

Torsion Bar Spring 을 가진 懸垂裝置에 對한 最適條件 解析

Analysis of Optimum Condition for the Suspension System with Torsion Bar Spring

孫炳鎭* · 申榮澈**
(Byung J. Son, Young C. Shin)

Abstract

The spring constant and damping coefficient are vital factors of ride comfort and driving stability in the vibration of the vehicle which is mainly induced by a variety of the surface irregularity.

This paper reviewed the optimum condition of the damping factor derived from the typical model of two mass-two degrees of freedom.

Through the evaluation and discussion, it was presented that the spring of the torsion bar type was not effective for the driving stability in the large displacement of the wheel, and also that the damper with progressive performance has to be fundamentally selected to meet the requirement of the driving stability when this kind of spring is used as a suspension system of the vehicle.

1. 緒 論

不規則한 路面을 走行하는 車輛의 懸垂裝置는 車輛의 速度와 路面函數, 車體 및 懸垂裝置의 構造와 質量을 考慮하여 spring 과 damper 의 特性을 決定하여야 한다.

懸垂裝置는 긴 週期를 가진 路面이나 單一 障礙物 통과시에 wheel 이 항상 接地하도록 設計되어야 하고, 走行 間에 振動을 減衰시켜 ride comfort 를 增加시킴과 同時에 車輛의 driving stability 를 維持하여야 한다(1·3).

單一 또는 比較的 짧은 週期를 가진 障礙物에 는 soft spring 과 이에 適切한 damper 를 利用하

여 最適의 ride comfort 를 保障할 수 있는 반면, 最小限의 axle 振動으로서 driving stability 를 얻으려면 soft spring 과 比較的 stiff performance 를 갖는 damper 로서, 무게 中心과 路面 間의 相對 距離를 最小로 하기 爲해서는 stiff spring 과 stiff damper 가 適合하다고 提示한 바 있다(2, 5).

實際上 suspension system 에 作用하는 road function 은 random data (3, 4)로 處理되므로 spring 및 damper 의 變位 또는 速度에 對한 特性을 linear, progressive 및 degressive performance 를 갖도록 使用目的에 따라 適切히 最適化하는 것이 重要하다(1, 6).

* 正會員, 漢陽大學校 機械工學科

** 正會員, 漢陽大學校 大學院 機械工學科

本論文에서는 torsion bar spring 이 運動區間에서 damping factor ζ_2 에 미치는 影響을 理論解析하기 爲하여 3 種의 相異한 unloaded setting angle 을 가진 torsion bar spring 을 選定하여 suspension system 으로서 特性値를 計算하고 torsion bar spring 이 使用될 수 있는 限界를 定하여 全速度區間에서 ride comfort 와 driving stability 問題를 解析하고 最適化 條件을 決定하고자 한다.

2. 理論 解析 및 關聯 主要 factor

가. 2 自由度系의 damping factor

Torsion bar spring 을 使用하는 body 및 suspension system 의 simplified model (4, 5) 을 Fig. 1 과 같이 決定하고 linear system equation 으로 表示하면,

$$\begin{aligned} m_2 \ddot{y}_2 + c_2 (\dot{y}_2 - \dot{y}_1) + k_2 (y_2 - y_1) &= 0 \\ m_1 \ddot{y}_1 - c_2 (\dot{y}_2 - \dot{y}_1) - k_2 (y_2 - y_1) &= -c_1 \dot{y}_1 - k_1 y_1 \end{aligned} \quad (1)$$

여기서

- m_1 ; Mass of wheel and arm
- m_2 ; Mass of the body supported by torsion bar spring

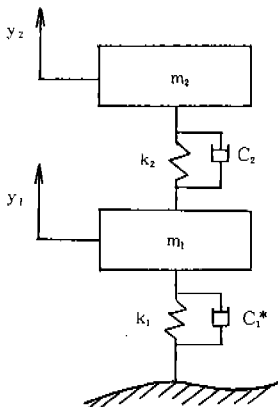


Fig. 1. Simplified model of two degrees of freedom for the body and the suspension system.

