論文 82-19-5-8

任意 配列 안테나의 副로브 첨두치에 관한 研究
(I) 線型 配列의 에스티메이터에 関하여

(A Study on the Peak Sidelobe of the Random Array Antenna (I) On the Estimator of Linear Array)

金 榮 洙*, 愼 哲 宰**, 朴 漢 奎***

(Young Soo Kim, Chul Jae Sin and Han Kyu Park)

要 約

線型 等放性 任意 배열 안테나에서 문제가 되는 副로브 첨두치와 5가지 디자인 매개변수인 안테나 數, 波長, 애퍼츄어의 크기, 스캐닝각, 신뢰도와의 상관관계를 랜덤 프로세스의 통계학적 理論을 導入하여 理論的으로 誘導 및 解析하였고, 그 에스티메이터의 理論値와 Monte Carlo 方法을 利用한 컴퓨터 시뮬레이션 結果値와 비교 검토한 결과 신뢰도가 0.7以上일때 1dB 以内의 아주 작은 誤差를 보임으로써 副로브의 첨두치 Bp가 정확한 에스티메이터임을 立證하였다.

Abstract

In this paper, we derived to analyze the correlation between the peak sidelobe of the linear isotropic random array and the design parameters, such as the element numbers, wavelength, scanning angle, confidence level and the length of aperture, with the statistical theory of random processes. The peak sidelobe estimator was tested by the computer simulations using Monte Carlo method.

Consequently, it was evident that the results of the peak sidelobe estimator were consistent with those of the computer simulations over confidence level 0.7.

I. 序 論

안테나 디자인은 높은 利得, 높은 解像度, 낮은 副로브를 얻기 위하여 끊임없이 研究되어 왔다.[1]

그리하여 週期的인 位相 배열 안테나가 연구되어 왔으나 높은 指向性을 요구할 경우 안테나 간격이 半波長보다 작아야 하므로[2] 많은 제작비를 要한다.

따라서 最近에 既存 位相 配列 안테나 방식과는 다른 方法으로 통계학적 理論을 도입한 任意 배열 안테나 방식이 연구되고 있다.[3][4]

本 研究에서는 任意 배열 안테나에서 문제가 되는 副로브의 첨두치와 디자인 매개 변수와의 상관 관계를 통계적인 이론을 導入하여 이론적으로 誘導 및 解析하고 Monte Carlo 方法[5]을 利用하여 추정한 컴퓨터 시뮬레이션 결과치와 잘 一致함을 보임으로써, 任意 배열 안테나 디자이너에게 必要에 따라 선택하여 디자인할 수 있는 도구로서 제시하고자 한다.

*準會員, ***正會員, 延世大學校 工科大學 電子工學科 (Dept. of Elec. Eng., Yonsei Univ.)

**正會員, 亞洲大學校 工科大學 電子工學科 (Dept. of Elec. Eng., Ajou Univ.)

接受日字：1982年 5月 22日

Ⅱ. 任意, 放射 패턴의 特性

線型 任意 배열 안테나의 放射 패턴을 求하는데 있어서 몇 가지 假定이 필요하다.

1) 任意 배열 안테나는 等方性이고

2) 각 안테나는 配列 位置에 관계없이 서로 獨立이며

3) 안테나의 給電의 크기는 각각 均一하며

4) 遠界에서의 放射 패턴이다.

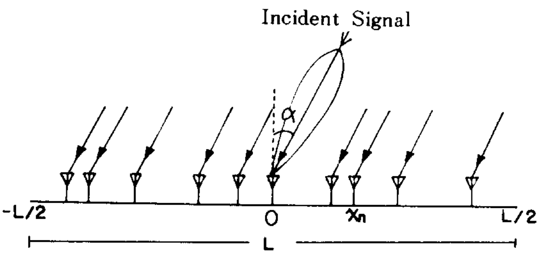


그림1. 線型 任意 배열 안테나의 모델

Fig. 1. Model of the linear random array antenna.

그림 1과 같은 애페츄어에 N개의 안테나를 任意로 배열했을 경우 遠界에서의 放射 패턴 f (u) 는

$$f(u) = \int_{-\infty}^{\infty} i(x)\exp(jkxu)\,dx \tag{1}$$

이고 給電되는 電流의 式은 $i(x) = \sum_{n=1}^{N} \delta(x - x_n)$으로 쓸 수 있으므로

$$f(u) = \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{n=1}^{N} \delta(x - x_n)\exp(jkxu)\,dx \tag{2}$$

이 된다. 式 (2)를 간단히 쓰면

$$f(u) = \sum_{n=1}^{N} \exp(jkx_n u) \tag{3}$$

으로 된다. 여기서 k는 $\frac{2\pi}{\lambda}$ 이고 λ는 波長, $u = \sin\theta - \sin\alpha$, θ는 可視 영역의 관측각, α는 스캐닝각, x_n 안테나의 위치인 任意 변수이다.

