

## 船用推進軸系の最適配置에 관한 研究

文 德 弘\*

## Optimum Alignment of Marine Propulsion Shafting

Duk-Hong MOON\*

The author has developed the computer program in order to calculate the optimum alignment condition of marine propulsion shafting by linear programming method. The input of program was calculated by the matrix method of three-moment theorem. He compared the calculated values with the experimental values measured by the strain gage on the model shaft, and the values of calculation on actual propulsion shafting with those of Det norske Veritas.

The computer program of optimum alignment has been applied to the actual shaft.

The results obtained are as follows:

1. To obtain the reaction of supporting points in the straight line necessary to the optimum alignment and the reaction influence number, after the computer program had been developed and then adapted, the result of experimental values and calculated values agreed with each other and the values of the actual shaft were also approximately similar to the values of other program.
2. In this paper, the measuring method on model shaft by strain gage can be effectively used at the time of adjusting alignment condition of actual shaft.
3. The supporting bearing should be considerably readjusted to the vertical direction in order to satisfy some limited condition.

## 記號說明

$S_a, S_b$  : 스패의 左, 右側의 前斷力  
 $S_{aa}, S_{bb}$  : 作用荷重에 의한 左, 右側의 前斷力  
 $\theta_a, \theta_b$  : 스패의 左, 右側의 처짐角  
 $\theta_{aa}, \theta_{bb}$  : 作用荷重에 의한 左, 右側의 처짐角  
 $l_i$  :  $i$ 번 스패의 길이  
 $M_i$  :  $i$ 번 節點에서의 모멘트  
 $E_i$  :  $i$ 번 스패의 縱彈性係數  
 $V_i$  :  $i$ 번 節點에서의 처짐

$I_i$  :  $i$ 번 스패의 斷面2次 모멘트  
 $P$  : 作用外力  
 $a, b$  : 外力의 作用點에서 左, 右側節點까지의 거리  
 $M_a, M_b$  : 外力의 모멘트  
 $R_i$  :  $i$ 번 支持點에서의 反力  
 $M_{ij}, \epsilon_{ij}$  :  $i$ 번 支持點 變位時  $j$ 번 支持點의 모멘트 및 變形量의 變化量  
 $E_j$  :  $j$ 번 스패의 斷面係數  
 $R_{ij}$  :  $i$ 번 支持點 變位時  $j$ 번 持點의 反力變化量

\* 釜山水産大學 : National Fisheries University of Busan.

緒 論

理 論

軸系를 一直線으로 配置하는 경우, 각베어링의 荷重配分이 고르지 못하므로 인하여 推進軸베어링의 異常摩滅, 中間軸베어링의 無負荷狀態 또는 過熱, 減速齒車 齒의 摩滅, 破損등의 問題가 야기된다고 했다. (Lehr et al<sup>1)</sup>, Mann<sup>2)</sup>)

이러한 問題點들의 해결책으로 Mann<sup>3)</sup>은 軸系의 각 베어링들을 垂直 및 前後方向으로 조절해서 軸系를 “自然曲線(faired curve)”에 가깝게 配置함으로써 여러가지 變化에 대해서 鈍感하고 안정된 軸系를 얻을 수 있다는 새로운 配置理論의 적용을 주장했으며, 그후 이에 관한 研究는 Kvamsdal<sup>4)</sup>, Severson et al.<sup>5)</sup>에 의해 활발히 進행되어 왔다.

最近에는 實際의인 條件의 反影과 함께 電子計算機를 利用해서 신속하고 精確한 配置資料 計算法의 開發에 研究가 集中되고 있다.

本研究의 目的은 지금까지 軸系配置計算의 根幹이 되어온 三進모멘트定理를 매트릭스 算法<sup>6)</sup>으로 處理하고 電子計算機를 利用하여 軸系配置에 필요한 諸資料를 얻어내고, 이 資料에 의해 線型計算法<sup>7)</sup>을 利用하여 最適配置狀態를 算出하는 데 있다.

理論式을 電算處理하기 용이하게 變形시켜 電算프로그램을 開發하고 模型軸系의 數值計算을 행하였으며, 이의 信賴性을 확인하기 위하여 스트레인게이지에 의해 實測한 結果와 比較했다. 또한 Det norske Veritas<sup>8)</sup>가 獨自的으로 開發한 電算프로그램에 의하여 實船軸系에 대하여 행한 計算値와도 比較檢討했고, 制限條件에 의해 實船軸系의 最適配置狀態를 算出했다.