k_1, C_1^* ; The spring constant and damping coefficient of rubber

k_2, C_2 ; Spring constant of torsion bar and damping coefficient

eq.(1)로 부터 body 및 wheel assembly 의 natural frequency ω_1, ω_2 는

$$\begin{aligned} \omega_1 &= \sqrt{(k_1 + k_2) / m_1} \\ \omega_2 &= \sqrt{k_1 \cdot k_2 / (k_1 + k_2) \cdot 1 / m_2} \doteq \sqrt{k_2 / m_2} \end{aligned}$$

($\because k_1 \gg k_2$).....(2)

이고, 또한 body 및 wheel assembly 의 damping factor ζ_1, ζ_2 는

$$\begin{aligned} \zeta_1 &= \frac{C_1 \cdot C_2}{2\sqrt{(k_1 + k_2) m_1}} = \frac{C_1 + C_2}{2m \omega_1} \\ \zeta_2 &= \frac{C_2}{2\sqrt{m_2 k_2}} = \frac{C_2}{2m_2 \omega_2} \end{aligned} \quad (3)$$

으로 各各 表示된다.

Wheel 에 부착된 rubber 가 갖는 spring constant k_1 은 一般적으로 torsion bar spring constant k_2 보다 크고, 또한 $m_2 \gg m_1$ 이므로 $\omega_1 = (5 \sim 10) \omega_2$ 정도가 된다는 것이 밝혀져 있으며 [5], damping factor 는 vehicle velocity 에 따라 最適値가 相異한 값을 갖는다고 提示하였다(2).

Fig. 2 에는 vehicle 全速度 區間을 通하여 damping factor $\zeta = 0.25 \sim 3$ 에서 ride comfort 가, $\zeta =$

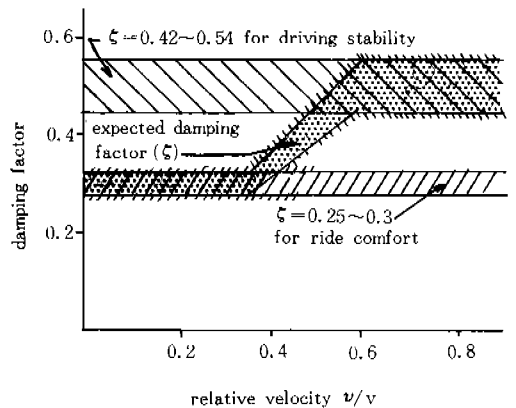


Fig. 2. Optimum range of the damping factor (ζ) for the ride comfort and driving stability. by Fr. GOES⁽²⁾.

0.42~0.54에서 driving stability가 最適하다고 밝혔으며, 一般적으로 低速에서 ride comfort, 高速에서 driving stability를 重要時하므로 Fig.2의 hatching한 tunnel 範圍 內에 suspension system의 特性을 갖도록 最適化하는 문제가 된다(6).

나. Optimum condition에 關聯된 factor

車輛의 全速度 區間에서 suspension system에 미치는 主要 要素는 body mass, spring constant 및 damping coefficient와 wheel 및 arm-mass, wheel에 부착된 고무가 갖는 spring constant와 고무의 damping coefficient 등이 相互 關聯하고 있다.

實際 車輛의 構造上으로 볼 때 m_1, m_2 는 structure로부터 決定되며, mitschke(5)에 의하면 고무의 damping coefficient는 frequency ω 가 增加함에 따라 減小하며 $c \cdot \omega$ 가 一定한 값을 갖는다고 밝힌 바 있고, spring constant 역시 成型된 고무의 어떤 特定한 값을 갖게 된다.

