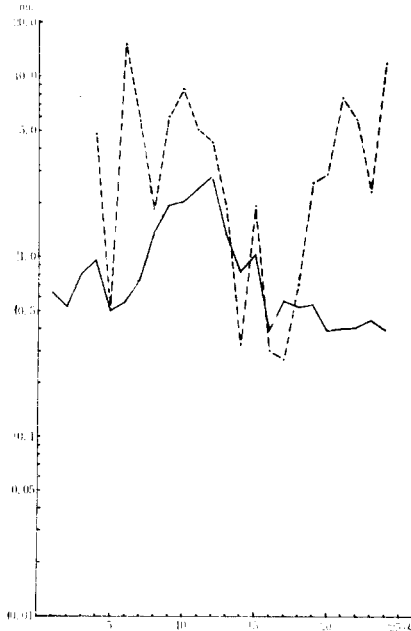
第8圖  $\sigma_a = 2.0$ ,  $\sigma_v = 2.0kn$   
 $\sigma_h = \sigma_b = 0.015kn$ ,  $\sigma_{x_0} = \sigma_{y_0} = 5.0$



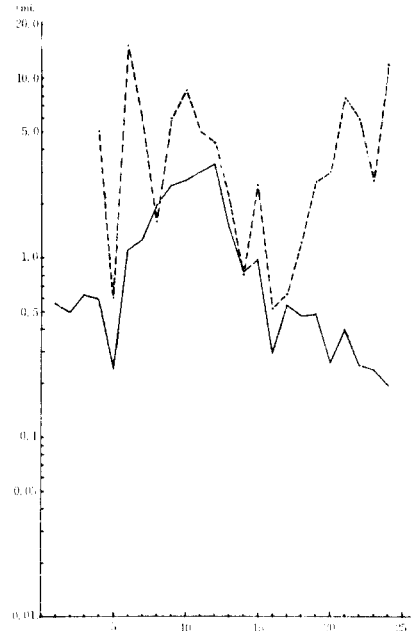
第9圖  $\sigma_a = 1.0$ ,  $\sigma_v = 1.0kn$   
 $\sigma_h = \sigma_b = 0.030kn$ ,  $\sigma_{x_0} = \sigma_{y_0} = 5.0mi$



第10圖  $\sigma_a = 2.0$ ,  $\sigma_v = 2.0kn$   
 $\sigma_h = \sigma_b = 0.045kn$ ,  $\sigma_{x_0} = \sigma_{y_0} = 5.0$



第11圖  $\sigma_a=1. '0$ ,  $\sigma_b=1.0kn$   
 $\sigma_h=\sigma_b=0.030kn$   
 $\sigma_{x_0}=\sigma_{y_0}=1. '0$   
 $d=2. '0$ ,  $\sigma_{d_0}=0. '5$



第12圖  $\sigma_a=1. '0$ ,  $\sigma_b=1.0kn$   
 $\sigma_h=\sigma_b=0.030kn$   
 $\sigma_{x_0}=\sigma_{y_0}=1. '0$   
 $d=2. '0$ ,  $\sigma_{d_0}=1. '0$

#### 4. 結 論

以上の 結果를 要約하면 다음과 같다.

(1) Kalman Filter 로 推定한 最適船位の 精度는 測定의 精度가 높을수록 높으나 測定船位の 誤差와 最適船位の 誤差의 比( $D_{kal}/D_{fix}$ )는 오히려 測定精度가 낮은 때에 작다.

이는 精密測定이 되지 않은 경우에 Kalman Filter 가 더욱 效果를 發揮할 수 있는 것으로 생각된다.

(2) 外亂과 初期推定値의 誤差가 작을수록 最適船位の 精度는 높다. 다시 말하면 最適船位는 外亂과 初期推定値의 誤差가 클수록 精度가 떨어진다.

(3) 系統誤差가 있고 이의 推定이 잘못되어 誤差가 있으면 最適船位の 精度는 떨어지게 된다.

(4) (2), (3)과 같은 傾向이 있음에도 不拘하고 測定船位와 最適船位の 誤差의 크기를 比較하면 Kalman Filter 에 依한 最適船位の 精度가 顯著이 높다는 것을 알 수 있다.

Kalman Filter 를 利用하려면 複雜한 計算을 하여야 하는 缺點은 있으나 船位の 精度改善을 위한 效果的인 方法임에는 틀림없다.

끝으로 現在 開發中에 있다고 하는 測高度·時間 自動記錄裝置가 附着된 Sextant 의 完備이나 船內에 計算機가 普及되는 가까운 將來에는 Kalman Filter 의 利用이 어렵지 않을 것임을 確信하며 이를 期待하는 바이다.

### 參 考 文 獻

1. 尹汝政・河注植：實測船位の精度改善에 관한 研究(Ⅰ), 韓國航海學會誌 第6卷 第1號, pp. 61~72, 1982.
2. 井淵健二：天測計算へのカルマンフィルタの應用, 航海 第60號, pp. 49~56, 1979.
3. C. DeWIT : Optimal Estimation of a Multi-Star Fix, Journal of The Institute of Navigation, Vol. 21, No 4, 1974~1975.
4. G.D. MORRISON : Most Probable Fix Position Reduction, Journal of The Institute of Navigation, Vol. 28, No. 1, 1981.
5. 綿森繁樹：天文航法システムーそのⅠ, 航海 第71號, pp. 23~30, 1982.