

하중나무에 의한 래더 회로網의 새로운 解析 方法

(A New Analysis of Ladder Networks by Weighted Tree)

李柱根*, 金東哲**

(Joo Keun Lee and Dong Chul Kim)

要 約

이 논문은 하중나무에 의한 래더형 회로의 새로운 해석 방법을 제안한다.

종래의 정보 구조를 나타내는 나무와는 달리 가지의 하중을 임피던스 Z 와 어드미턴스 Y 로 하고, 그의 양단의 바더를 전압과 전류의 짝으로 표시하여 Z 와 Y 집합의 계층 구조의 나무를 구성한다. 다음에 나무에서 생성 레벨을 정의하고 기준 레벨과 임의의 레벨간을 path함으로써, 구동점 임피던스, 전달함수, 전달 임피던스를 계산에 의하지 않고 시각적으로 동시에 구한다. 본 방법에 의하여 기억정리를 유도함으로써 타당성을 입증하고 4 단자 정수 및 피이드백, Tr결합 텐덤 회로에도 적용된다.

Abstract

In this paper a new analytic method for Ladder networks by weighted tree is proposed.

In contrast to conventional tree concept that represents only information structure, in this paper, a tree with hierarchical structure is established by giving weight of impedance Z and admittance Y to branch and representing each node of its branch as a pair of voltage and current.

Then, by defining generation level from tree structure and by parsing between standard level and arbitrary level, driving point impedance, transfer function and transfer impedance are simultaneously obtained instead of complex calculation method by inspection.

The validity of this method is proved by the reciprocal theorem and this method is applied to four-terminal constants and the feedback network.

I. 序 論

회로망은 기본적으로 2 단자, 4 단자로서 구성된다 고 볼 수 있으며 T, π 의 기본형식으로 부터 n 메쉬 Ladder, 피이드백, 텐덤 결합등 여러 형식으로 표현되고 해석 방법도 다양하다. 이들 회로망 함수의 계산에 있어서 n -mesh Ladder의 구동점 임피던스의 형식화,^[1] 프로덕트, 그래프,^[2] Z 와 Y 쌍의 연결 행렬을 기초로한

프로덕트행렬,^[3] 도표를 기초로한 전달함수의 공식화,^[4] 시그널 플로우 그래프에 의한 루프게인의 계산^[5] 등을 들 수 있으나, 이들 방법에서 공통적인 점은 복잡한 계산과정이나 방대한 도표를 이용하는 점이다. 토폴로지(topology)의 나무 개념은 타이-세트, 컷트-세트 행렬에 의한 루프 전류 및 가지 전압의 독립 변수를 결정짓는데 그치고, 나무를 가장 많이 이용하는 정보 구조 및 나무문법(tree grammar)은 정보의 생성 규칙을 유도하는데 도입되고 나무로부터 회로망 함수를 직접 구하는 방법은 아직 발표가 없다.

본 논문은 앞서의 중간 발표^[6]에 이어 래더형을 기초로 하는 회로에서 계층 구조로 나무를 구성하고 종단 소자가 존재하는 계층의 생성 레벨의 path로써 구

* 正會員, ** 準會員, 仁荷大學校 工科學科 電子工學科
(Dept. of Electronic Eng., Inha Univ.)

동점 임피던스, 전달함수, 전달 임피던스를 동시에 시각으로 구할 수 있는 새로운 방법이다.

종래의 방법들은 일반적으로 계산 착오가 생기기 쉽고 체크가 되지 않지만 본 방법에서는 계산 과정의 모든 정보가 나무에서 시각적으로 나타나므로 체크가 되고 계산 착오가 일어나지 않는다.

또 종래에는 회로망 함수의 다항식에서 각 항의 항수를 결정짓는 일반화식은 없으나^[1] 본 방법에서는 나무의 생성 레벨에서 모든 항의 수를 시각으로 관측할 수 있다.

II. 하중나무(Weighted Tree)의 구성

일반적으로 정보 구조를 표현하는 나무의 연산 규칙은 일정하지 않다.^[7]

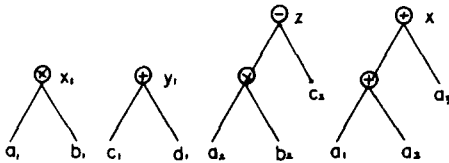


그림 1. 종래의 나무 연산

Fig. 1. Conventional tree operation.

$$x_1 : = a_1 \times b_1 \quad z : = a_2 \times b_2 - c_2$$

$$y_1 : = c_1 + d_1, \quad x : = \sum_{i=1}^3 a_i$$

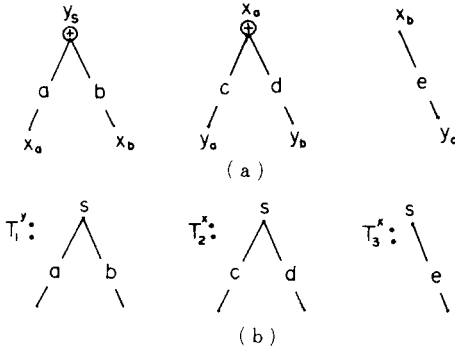


그림 2. 연립 방정식에 대한 나무

Fig. 2. Tree of the simultaneous equations.