1. 支持反力

Fig. 1과 같이 연속보에서 橫荷重을 받을때 節點3의 斷面力 및 처짐角을 구하면,

$$\left. \begin{aligned} S_{a2} &= \frac{M_{b2}-M_{a2}}{l_2} + S_{0a2}, & S_{b2} &= \frac{M_{b2}-M_{a2}}{l_2} - S_{0b2} \\ S_{a3} &= \frac{M_{b3}-M_{a3}}{l_3} + S_{0a3}, & S_{b3} &= \frac{M_{b3}-M_{a3}}{l_3} - S_{0b3} \end{aligned} \right\} (1)$$

$$\left. \begin{aligned} \theta_{a2} &= \frac{l_2}{3E_2I_2} M_{a2} + \frac{l_2}{6E_2I_2} M_{b2} + \frac{V_{b2}-V_{a2}}{l_2} + \theta_{0a2} \\ \theta_{b2} &= -\frac{l_2}{6E_2I_2} M_{a2} - \frac{l_2}{3E_2I_2} M_{b2} + \frac{V_{b2}-V_{a2}}{l_2} + \theta_{0b2} \\ \theta_{a3} &= \frac{l_3}{3E_3I_3} M_{a3} + \frac{l_3}{6E_3I_3} M_{b3} + \frac{V_{b3}-V_{a3}}{l_3} + \theta_{0a3} \\ \theta_{b3} &= -\frac{l_3}{6E_3I_3} M_{a3} - \frac{l_3}{3E_3I_3} M_{b3} + \frac{V_{b3}-V_{a3}}{l_3} + \theta_{0b3} \end{aligned} \right\} (2)$$

(1), (2)式에서  $S_{0a2}$ ,  $S_{0b2}$ ,  $S_{0a3}$ ,  $S_{0b3}$ ,  $\theta_{0a2}$ ,  $\theta_{0b2}$ ,  $\theta_{0a3}$ , 및  $\theta_{0b3}$ 는 Table 1에서 구한다.

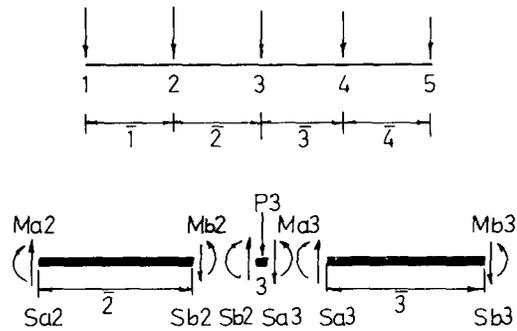


Fig. 1 Condition of nodal point.

Table 1  $S_{0a}$ ,  $S_{0b}$ ,  $\theta_{0a}$ ,  $\theta_{0b}$  (Horizontal forces)

	$S_{0a}$	$S_{0b}$	$\theta_{0a}$	$\theta_{0b}$
	$P \frac{b}{l}$	$-P \frac{a}{l}$	$\frac{Pab}{6EI} (l+b)$	$-\frac{Pab}{6EI} (l-a)$
	$\left(\frac{Pa}{3} + \frac{Pb}{6}\right)l$	$-\left(\frac{Pa}{6} + \frac{Pb}{3}\right)l$	$\frac{8Pa+7Pb}{360EI} l^3$	$-\frac{7Pa+8Pb}{360EI} l^3$
	$-\frac{Ma+Mb}{l}$	$-\frac{Ma+Mb}{l}$	$\frac{l}{6EI} (2Ma-Mb)$	$\frac{l}{6EI} (2Mb-Ma)$

그리고 節點3에서

$$S_{03} - S_{02} = P_3, \quad M_{02} = M_{03} (\equiv M_3) \quad (3)$$

인 關係가 成立하므로,

$$d_2 M_2 - (d_2 + d_3) M_3 + d_3 M_4 = -P_3 - (S_{003} - S_{002}) \quad (4)$$

(단,  $d_i \equiv 1/l_i$ )