또한 body의 spring 및 damper는 주로 ride comfort를 考慮하여 特性值를 決定하였으나 速度가 增加함에 따라 driving stability를 滿足시켜야 하므로 速度에 따라 ζ_2 를 增加하여야 한다. Body의 damping factor ζ_2 는 eq.(3)으로부터 使用되는 spring과 damper의 形狀과 特性值 活用 區間에 따라 決定된다.

다. Torsion bar type spring의 特性

Torsion bar spring은 純粹한 비틀림 應力을 받는 牽型 spring element가 一般적으로 使用된다.

Fig. 3에는 一端이 固定되어 있는 torsion bar의 自由端에 arm을 設置한 典型的인 torsion bar suspension system을 나타내었다.

自由端에서

$$\theta = \frac{l}{G \cdot I_p} M_t$$

$$I_p = \pi d^4 / 32$$

$$\therefore \theta = \frac{(57 \cdot 3) \cdot (32) \cdot l}{G \cdot \pi d^4} M_t \text{ (degree)} \dots \dots \dots (4)$$

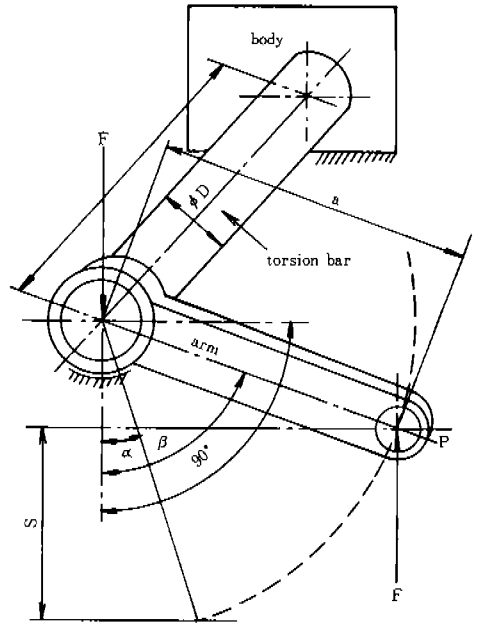


Fig. 3. Schematic diagram of the torsion bar spring with the arm as suspension system.

여기서

θ ; Twisting angle

M_t ; Twist moment

I_p ; Polar inertia

G ; Modulus of elasticity in shear 이다.

Torsion bar의 twist moment-angle 關係가 linear performance를 가지고 있지만 힘 F가 作用하는 点에서 spring force와 点P의 垂直變位와의 關係는 매우 重要한 價值를 가지고 있다(7).

Fig. 3의 길이 a인 arm이 垂直으로부터 β° 만큼 비틀어져 있을 때 twist moment는

$$M_t = F \cdot a \cdot \sin \beta \dots \dots \dots (5)$$

이고, 垂直으로부터 arm이 unloaded setting position에서 結合되었을 때의 角을 α 라하면, 實際 torsion bar의 비틀림 角 θ 는,

$$\theta = \beta - \alpha \dots \dots \dots (6)$$

$$= \frac{F \cdot a \cdot \sin \beta \cdot l}{G \cdot \pi \cdot I_p} \dots \dots \dots (7)$$

$$\therefore F = \frac{G \cdot I_p}{a \cdot l} \cdot \frac{\beta - \alpha}{\sin \beta} = \frac{G \cdot \pi d^4}{32 \cdot a \cdot l} \cdot \frac{\beta - \alpha}{\sin \beta} \dots \dots (8)$$

点 P에서 垂直 變位 S 는

$$S = a (\cos \alpha - \cos \beta) \dots \dots \dots (9)$$

이다. 또한 瞬間 spring constant k_s 는 任意角 β 에서 eq.(6)을 微分함으로써 얻을 수 있다.