본 논문에서는 독립 변수와 종속 변수가 서로 상대적으로 종속 관계를 유지하는 연립 방정식을 고려하여, 계층 구조의 나무를 구성하는 방법과 연산을 다음과 같이 정의한다.

$$y_s = ax_a + bx_b \tag{1}$$

$$x_a = cy_a + dy_b$$

$$x_b = ey_c$$

의 연립 방정식이 주어졌을 때
정의1; 계수 a, b...를 나무가지 (tree edge)의 하중으로

하고 양단을 소오스 y_s 와 싱크 x_i 로 표시한다 (그 쌍대도 성립). 가지가 한 점에 병렬로 연결될 때 연결점을 덧셈 연산을 한다. s는 나무의 루트 혹은 vertex이다. (혹은 뿌리)

그림 2(a)에서 $x_a = x_b = x_o$ 일때
 $\frac{y_s}{x_o} = T_1^y$ 로 놓으면

나무 T_1^y 는
 $T_1^y : = a + b$
 $y_a = y_b = y_o$ 일때
 $\frac{x_a}{y_o} = T_2^x, T_2^x : = c + d \tag{3}$

$y_c = y_o'$ 일때
 $\frac{x_b}{y_o'} = T_3^x, T_3^x : = e \tag{4}$

정의 2; 나무의 종속 연결점은 곱셈 연산으로 한다.

$y_a = ax_a$
 $x_b = by_b \tag{5}$

이 주어졌을 때

$x_a = x_b$ 이면
 $y_a = a \times by_b \tag{6}$

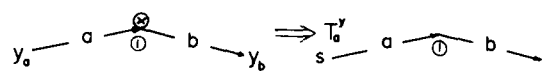


그림 3. 나무의 연산
Fig. 3. Operation of tree.

x_a 의 소거점은 곱셈의 연산점으로 남는다. 이것은 나무를 종속 연결하고 연결점 ①을 곱셈의 연산으로 정의하여 path한 것과 등가하다.

$\frac{y_a}{y_b} = T_o^y$
 $T_o^y : = a \times b \tag{7}$

정의 3; 부분 나무의 가지 집합면(점선)은 결합한다. 그림 2의 부분 나무에서 x_a, x_b 의 집합면은 그림 4와 같이 결합할 수 있다.

그림 4(b)에서
 $y_a = y_b = y_c = y_o$ 때

(1) 식은
 $\frac{y_s}{y_o} = T_s^y$

로 표시되고, 이때 나무를 T_s^* 로 하면 나무의 톱다운 패스*는 ac, ad, be 이므로 정의 1, 2로부터

$$y_s = |a \times (c + d) + be| y_o$$

$$= (ac + ad + be) y_o$$

$$\therefore T_s^* = ac + ad + be \quad (8)$$

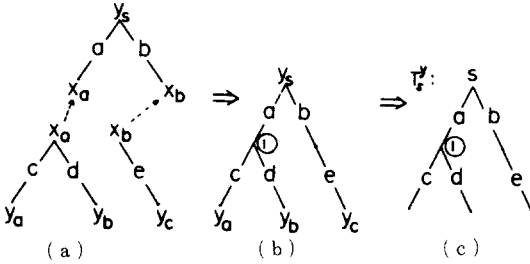


그림 4. 하중나무의 접합면
Fig. 4. Concurrency of weighted subtree.

정의 4; 나무의 가지치기 (pruning): 나무의 임의의 가지를 치고, 소정의 부분 나무를 선택한다.

이것은 그림 4 (c)에서 a의 가지를 치면 뿌리를 ①로 하는 부분 나무 $T^{aa} = (c, d)$ 로 분리된다. 이것은 회로망 토폴로지에서 컷트-세트와는 개념을 달리하는 것으로서 대단히 중요한 의미를 가진다는 것을 예에서 보인다.

[예] 그림 5는 전압원 입력과 개방 전압 출력 2단 π 형이다.

나무의 하중을 $Z = \{z_1, z_3, z_5\}$ 와 $Y = \{y_2, y_4, y_6\}$ 집합으로 분리하여 홀수 첨자와 짝수의 첨자로 구분하고, 각 마디에서 전압원과 전류원으로 분리한다.

$$V_o = Z_1 I_1 + Z_3 I_2 + Z_5 I_3 + \boxed{V_o} \quad (a)$$

$$\left. \begin{aligned} I_1 &= Y_2 V_1 + Y_4 V_2 + Y_6 V_o \\ V_1 &= Z_3 I_2 + Z_5 I_3 + V_o \\ I_2 &= Y_4 V_2 + Y_6 V_o \\ V_2 &= Z_5 I_3 + V_o \\ I_3 &= Y_6 V_o \end{aligned} \right\} \quad (b) \quad (9)$$

이들 식에서 $1 V_o$ 항을 포함한 Z_i 파라메터는 $V_i - I_i$ 짝물 양단으로 하는 가지이고, 계수 1인 V_o 항은 $V_i - V_o$ 짝물 양단으로 하는 가지이므로 Z_i 가지의 sink 점 (I_1, I_2, \dots)과 계수 1인 V_o 마디는 같은 레벨의 계층이 아니다.