또한, 좌측부의 b端의 變形 (회임과 기울림)은 우측부의 a端의 變形과 같아야 하므로,

$$d_{02} = d_{03}, \quad V_{02} = V_{03} (\equiv V_3) \quad (5)$$

$$d_2 V_2 - (d_2 + d_3) V_3 + d_3 V_4 = -\{d_2 M_2 + 2(h_2 + h_3) M_3 + h_3 M_4\} - (\theta_{003} - \theta_{002}) \quad (6)$$

$$\begin{bmatrix} -d_1 & d_1 & 0 & 0 & 0 \\ d_1 & -(d_1 + d_2) & d_2 & 0 & 0 \\ 0 & d_2 & -(d_2 + d_3) & d_3 & 0 \\ 0 & 0 & d_3 & -(d_3 + d_4) & d_4 \\ 0 & 0 & 0 & d_4 & -d_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_1 \\ M_2 \\ M_3 \\ M_4 \\ M_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \\ P_5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} S_{001} - 0 \\ S_{002} - S_{001} \\ S_{003} - S_{002} \\ S_{004} - S_{003} \\ 0 - S_{004} \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$\begin{bmatrix} -d_1 & d_1 & 0 & 0 & 0 \\ d_1 & -(d_1 + d_2) & d_2 & 0 & 0 \\ 0 & d_2 & -(d_2 + d_3) & d_3 & 0 \\ 0 & 0 & d_3 & -(d_3 + d_4) & d_4 \\ 0 & 0 & 0 & d_4 & -d_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \\ V_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2h_1 & h_1 & 0 & 0 & 0 \\ h_1 & 2(h_1 + h_2) & h_2 & 0 & 0 \\ 0 & h_2 & 2(h_2 + h_3) & h_3 & 0 \\ 0 & 0 & h_3 & 2(h_3 + h_4) & h_4 \\ 0 & 0 & 0 & h_4 & 2h_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_1 \\ M_2 \\ M_3 \\ M_4 \\ M_5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \theta_{001} - \theta_{002} \\ \theta_{002} - \theta_{001} \\ \theta_{003} - \theta_{002} \\ \theta_{004} - \theta_{003} \\ 0 - \theta_{004} \end{bmatrix} \quad (9)$$

(8), (9)식을 간단히 하면,

$$DM = -P - (S_{00a} - S_{00b}) \quad (10)$$

$$D^T V = -HM - (\theta_{00a} - \theta_{00b}) \quad (11)$$

(단,  $D^T$ 는  $D$ 의 轉置行列)

$-H$ 의 逆行列을 구하고 정리하면,

$$M = H^{-1} D^T V - H^{-1} (\theta_{00a} - \theta_{00b}) \quad (12)$$

上式을 (10)식에 넣으면,

$$[DH^{-1} D^T] V = P + (S_{00a} - S_{00b}) - DH^{-1} (\theta_{00a} - \theta_{00b}) \equiv P' \quad (13)$$

$$V = [DH^{-1} D^T]^{-1} P' \quad (14)$$

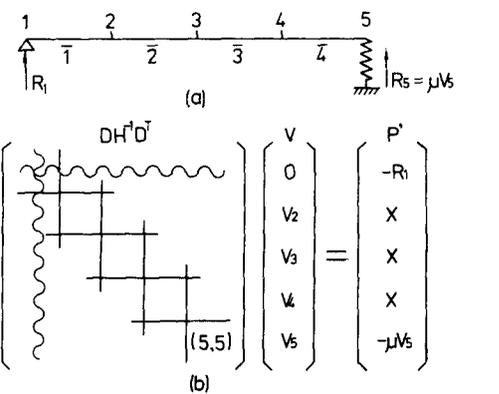


Fig. 2 Disposal of supporting points.

(단,  $h_i \equiv 1/(5E_i I_i)$ )

上式은 三連모멘트 定理를 나타내고 있다.