放射 패턴 f (u) 는 任意 복소량이므로 平均 電力 패턴을 求하여 디자이너가 예측할 수 있어야 한다.

평균 전력패턴 E[p(u)]는

$$E[p(u)] = E[f(u)\cdot f^*(u)]$$

$$= \frac{1}{N^2}\sum_{n=1}^{N}\sum_{m=1}^{N} E[\exp(jk(x_n - x_m)u)] \tag{4}$$

$$= \frac{1}{N^2}\left[N + f_o(u)\cdot f_o^*(u)(N^2 - N)\right] \tag{5}$$

$$= |f_o(u)|^2\left(1 - \frac{1}{N}\right) + \frac{1}{N} \tag{6}$$

로 된다. 여기서 E[ ]는 앙상블 평균이고 $f_o(u)$ 는 디자인 방사 패턴으로 $f_o(u) = \int_{aperture} i_o(x)\exp\cdot(jkxu)\,dx$ 이고, $i_o(x)$는 給電되는 電流이다.

큰 |u| 값에 對해서 $|f_o(u)| \approx 0$ 이므로

$$E[p(u)] \approx \frac{1}{N} \tag{7}$$

가 된다. $|u| \to 0$ 일때

$$E[p(u)] \approx 1 \tag{8}$$

式(7)은 平均 副로브 레벨을 의미한다.

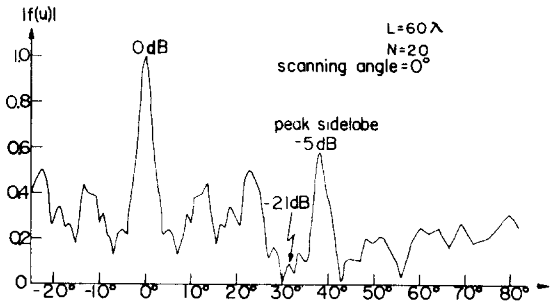


그림2. Gaussian 분포의 線型 任意 배열 안테나의 방사 패턴

Fig. 2. Radiation pattern of the linear random array antenna with Gaussian distribution.

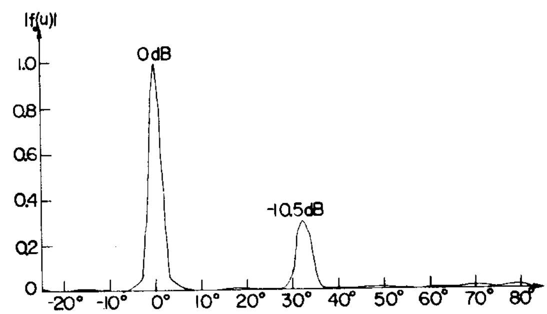


그림3. Gaussian 분포로 급전된 주기적인 배열 안테나의 방사 패턴

Fig. 3. Radiation pattern of the periodic array excited with Gaussian current density.

그림 2와 3을 比較해 보면 主로브와 가까운 영역은 거의 유사하나 다른 副로브 영역에서는 많은 差異가 있음을 알 수 있다.

즉 平均 副로브 레벨(−13dB)과 −8dB에서 8dB의 차이가 나타나는데 이것은 任意 배열로 인하여 放

射 패턴이 任意로 形成되기 때문이다.

Ⅲ. 에스티메이터의 理論的 解析

1. 副로브 첨두치의 바이어스드 에스티메이터

副로브 첨두치를 측정하기 위해서 副로브 크기에 對한 확률 밀도 함수를 알아야 한다. 主로브에서 멀리 떨어져 있는 副로브의 크기를 임의 변수 A라 하면 확률 밀도 함수 P(A)는

$$P(A)=\frac{2A}{N}\exp\left(-\frac{A^2}{N}\right) \tag{9}$$

가 되며,[1][7] 여기서 A는 非正規化된 값이다. 任意 배열 안테나의 副로브 許容値를 At라 하면 主로브에서 멀리 떨어져 있는 放射 패턴의 값 中에서 任意의 한 개 샘플이 許容値 At를 초과하지 않을 확률 r는

$$r=1-\int_{At}^{\infty} P(A)\,dA \tag{10}$$

가 되며 式(10)을 정돈하여 간단히 쓰면

$$r=1-\exp(-At^2/N) \tag{11}$$

가 된다.