따라서 $1 V_o$ 항은 분리해서 생각한다.

* 나무의 path는 일반적으로 톱다운패스(top down path) 이건 버텀업패스(bottom uppath) 이건 어느 쪽으로도 나무이론에서 성립한다.

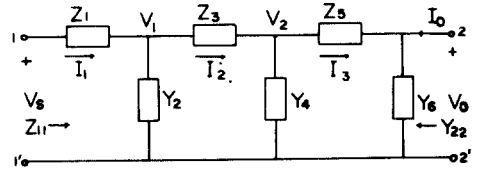


그림 5. 래더 회로망에 대한 예
Fig. 5. Example for Ladder network.

또 (9)식의 각항의 Z_i, Y_i 계수들은 수식 처리 과정에서 Z_i, Y_i, \dots 등 곱셈으로 배열되지만 계수 1의 V_o 항은 대입과정에서 계수 1은 소거된다. 즉 가지 1과 가지 Y가 곱셈이 될때 $1 \times Y$ 로 되어 가지 1은 소거되는 것이다. 따라서 소거되는 가지를 최종 답을 목적으로 하는 나무에 첨가할 필요가 없고 또 각 마디에서 $1 V_o$ 로 인한 불요 가지가 파생한다. 단 (a)식의 최종 $1 V_o$ 항만 답에서 본래의 계수 1를 유지하게 된다.

이러한 이유들로 해서 $1 V_o$ 은 분리 함으로써 나무의 일반성을 유지할 수 있고, 완벽한 계층 구조를 실현할 수 있으며, 그림 10과 같이 회로 입출력의 4형식의 실현과 확장을 가능케 한다.

정의 5; 하중나무는 Z_i, Y_i 로서 구성하고, 나무로서 구한 답에서 Z_i, Y_i 의 영차항이 존재할 때 1를 더한다. 일반적으로 회로의 다항식에서 입출력의 전압비 또는 전류비에서만 영차항이 나타난다. 이상으로부터 (9)식에 대한 부분 나무는 정의 1, 5에 따라 그림 6과 같이 구성한다. 그림 6의 부분나무 (b)~(f)를 정의 3에 따라 그림 6 (a)의 하부에 첨차로 중속 결합하면 그림 7과 같다. T^o 는 전압원 V_o 로서 구동될 때의 S를 뿌리로 하는 나무이다.

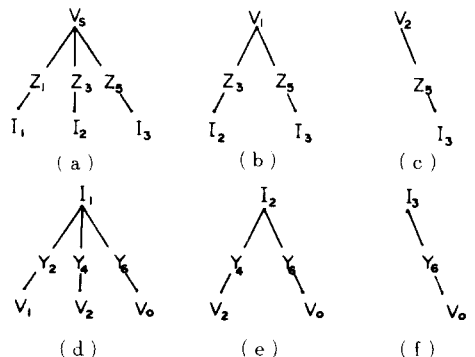


그림 6. 하중 부분 나무
Fig. 6. The weighted subtree derived from Ladder network.

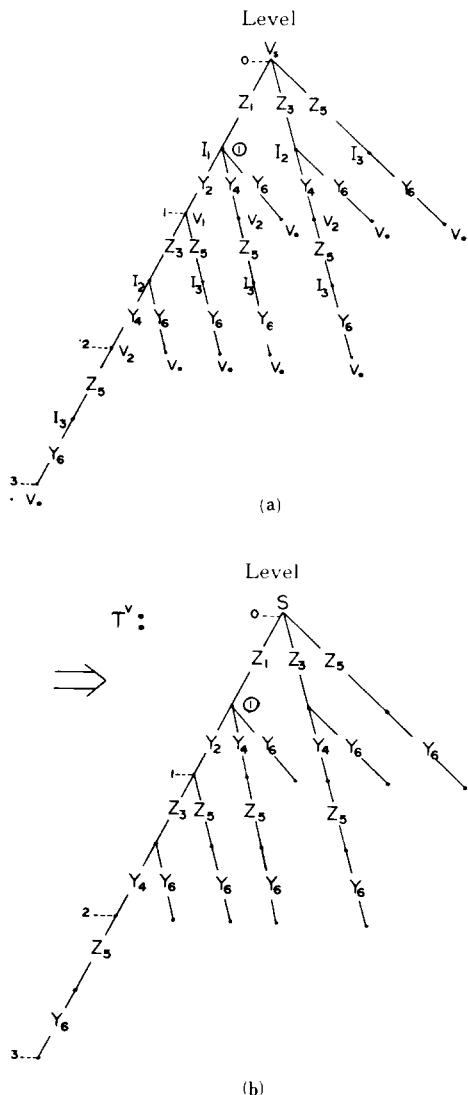


그림 7. 그림 5로부터 유도된 하중나무
Fig. 7. The weighted tree derived from Fig. 5.