2, 4의 節點에 대해서도 똑같은 式이 얻어지고, 兩端은 支持條件에 의해 달라진다. 兩端을 固定端이라 가정하면,

$$\left. \begin{aligned} \theta_{01} &= 0, -d_1 V_1 + d_1 V_2 = -(2h_1 M_1 + h_1 M_2) \\ &-(\theta_{001} - 0) \\ \theta_{04} &= 0, d_4 V_4 - d_4 V_5 = -(h_4 M_4 + 2h_4 M_5) \\ &-(0 - \theta_{004}) \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

(4), (6), (7)식을 매트릭스로 나타내면,

$$\begin{bmatrix} M_1 \\ M_2 \\ M_3 \\ M_4 \\ M_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \\ P_5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} S_{001} - 0 \\ S_{002} - S_{001} \\ S_{003} - S_{002} \\ S_{004} - S_{003} \\ 0 - S_{004} \end{bmatrix} \quad (8)$$

兩端이 自由端인 경우는 ( $\theta_{01} = 0, \theta_{04} = 0$ )인 條件의 成立하지 않으므로 (11)式에서  $-H$ 의 逆行列을 구할 때 兩端에 해당하는 行列을 除去하고 零으로 채운다음 對角要素만을 1로 놓고 計算후 다시 零으로 치환한다.

Fig. 2와 같이 節點1에 支持點이 있는 경우는 變位  $V_1$ 이 零이고 支持反力  $-R_1$ 이 생긴다. 反力도 作用外力의 인종이므로 荷重項  $P'$ 에 포함시켜야 하나 未知數이므로 좌변으로 옮겨온지  $R_1$ 을 포함하는 方程式을 除去할 필요가 있다. 除去하는 것이 剛性 매트릭스가 對稱으로 되어 計算이 편리하다. 즉, (13)式의  $[DH^{-1} D^T]$ 의 逆行列을 計算時에도 支點과 같은 번호의 行列의 要素를 零으로 놓고 對角要素만 1로 놓아 計算후 다시 零으로 치환한 후 變位  $V$ 를 구한다. 이 變位로 (12)式에 의해  $M$ 을 구하고 (1), (2)式에  $M$ 을 代入하여 (3)式에 의해 支持反력을 구한다.

## 2. 反力影響係數

節點 3이 Fig. 3(a)와 같이  $\Delta_3$ 만큼 變位를 시키기 위해서는 外力  $R_3$ 를 작용시킬 필요가 있다. 따라서 (14)式은 Fig. 3(b)와 같이 된다.



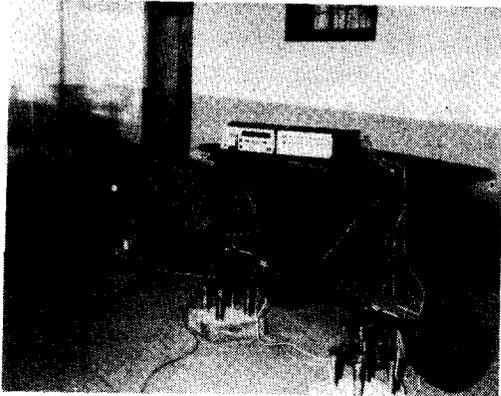
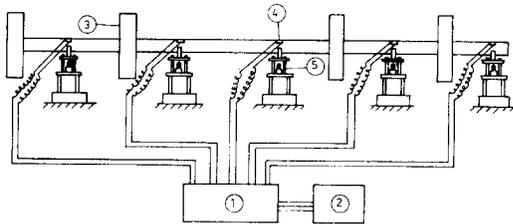


Fig. 4 General set up of experiment.



- ① Automatic scanning box
- ② Digital strain indicator
- ③ Weight
- ④ Strain gauge
- ⑤ Adjusting screw

Fig. 5 Schematic diagram of experimental apparatus.

測定裝置는 각 支持點部分의 軸上에 스트레인게이지(日本, 共和電業社, KFC-20-C1-11)를 부착시켜 automatic scanning box(日本, 共和電業社, ASB-52E)의 브릿지 端子에 연결했고, ASB를 거쳐 digital strain indicator(日本, 共和電業社, SD-510A)로 變形量의 기록을 얻을 수 있게 했다.

2. 實驗方法

測定은 支持點에 設置된 調整나사에 의해 한 支持點을 1mm 높였을 때 각 支持點의 變形量을 기록시켰고, 測定誤差를 줄이기 위해 10회 反復하였다. 그리고 測定器自體에 의한 誤差를 줄이기 위해 每回 10번씩 기록시켰다. 모든 支持點에 대해 마찬가지로 행하였다. 支持點變位の 確認은 支持點위의 軸上에 設置한 다이알게이지에 의하였다.

模型軸系의 치수는 Fig. 6과 같다.