$$\beta = \theta + \alpha$$

$$d\beta = \frac{a \cdot \sin \beta \cdot l}{G \cdot I_p} dF + \frac{F \cdot a \cdot l}{G \cdot I_p} \cos \beta \cdot d\beta \dots (10)$$

eq.(9)로 부터

$$ds = a \cdot \sin \beta \cdot d\beta$$

$$ds = \frac{a^2 \sin^2 \beta \cdot l}{G \cdot I_p} dF + \frac{F \cdot a \cdot l}{G \cdot I_p} \cos \beta \cdot a \sin \beta \cdot d\beta$$

$$[k_s]_0 = \frac{dF}{ds} = \frac{G \cdot I_p}{a^2 l} \cdot \frac{1 - (\beta - \alpha) \cot \beta}{\sin^2 \beta} \dots (12)$$

$$= \frac{GI_p}{a^2 l} f(\alpha, \beta)$$

3. 數值的 例 및 結果

本 論文에서는 數值的인 解析을 爲하여 規格이 相異한 torsion bar 3種을 選定하고 structure의 特殊性을 考慮하여 torsion bar 特性을 活用할 수 있는 運動 區間에서 解析이 可能하도록 maximum twist angle을 包含하여 各各의 諸元을 Table 2에 나타내었다. Unloaded setting angle은 60°, 55° 및 36°인 3種을 擇하였고, twist angle 變化에 따라 spring force (F), 垂直 變位 (s) 및 瞬間 spring constant k_s 의 變化 값을 求하여 Table 1에 나타내었다.

Table 1. The calculated performance of three kinds of the torsion bar

$\beta (^{\circ})$	Ratio of spring force to F_{eq}			Ratio of displacement to S_{eq}			Ratio of spring constant to K_{eq}		
	Type I	Type II	Type III	Type I	Type II	Type III	Type I	Type II	Type III
β_1			0			0			3.125
β_2			0.194			0.111			2.403
β_3			0.396			0.264			1.819
β_4			0.568			0.430			1.458
β_5		0	0.719		0	0.609		1.567	1.236
β_6	0	0.227	0.871	0	0.184	0.800	1.357	1.331	1.083
β_7	0.317	0.432	1	0.281	0.378	1	1.192	1.174	1
β_8	0.610	0.630	1.129	0.575	0.579	1.209	1.081	1.073	0.958
β_9	0.890	0.817	1.259	0.877	0.787	1.424	1.016	1.017	0.944
β_{10}	1	0.890	1.317	1	0.872	1.512	1	1.006	0.944
β_{11}	1.165	1	1.396	1.187	1	1.645	0.984	1	0.958
β_{12}	1.453	1.187	1.540	1.501	1.216	1.868	0.987	1.006	1.014
β_{13}	1.720	1.381	1.691	1.818	1.434	2.094	1.016	1.051	1.083
β_{14}	2.016	1.582	1.849	2.135	1.652	2.319	1.081	1.124	1.194
β_{15}	2.332	1.802	2.029	2.450	1.868	2.543	1.179	1.230	1.333
β_{16}	2.673	2.040	2.237	2.759	2.081	2.764	1.321	1.388	1.528
β_{17}	3.052	2.308	2.460	3.062	2.289	2.979	1.519	1.601	1.792
β_{18}	3.479	2.216	2.727	3.355	2.491	3.187	1.795	1.904	2.167
β_{19}	3.971	2.960	3.036	3.636	2.685	3.388	2.179	2.320	2.653

* F_{eq} : Spring force at the equilibrium position
 K_{eq} : Spring constant at the equilibrium position

Table 2. Data for three kinds of torsion bar spring system.