정의6; 나무의 뿌리 S를 기준으로 종단 소자 (Y_r 혹은 Z_r)가 존재하는 계층을 나무의 생성레벨 (0, 1, 2, ... K)로 한다.

정의7; 기준 레벨 "0"과 임의의 레벨 K간에서 동일한 길이의 나무 가지의 path의 합을 다항식의 임의의 항으로 한다.

나무에서 하중의 연산은 정의 1, 2에 의하여 구할 수 있고 또 path의 관측으로서도 구할 수 있다.

이상으로부터 그림 7 (b)에서 나무 T^v 의 최장 path는 레벨 3이고, 다항식의 제 1항 ($Z_1 Y_2 Z_3 Y_4 Z_5 Y_6$) 이 된다. (정의 2)

레벨 2에서 동일 path의 길이는 ($Z_1 Y_2 Z_3 Y_4$), ($Z_1 Y_2 Z_3 Y_6$), ($Z_1 Y_2 Z_5 Y_6$), ($Z_1 Y_4 Z_3 Y_6$), ($Z_3 Y_4 Z_5 Y_6$)이고 이것의 총합은 제 2 항이 된다. 레벨 1은 동일 길이의 페스가 6 개이고 각 path의 총합은 제 3 항이 된다.

곱해지는 하중의 갯수는 모두 짝수이다. 따라서 영차항이 존재하며 제 4 항의 영차항은 1를 더한다.

(정의 5)

이상으로부터 뿌리 S로 하는 나무 $T^v = \frac{V_s}{V_0}$ 의 path로서 구한 다항식의 각 항의 총합을 구하면 다음과 같다.

$$V_s = \left\{ Z_1 Y_2 Z_3 Y_4 Z_5 Y_6 + \begin{matrix} Z_1 Y_2 Z_3 Y_4 \\ Z_1 Y_2 Z_3 Y_6 \\ Z_1 Y_4 Z_3 Y_6 \\ Z_3 Y_4 Z_5 Y_6 \end{matrix} \right\} + \begin{matrix} Z_1 Y_2 \\ Z_1 Y_4 \\ Z_3 Y_4 \\ Z_3 Y_6 \\ Z_5 Y_6 \end{matrix}$$

$$+ 1] V_0 = A_1 V_0 \quad (10)$$

다음 그림 5의 전류 I_1 에 해당하는 나무는 그림 7 (b)에서 Z_1 의 가치를 치면(정의 4) 나무의 마디 ①을 뿌리 S로 하는 나무 T^v 가 선택된다. 이때 나무의 마디 ①을 T^v 의 "0" 레벨로 하고 같은 방법으로 $T^v = I_1/V_0$ 에 의하여 다음 다항식이 구하여 진다.

$$I_1 = \left\{ Y_2 Z_3 Y_4 + \begin{matrix} Y_2 Z_3 Y_6 \\ Y_2 Z_5 Y_6 \\ Y_4 Z_5 Y_6 \end{matrix} \right\} + (Y_2 + Y_4 + Y_6)] V_0 = B_1 V_0 \quad (11)$$

(10), (11)으로 부터

$$Z_{11} = \frac{A_1}{B_1} = \frac{1/G_v}{1/Z_{10}} \quad (12)$$

$$G_v = \frac{V_0}{V_s} = \frac{1}{A_1}$$

$$Z_{10} = \frac{V_0}{I_1} = \frac{1}{B_1}$$

(10), (11)식은 편의상 따로 구하였으나 한번에 구할 수 있다. 즉 공동점 임피던스 Z_{11} , 전달할 수 G_v , 전달 임피던스 Z_{10} 가 나무에서 동시에 구할 수 있다.

그림 7로 부터 Z와 Y 집합의 분리와 전압원 V_s 와

전류 I_1 의 분리, 흡수와 짝수의 분리로서 계층 구조의 조직화를 가능케 하였으며, 또(10), (11)식을 $Z_{11} = V_s/I_1$ 로 표시하면 최장 path로부터 차례로 분자, 분모에서 한차수씩 줄여 들고 최종에 영차항이 온다.

또 종래의 n 차 다항식에서 각 항의 항수를 구하는 일반화식이 성립하지 않으나^[1]그림 7(b)에서 나무의 생성 레벨(0, 1, 2, 3)로부터 각 항을 시작으로 관측 할 수 있다.