模型軸의 實驗値와 計算値의 比較

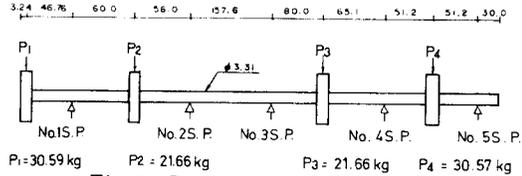


Fig. 6. Dimensions of the model shaft.

模型軸의 각 支持點을 1mm 높였을 때마다, 10회씩 測定해서 얻은, 각 支持點에서의 變形量의 平均값들은 Table 2와 같다.

Table 2 Average values of strains measured by a strain gauge ( $\times 10^{-6}$ )

Ord. of Brg.	1	2	3	4	5
1	0	-19	5	-1	0
2	0	40	-23	7	0
3	0	-25	38	-27	0
4	0	7	-27	48	0
5	0	-2	6	-25	0

Table 2의 變形量으로 각 支持點의 굽힘모멘트 變化量  $M_{ij}$ 를 (18)式으로 구하고, 이들값으로 (19)式에 의해서 反力影響係數  $R_{ij}$ 를 구한 값은 Table 3과 같다.

$$M_{ij} = \epsilon_{ij} E_j Z_j \quad (18)$$

$$R_{ij} = -\frac{M_{i, j-1} - M_{ij}}{l_j} + \frac{-M_{ij} + M_{i, j+1}}{l_{j+1}} \quad (19)$$

Table 3 Reaction influence numbers by the values of experiment (kg/mm)

Ord. of Brg.	1	2	3	4	5
1	2	-4	2	-1	0
2	-4	8	-7	3	-1
3	2	-7	10	-8	3
4	-1	3	-8	11	-5
5	0	-1	3	-5	3

數值計算은 앞에서의 理論式에 의한 支持反力 및 反力影響係數를 구하는 電算프로그램을 FORTRAN으로 작성한 다음 FACOM U-300 電子計算機로 행하였다.

Fig. 6의 模型軸을 8分割해서 計算을 행했고, 5個의 支持點이 水平支持하고 있는 狀態의 反力荷重 및 각 支持點을 1mm 높였을 때마다의 反力影響係數를

Table 4, 5에 나타냈다.

**Table 4 Reactions calculated by the digital computer in the straight support**

Bearing No. 1	64.14kg
Bearing No. 2	7.71kg
Bearing No. 3	23.89kg
Bearing No. 4	46.48kg
Bearing No. 5	16.45kg

**Table 5 Reaction influence numbers calculated by the digital computer (kg/mm)**

Ord. of Brg.	1	2	3	4	5
1	2	-4	2	-1	0
2	-4	8	-7	3	-1
3	2	-7	9	-8	3
4	-1	3	-8	11	-5
5	0	-1	3	-5	3

實驗結果와 計算結果는 Table 3, 5에서 알 수 있는 바와 같이 (3, 3)要素를 除外하고는 전부 一致하고 있다.

Maxwell의 相反定理에 의하면, 反力影響係數는 對角要素에 대해 서로 對稱대트릭스가 되어야 하는데, 計算結果 및 實驗結果 共に 對稱이 되고 있음을 알 수 있고, 이는 模型軸自體가 斷面變化가 없는 單一直徑의 軸이고, 精確한 入力資料를 알 수 있기 때문에 좋은 結果를 얻을 수 있었다고 생각된다.