Item	Definition	Type I	Type II	Type III
Slenderness ratio	$\frac{L}{D/2}$	65.33	68	88.888
Ratio of a to S_{eq}	$\frac{a}{S_{eq}}$	3.58	2.50	2.61
Ratio of α to α_{eq}	$\frac{\alpha}{\alpha_{eq}}$	0.78	0.69	0.55
Ratio of β_{max} to α_{eq}	$\frac{\beta_{max}}{\alpha_{eq}}$	1.22	1.35	1.52
Poisson's ratio	ν	0.364	0.364	0.364

* S_{eq} : Displacement at the equilibrium position
 α_{eq} : Angle at the equilibrium position

4. 解析 및 討議

Torsion bar spring 의 ride comfort 와 driving stability 最適値를 밝히기 위하여 Fig. 4에 spring displacement (s)의 增加에 따라 瞬間 spring constant 와 spring force의 變化를 torsion bar 別로 表示하였다.

Fig. 4 에는 spring type 別로 static load 와 spring force 에 의한 equilibrium condition 을 標記하였고, 各 torsion bar 가 設置된 system 의 構造와 使用日의에 따라 設定된 最大 垂直 移動變

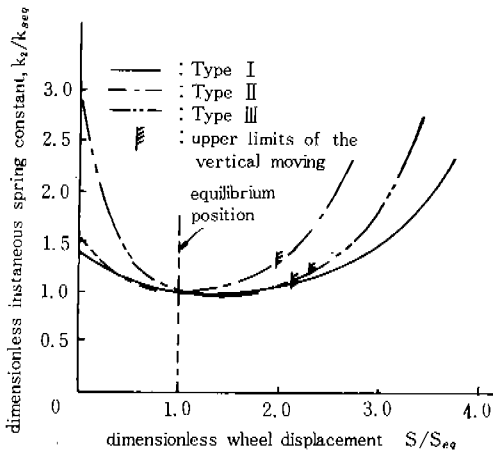


Fig. 4 Variations of instantaneous spring constant for the torsion bar at various wheel displacement

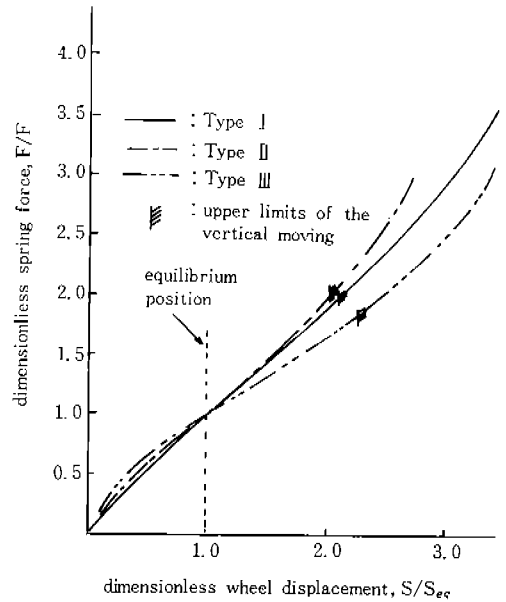


Fig. 5. Variation of the spring force for the torsion bar at various wheel displacement.

位를 標記하였다. 또한 3 種의 spring 모두가 瞬間 spring constant 가 減少하다가 垂直 變位가 점차로 增加함에 따라 progressive performance 를 갖는 共通性을 가지고 있고, 오직 unloaded setting angle 에 의하여 그 slope 가 決定됨을 보여 주고 있다. 또한 eq.(3)으로부터 equilibrium position 까지 比較的 작은 變位에서는 同一한 damping coefficient 와 body mass 인 境遇에도 ζ_2 값이 增加하여 driving stability 를 向上시키나 變位가 增加함에 따라 ζ_2 값이 減少함으로써 高速 走行 特性을 나쁘게 하고 있다. 특히 Type II torsion bar 는 type III 에 比하여 高速에서 走行 安定度가 낮음을 알 수 있다.

垂直 運動區間 內에서 spring constant 變化에 勿論하고 Fig. 5에 나타난 F-S 關係가 3 種 모두 linear performance 를 갖는다는 것은 torsion bar suspension system 의 幾何學的 形狀으로부터 얻는 長点이다.