또 그림 7(b)에서 왼쪽 최장 가지의 path($Z_1, Y_2, Z_3, \dots, Y_n$)은 나무의 줄기이며, 줄기에서만 가지를 칠 수 있다.

줄기에서 어느 가지를 치는가에 따라 소정의 나무 T^v, T^i 를 자유로 선택할 수 있는 유연성을 가진다.

따라서 모든 나무의 마디에서 $V_s/V_n, I_s/I_n, V_s/I_n, I_s/V_n$ 의 회로망 함수를 직관적으로 관측할 수 있다.

(n - mesh 래더회로)

그림 8은 래더의 일반형이다.

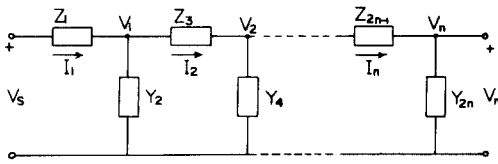


그림 8. 일반 래더 회로망

Fig. 8. General multimesh Ladder network.

앞에서 나무의 Z, Y 집합에 의한 계층구조는 종속 관계가 유지된다는 것을 감지 할 수 있다. 따라서 주어진 회로로부터 전체의 나무를 직접 도출 할 수 있다. 그림 8에서 전압원 V_s 는 Z_1, Z_3, Z_5, \dots 의 전압 강하의 합이고, 전류 I_1 은 Y_2, Y_4, Y_6, \dots 에 흐르는 전류의 합이므로 이들 Z, Y의 집합이 종속적인 계층 구조를 가질 때 V_s 는($Z_1, Z_3, Z_5, \dots, Z_{2n-1}$)을 지배하고 Z_1 은 그 하부의($Y_2, Y_4, Y_6, \dots, Y_{2n}$)을 지배하고, Y_2 는 그 하부의($Z_3, Z_5, Z_7, \dots, Z_{2n-1}$)을 지배하는 것에 귀착된다. 따라서

나무의 시작점 (뿌리)를 S라 할 때

$$\begin{aligned}
 S &\xrightarrow{T_1^v} (Z_1, Z_3, Z_5, \dots, Z_{2n-1}) \\
 Z_1 &\xrightarrow{T_2^i} (Y_2, Y_4, Y_6, \dots, Y_{2n}) \\
 Y_2 &\xrightarrow{T_3^v} (Z_3, Z_5, Z_7, \dots, Z_{2n-1}) \\
 Z_3 &\xrightarrow{T_4^i} (Y_4, Y_6, Y_8, \dots, Y_{2n}) \\
 Y_4 &\xrightarrow{T_5^v} (Z_5, Z_7, Z_9, \dots, Z_{2n-1}) \\
 &\vdots \\
 Z_{2n-3} &\xrightarrow{T_{2n-2}^i} (Y_{2n-2}, Y_{2n})
 \end{aligned} \tag{13a}$$

$$\begin{aligned}
 Y_{2n-2} &\xrightarrow{T_{2n-2}^v} (Z_{2n-1}) \\
 Z_{2n-1} &\xrightarrow{T_{2n-1}^i} Y_{2n}
 \end{aligned}$$

$$f_r(T^v) = T_1 + \sum_{j=2}^r T_j^a, \quad a = (i, v) \tag{13b}$$

주어진 회로를 관측하면서 $Z_1, Z_3, Z_5, \dots, Z_{2n-1}$ 을 한 점에 결합하여 그 꼭지를 나무의 뿌리로 하고 Z_1 의 하위에 Y_2, Y_4, Y_6, \dots 를 종속으로 한 점에 연결하고, Y_2 의 하위에 $Z_3, Z_5, Z_7, \dots, Z_{2n-1}$ 을 종속으로 연결한다. 이하 한 차수씩 내려가면서 첨자의 순으로 Z와 Y를 교번적으로 종단 소자가 나올 때 까지 모든 가지에 연결하면 그림 9와 같은 나무가 구성된다. 나무의 생성 레벨은 예에서와 같이 종단 소자가 존재하는 계층으로 하고 나무의 path는 위에서와 같다.

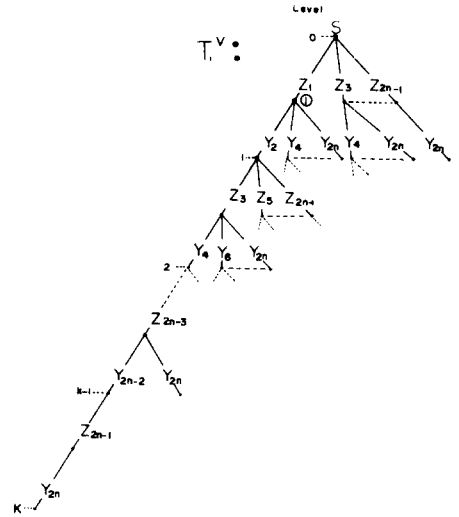


그림 9. 일반 래더 회로망에서 유도된 하중나무

Fig. 9. The weighted tree derived from general Ladder network.