### 實船軸系の 配置計算

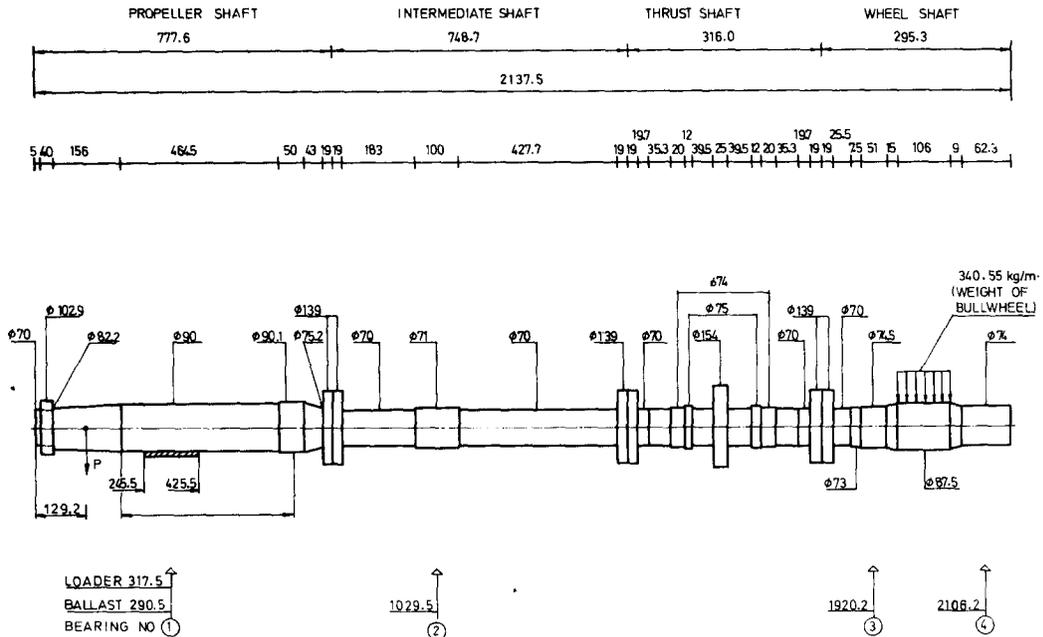
#### 1. 配置資料의 計算

Fig. 7은 計算要目を 나타내고 이들 要目外에 다음과 같은 條件이 고려되었다.

(1) 推進器의 偏心推力으로 인한 모멘트는  $0.1263 \times 10^8 \text{cm} \cdot \text{kg}$ 이며 작용점은 船尾에서 船首로 보아 垂直面으로부터 反時計方向  $322.85^\circ$ 이다.

(2) 船尾管 後部베어링의 支持點은 발레스트狀態에서 베어링後端부터  $0.5D$ , 滿載狀態에서  $0.8D$ 의 곳의 있는 것으로 본다. ( $D$ 는 推進器軸外徑)

(3) 齒車支持베어링의 支持荷重差는  $17.5\%$  未滿으로 한다.



P - POINT LOAD WEIGHT OF PROPELLER AND WATERCAP FILLED WITH GREASE

P(AIR) = 63350kp P(WATER) = 54345kp

Fig. 7 Shaft arrangement of the steam turbine.

船用推進軸系の最適配置에 관한 研究

斷面이 變하는 곳 및 支持點이 있는 곳을 節點으로 擇하여 2分點까지 計算했고, 水平支持狀態에서 4개의 베어링의 反力과 각 베어링을 0.1mm 상승시켰을 때의 각 베어링의 荷變化量 즉, 베어링 反力影響係數를 구해서 Det norske Veritas의 結果値와 함께 Table 6, 7에 나타냈다.

Table 6 Reaction of bearing in the straight support (kg)

Ord. of Brg.	1	2	3	4
Auth. results	83318.	30259.	59861.	7145.
N V results	85765.	29144.	60932.	6453.

Table 7 Reaction influence numbers (values in parentheses are results of Det norske Veritas) (kg/0.1mm)

Ord. of Brg.	1	2	3	4
1	105(120)	-253(-263)	356(370)	-221(-227)
2	-253(-263)	717(701)	-1540(-1526)	1097(1089)
3	356(370)	-1540(-1526)	5386(5275)	-4204(-4120)
4	-221(-227)	1097(1089)	-4184(-4120)	3288(3258)

Table 6, 7에서 De norske Veritas의 計算結果와 比較할 때 다소의 差異가 있으나 대체로 비슷한 값들을 나타내고 있음을 알 수 있다.

Table 7의 反力影響係數는 對角要素에 대해 對稱이 되어야 하나 要素(1,3)과 (3,1) 및 要素(3,4)와 (4,3)이 對稱이 되지 않고, 5와 20의 差를 보이고 있는데, 이는 컴퓨터용량상, 앞서의 單一直徑인 模型軸의 結果에서 확인했듯이, 프로그램 자체의 誤差라기보다는 軸系를 완전히 等斷面의 要素만이 될 수 있을 정도로 分割해서 資料를 入力시킬 수 없는 데서 기인된 誤差라고 생각되며, 문제시킬 정도의 값들은 아니다.