Equilibrium position 으로부터 ζ_2 를 各 torsion bar 別로 damping factor (ζ_2)의 最適値를 維持할 수 있는 變位를 equilibrium position 으로부터 計算하여 table 3에 나타내었고, spring 變位에

대한 ζ_2 의 變化를 各瞬間의 값 ζ_0 에 대한 equilibrium position에서 基準값(ζ_{eq})의 比(ζ_0/ζ_{eq})로서 Fig. 6에 圖示하였으며 ζ_0/ζ_{eq} 값의 減少는 driving stability가 점차로 나빠지는 의미를 갖고 있다.

또한 運動區間에서 走行改善은 damping coefficient (C_2)를 速度에 따라 progressive performance를 가져야 함을 暗示하여 주고 있다.

Table 3. Displacement from the equilibrium position for the optimum.

Type of torsion bar	Definition	Displacement / static deflection
Type I		0.591
Type II		0
Type III		0.352

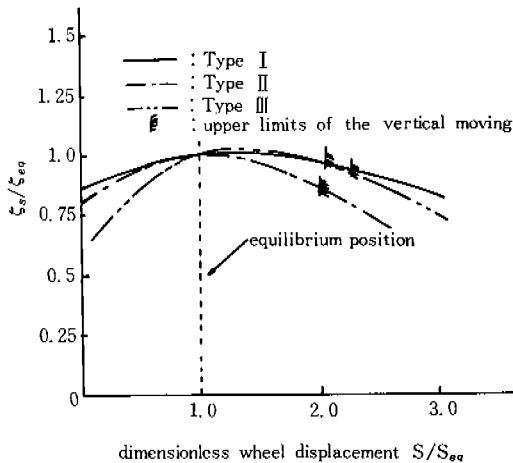


Fig. 6. Variations of damping factor at the various wheel displacement.

5. 結論

本 研究를 通하여 $dMt/d\theta$ 가 一定한 特性을 갖는 torsion bar spring이 ground vehicle의 suspension system으로 使用될 때 全速度 區間에서 ride comfort와 driving stability를 滿足시키기 爲하여 body의 damping factor(ζ_2)의 값은 相異한 값을 要求하고 있으나 spring 變位에 따

라 最適化할 수 있는 特性에 對하여 다음과 같은 結論을 얻었다.

가. Torsion bar spring은 形狀과 size에 關係없이 瞬間 spring constant가 比較的 작은 變位에서는 減少하나 큰 變位에서는 增加하며, 運動 區間 內에서의 瞬間 spring constant의 變化率은 unloaded setting angle에 의하여 좌우된다.

나. Torsion bar spring 自体로서는 比較的 작은 垂直 變位에서 driving stability를 維持하나, 큰 變位에서는 性能이 低下하므로 高速 走行 車輛에는 適合하지 않다.

다. 高速 走行에서 driving stability를 維持하기 爲해서는 瞬間 spring constant가 progressive performance를 갖는 運動 區間에서 progressive performance를 갖는 damper가 必要하다.

References

1. G. H. Tidbury, Advances in Automobile Engineering, Session 3, pp.167~183, Pergamon Press LTD., New York, 1962.
2. Fr. Goes, The Theoretical and Experimental Study on the Effectiveness of Damper in the Vehicle, Diss. TH Braunschweig, 1963.
3. Bendat & Piersol, Random Data, Chap. 1, pp.9~25, John Wiley & Sons, New York, 1971.
4. J. Y. Wong, Theory of Ground Vehicle, Chap. 7, pp.264~288, John Wiley & Sons, New York, 1978.
5. M. Mitschke, Dynamics of the Vehicle, Chap. 12, pp.287~317, 1972.
6. W. Paasch, Introduction of the Suspension System of the Ground Vehicle, Chap.8, pp.48~53, Erp.41, Trier, 1973.
7. J. Ulbricht & S. Kindermann, Hot Forming Spring, Chap.12, pp.81~93, Hoesch Work, Hohenlimburg, 1973.