이상에서 하중나무의 페스만으로서 복잡한 계산 과정을 거치지 않고, 나무의 관찰만으로서 Z_{11}, G_v, Z_{12} 의 세값을 동시에 구할 수 있다.

또 종래에 n 차 다항식에서 각 항의 항수를 나무의 생성 레벨에 의하여 각항을 시각으로 나타냈다.

(입출력간의 4형식)

회로의 입출력간에는 기본적으로 4형식이 있다.

전압원 입력 — 개방 전압 출력

전압원 입력 — 단락 전류 출력

전류원 입력 — 개방 전압 출력

전류원 입력 — 단락 전류 출력

첫항은 앞에서 예들든 형식이고, 이들 형식에 대한 나무와 함수의 관계를 그림10에 표시하였다. 본 방법과 더불어 적절히 이용하면 편리할 것이다.

III. 응용

1) 가역 정리에 확장

하중나무에 의하여 가역 정리를 유도함으로써 본 방법의 타당성을 보인다.

그림 5의 회로에서 입력단에서 출력단을 본 그림 7의 나무로부터 (10), (11)식이 구해졌으므로 인용하고, 입력단을 단락하고 출력단에서 본 나무를 T'로 표시하면 그림11과 같다. 즉 이때 나무는 T' = $\frac{I_0}{I_1'}$ 이고 S는 뿌리(혹은시작점)이다. Y₆ 가지를 친 나무는 T'' = $\frac{V_0}{I_1'}$ 이고 마디 ①를 뿌리로 한 나무가 된다. 여기서 I_{1'}는 1-1'를 쇼트 할 때의 전류이다.

어드미턴스 Y₂₂의 분자는 T'나무로부터 구하고, 분모는 T'' 나무로부터 구한다.

| CIRCUIT | TREE | FUNCTION |
|---------|------|---|
| | | $Z_{11} = \frac{V_1}{I_1} = \frac{A \cdot V_2}{B \cdot V_2}$ $G_v = \frac{1}{A \cdot B}$ $Z_{12} = \frac{1}{B}$ |
| | | $Y_{11} = \frac{I_1}{V_1} = \frac{E I_2}{F I_2}$ $G_1 = \frac{1}{E}$ $Y_{12} = \frac{1}{F}$ |
| | | $Z_{11} = \frac{V_1}{I_1} = \frac{P I_2}{Q I_2}$ $G_1 = \frac{1}{Q}$ $Y_{12} = \frac{1}{P}$ |
| | | $Y_{11} = \frac{I_1}{V_1} = \frac{\alpha V_2}{\beta V_2}$ $G_v = \frac{1}{\beta}$ $Z_{12} = \frac{1}{\alpha}$ |

그림10. 회로망의 4가지 연결 형식
Fig. 10. Four connection form.

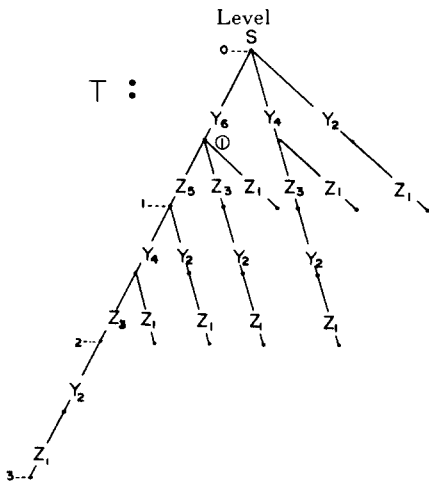


그림11. 가역 정리를 설명하기 위한 예(그림 5)의 하중나무

Fig. 11. Weighted tree of example (Fig. 5) used to illustrate the reciprocity.

$$Y_{22} = \frac{I_0}{V_0} = \frac{[Y_6 Z_5 Y_4 Z_3 Y_2 Z_1 + Y_6 Z_5 Y_4 Z_3 Y_2 Z_1 + Y_6 Z_5 Y_4 Z_3 Y_2 Z_1 + Y_6 Z_5 Y_4 Z_3 Y_2 Z_1 + Y_6 Z_5 Y_4 Z_3 Y_2 Z_1 + Y_6 Z_5 Y_4 Z_3 Y_2 Z_1 + Y_6 Z_5 Y_4 Z_3 Y_2 Z_1 + Y_6 Z_5 Y_4 Z_3 Y_2 Z_1 + Y_6 Z_5 Y_4 Z_3 Y_2 Z_1 + Y_6 Z_5 Y_4 Z_3 Y_2 Z_1]}{[Z_5 Y_4 Z_3 + Z_5 Y_4 Z_1 + Z_5 Y_2 Z_1 + Z_5 Y_2 Z_1 + Z_5 Y_2 Z_1 + Z_5 Y_2 Z_1 + Z_5 Y_2 Z_1 + Z_5 Y_2 Z_1 + Z_5 Y_2 Z_1 + Z_5 Y_2 Z_1]} = \frac{C_1}{D_1}$$

$$\frac{I_0}{V_0} = \frac{C_1 I_1'}{D_1 I_1'} \tag{14}$$

여기서 전류비 C₁은 (10)식의 전압비 A₁과 같다.

$$A_1 = C_1 \tag{15}$$

따라서

$$\frac{V_0}{I_0} = \frac{V_0}{I_1'} \tag{16}$$

이 되어 나무로부터 가역 정리가 증명되었으므로 본 방법의 타당성을 입증하였다.