2. 配置狀態의 計算

Table 6에서 알 수 있는 바와 같이 水平支持狀態에서 齒車베어링의 支持荷重差를 보면, 52,716kg

로 앞서의 制限條件을 훨씬 상회하므로, 종래의 配置法인 直線支持法으로는 만족시킬 수 없음을 알 수 있다.

여기에, 船尾管 船尾베어링의 反力を 最小로 하고, 齒車 支持荷重差의 制限條件을 만족시키는, 配置狀態를 얻기 위해, (16), (17)式을 Simplex法에 의해 解를 구하는 電算프로그램을 작성해서, 電子計算機로 計算한 結果를 Table 8에 제시했다.

Table 8에 의하면, 齒車 前後베어링을 1.694mm내지 3.379mm를 동시에 내리면, 支持荷重差가 17.5kg 미만으로 되고, 2.536mm 내리면 荷重差는 零으로 됨을 알 수 있다.

여기서는 齒車 前後베어링의 支持荷重差만 制限된 경우지만, 타당한 다른 制限條件들도 入力시켜 주지만 하던, 거기에 상당하는 最適解를 얻을 수 있을 것이다.

Table 8 Optimum alignment calculated by the linear programming method.

Ord. of Brg.	offset mm	reaction kg	offset mm	reaction kg	offset mm	reaction kg
1	0	80850.	0	79639.	0	78418.
2	0	37767.	0	41498.	0	45227.
3	-1.694	39830.	-2.536	29875.	-3.379	19922.
4	-1.694	22330.	-2.536	29875.	-3.379	37422.
Decrease of No.1 Brg. Load	2458.		3679.		4900.	
Load Difference No.3 & No.4	17500.		0.		17500.	

要 約

船用推進軸系의 最適配置狀態를 얻기 위해 線型計劃法에 의한 最適配置 電算프로그램을 開發했으며, 여기에 필요한 資料들은 三連모멘트定理를 매트릭스 算法으로 電算處理해서 얻어냈고, 이 프로그램의 信賴性を 확인하기 위해 模型軸의 計算値와 스트레인 게이지에 의한 實測値를 比較하고, 實船軸系에 適用한 結果 다음과 같이 要約할 수 있었다.

1. 最適配置의 필수資料인 直線支持狀態의 反力 및 反力影響係數를 구하는 電算프로그램을 開發해서, 模型軸에 適用한 結果, 實驗値와 計算値가 거의 一致했고, 實船軸에 대해 計算한 값도 타 프로그램으로 計算한 것과 거의 비슷했다.

2. 本論文의 스트레인게이지에 의한 軸系狀態値의 計測方法은 實船軸의 配置狀態의 調整時에 매우 効果의으로 活用할 수 있을 것이다.

3. 最適配置의 電算프로그램을 實船軸에 適用한 結果, 制限條件을 만족하려면, 支持베어링들을 상당량 垂直方向으로 조절해야 함을 알 수 있었다. 따라서 最適配置의 關鍵은 配置計算에 필요한 精確한 資料와 制限條件을 구하는 것이라 할 수 있겠다.

參 考 文 獻

- 1) Lehr, W.E. et al. (1962); Consideration in the Design of Marine Propulsion Shaft Systems. SNAME, vol.69, 555-557
- 2) Graeme Mann (1964); Design of Propulsion Shaft Systems Using Fair Curve Alignment Theory. Naval Engineers Journal (12), 851-853
- 3) Graeme Mann (1965); Analysis of Shafting Problems Using Fair Curve Alignment Theory. Naval Engineers Journal (2),
- 4) Graeme Mann (1965); Shipyard Alignment of Propulsion Shafting Using Fair Curve Alignment Theory. Naval Engineers Journal (8), 651
- 5) Rolf kvamsdal (1969); Shaft Alignment Part I - II. Eurodean Shipbuilding, 12-20
- 6) Severson G. et al. (1975); Computer Program NV540 Shaft Alignment User's Manual. Det norske Veritas Report 75-236, 1-38
- 7) 大地羊三(1977); 매트릭스 構造解析. 코로나社 東京, 50-61
- 8) Shans Kuo (1972); Computer Applications of Numerical Methods. Addison Wesley Pub. Co., 346-359