2) Thevenin의 정리

본 방법을 확장하면 n-매쉬에서 Thevenin, Norton의 정리가 보다 간단히 구해진다.

중래의 Thevenin의 정리는 개방 전압과 단락 임피던스를 따로 2단계 계산을 할 뿐만 아니라 그것이

몇 개의 메쉬로 될때는 대단히 복잡하다.

그러나 (15)식으로 부터 $A_1 = C_1$ 이므로

$$C_1 = A_1 = \frac{V_s}{V_o}$$

로부터 다음 관계가 표시된다.

$$V_o = \frac{V_1}{C_1} \tag{17}$$

$$Z_{22} = \frac{1}{Y_{22}}$$

즉 (14)식에서 Y_{22} 와 C_1 이 동시에 나무로부터 구해졌고, 개방 전압 V_o 와 단락 임피던스 Z_{22} 가 (17)식으로 표현된다.

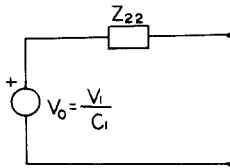


그림 12. 그림 5에서 유도된 테브넨의 등가 회로
Fig. 12. The general Thevenin equivalent network.

3) 4 단자 정수

4 단자 정수의 기본식은 일반적으로

$$\begin{pmatrix} V_s \\ I_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_o \\ I_o \end{pmatrix} \tag{18}$$

그림 5의 개방 전압 출력에 대한 나무로부터 (10), (11)식에서 A_1, B_1 이 구해졌고 출력단을 단락($V_o=0$)할 때는 $Y_6 = 0$ 이므로 그림 7 (b)의 나무에서 중단 소자는 Z_3 가 된다 (이 때의 단락 전류를 I_3 로 함).

따라서 나무의 생성 레벨은 Z_3 의 계층으로 옮겨진다. (정의 5) 이때의 구동점 임피던스 Z_{11} 는

$$T^{v'} : Z_{11} = \frac{V_s}{I_1} = \frac{C'_1}{D'_1} \tag{19}$$

$$\frac{V_s}{I_1} = \frac{C'_1}{D'_1} \frac{I_3}{I'_3}$$

따라서 (10), (11), (19)식과 (18)식의 정수($V_o = 0, I_o = 0$)와 비교하면

$$\frac{V_s}{V_o} |_{I_o=0} = A = A_1$$

$$\frac{V_s}{I_o} |_{V_o=0} = B = C'_1 \tag{20}$$

$$\frac{I_1}{V_o} |_{I_o=0} = C = B_1$$

$$\frac{I_1}{I_o} |_{V_o=0} = D = D'_1$$

이것은 나무의 관찰로서 4 단자 정수치를 간단히 구할 수 있음을 보이고 있다.

4) 피이드백 회로

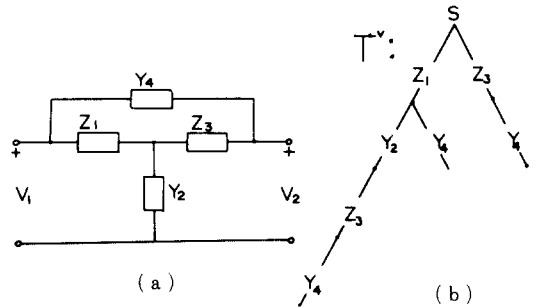


그림 13. (a) 피이드백 회로 (b) 하중나무
Fig. 13. (a) Feedback network (b) Weighted tree.

정의 8 ; 피이드백 소자는 어드미턴스 Y_4 로하여 출력단에 단락으로 내리고, 나무로부터 전압비 $V_1 = A V_2$ 를 구하고, A에서 피이드 백 소자 Y_4 가 포함된 항만 골라서 영차항을 포함해서 A의 분자로 한다.

나무 T^v 로 부터

$$T^v : \frac{V_2}{V_1} = [\underline{Z_1 Y_2 Z_3 Y_4} + (Z_1 Y_2 + \underline{Z_1 Y_4} + \underline{Z_3 Y_4}) + 1] = A$$

$$\therefore \frac{V_2}{V_1} = \frac{Z_1 Y_2 Z_3 Y_4 + (Z_1 Y_4 + Z_3 Y_4) + 1}{Z_1 Y_2 Z_3 Y_4 + (Z_1 Y_2 + Z_1 Y_4 + Z_3 Y_4) + 1} \tag{21}$$

윗식은 Miller정리에 의하여 구한 값과 일치 한다. Miller정리는 그림13에서 피이드 백 소자를 Y_4 로 표시하면 입력단은 $(1 - \frac{1}{K}) Y_4$, 출력단은 $(1 - K) Y_4$ 를 병렬로한 등가 2단 π 회로가 된다. $K = \frac{V_2}{V_1}$, 이때 전달 함수의 계산에서는 $(1 - K) Y_4$ 는 무관한다.

5) Tandem 결합 회로

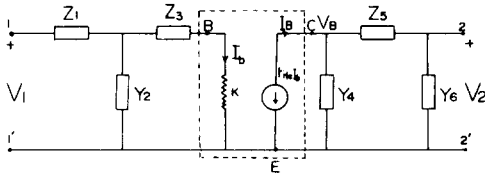


그림14. 트랜지스터 결합 중속 회로
 Fig. 14. Model of the common-emitter connected transistor used in Ladder network.

T_r에 T형 입력 회로와 π형 출력 회로에 텐덤 연결했을 때 그림14와 같다.

그림10의 4형식의 3, 4항으로 부터 2개의 나무를 고려한다.

$$Z_{11} = \frac{V_1}{I_1} = \frac{P_1}{Q_1} \frac{I_b}{I_o}, I_o = \frac{V_1}{P_1} \quad (22)$$

$$-I_b = h_{re} I_o = -\frac{h_{re}}{P_1} V_1 \quad (23)$$

$$Y_{22} = \frac{I_n}{V_n} = \frac{\alpha}{\beta} \frac{V_2}{V_2} \quad (24)$$

(23)식과 (24)식의 분자로 부터

$$\begin{aligned} \frac{-h_{re}}{P_1} V_1 &= \alpha V_2 \\ \therefore \frac{V_2}{V_1} &= \frac{-h_{re}}{\alpha P_1} \end{aligned} \quad (25)$$

여기서 α, P₁은 나무로 부터 간단히 구해진다.

IV. 結 論

본 논문에서 얻은 성과를 간추려 보면 다음과 같다.

- 1) T, π형을 기초로 회로의 독립 변수와 중속 변수를 각 마디에서 중속계층으로 분리한다.
- 2) 회로 파라미터를 Z와 Y 집합으로 분리하고 계층 구조의 나무를 구성하는 방법을 고안하였다.
- 3) 나무의 뿌리를 전압원과 전류원에 대한 물리적인 의미를 부가하였다.
- 4) 나무 줄기의 가지치기로써 전압원 V_s와 전류 I_n에 대응하는 나무를 분리한다.
- 5) Z와 Y 집합을 홀수와 짝수의 첨자로 분리하여 계층구조의 연결순을 명시하였다.
- 6) 나무의 생성 레벨을 고안함으로써 나무의 실현을 가능케 하였다.

7) n차 다항식의 각 항수를 나무의 생성 레벨상에 부각 시켰다.

이상의 방법으로서 T, π형의 기본 형식으로 부터 n-mesh Ladder, 4단자 정수, 피이드백, T_r텐덤 결합회로 등에서 복잡한 계산 과정을 거치지 않고 나무의 관찰만으로서 구동점 임피던스, 전달함수, 전달 임피던스를 동시에 구할 수 있는 성과를 거두었다.

또 종래에는 회로가 약간 복잡해져도 계산 착오가 빈번하고 체크가 되지 않지만 본 방법은 시각으로 체크되고 계산 착오가 생기지 않는다.

하이브리드 T_r회로, 전압 디바이더, 필터 설계 등 다방면에 이용이 기대된다. 이밖에 특수회로, 역학계 등에도 확장 가능하며 이것은 추후 과제로 남긴다.

參 考 文 獻

- [1] S.C. Dutta Roy, "Formulas for the terminal impedance and transfer function of general multimesh ladder networks." *Proc. IEEE*, vol. 52., no.6, June 1964.
- [2] J.E. Barbay et al., *Product Graph. Proc. of 15th Symposium on Circuit Theory*, Univ. of Missouri, 1972.
- [3] Byeong Gi Lee, "The product matrices and new gain formulas," *IEEE Trans. Circuit Syst.*, vol. CAS-27, April 1980.
- [4] H. Han & S.B. Lee, "A novel method finding transfer function of general multimesh Ladder network", *KIEE*, vol. 17, no.1 Feb. 1980.
- [5] G.H. Burchill; "A signal flow graph method for determining Ladder network functions" *Proc. IRE*, vol. 48, pp. 1175: June 1960.
- [6] J.K. Lee & D.C. Kim, "A new analysis of Ladder network," 전자공학회 추계종합 학술대회 논문집, vol. 4, no. 3, 11月 1981年.
- [7] J.Vanaken & G. Zick, "The expression processor: a pipelined, multiple-processor architecture," *IEEE Trans. Computers*, vol. C-30, no.8, Aug. 1981.