전체 副로브 영역에서 서로 독립된 n개를 샘플링하면 신뢰도 β는

$$\beta=r^n=[\,1-\exp(-At^2/N)\,]^n \tag{12}$$

이 되며 에스티메이터 B를 At^2/N이라고 하면

$$B=-\ln(1-\beta^{1/n}) \tag{13}$$

이 된다. 여기서 β는 任意 방사패턴의 副로브가 허용치 At를 초과하지 않을 확률을 의미한다.

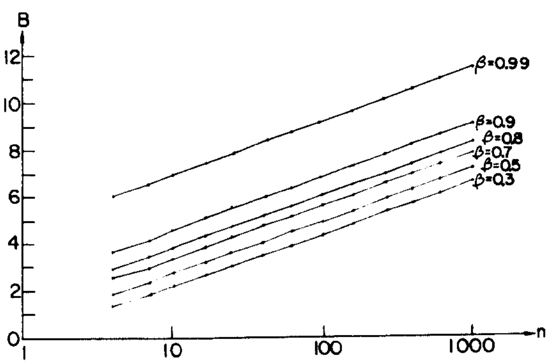


그림4. 매개 변수 n에 따른 B의 변화

Fig. 4. Variation of B with the array parameter n.

式(13)에서의 n은 나이퀴스트 샘플링 理論을 利用하여 求할 수 있다.

일반적으로

$$f(t)=\int_{f_M} F(f)\exp(j2\pi ft)\,df \tag{14}$$

$$f(u)=\int_{L/\lambda} i(x/\lambda)\exp\{j2\pi(x/\lambda)u\}\,d(x/\lambda) \tag{15}$$

로 되므로 그림 5와 같이 比較하여 나타낼 수 있다.

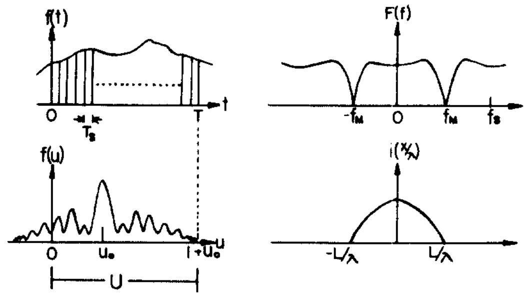


그림5. 나이퀴스트 샘플링 이론의 모델

Fig. 5. Model of Nyquist sampling theorem.

그림 5에서 샘플링 數 n은 $\frac{T}{T_s}$ 이며 $1/T_s$은 f_s이므로 $n=T\cdot f_s$ 이다.

나이퀴스트 샘플링 理論을 導入하면 f_s는 $2\cdot f_M$이 되며 그림 5에서 T대신 u를, f_M대신 L/λ로 대치할 수 있으므로

$$n=2\cdot\frac{L}{\lambda}(1+|u_o|) \tag{16}$$

이 된다.

복소 방사 패턴 f(u)는 位相도 크기와 같은 정보를 가지고 있으므로 半만 要한다. 따라서

$$n=\frac{L}{\lambda}(1+|u_o|) \tag{17}$$

가 된다. 여기서 $i(x/\lambda)$는 전류 밀도 함수이며, T는 신호의 시주기, u_o는 스캐닝각, F(f)는 f(t)의 Fourier 변환, f(t)는 신호의 시간함수, L은 어페츄어의 길이, f_M은 한계 주파수, T_s는 샘플링 주기이다.

2. 副로브 첨두치의 언바이어스드 에스티메이터

式(13)은 실제적인 副로브의 점두치와 誤差가 심하므로 언바이어스된 에스티메이터 B_P를 求하면

$$B_P=B+\triangle B \tag{18}$$

로 된다.

그림 6에서 副로브의 첨두치인 點 u_P에 가장 가까운 임의 샘플점을 u_1이라 하면 Taylor 급수에 依하여

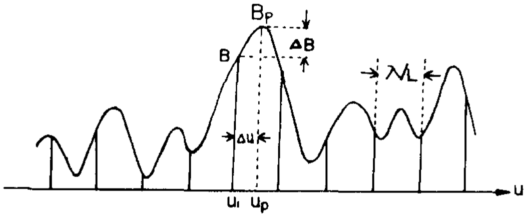


그림6. 副로브의 전력 패턴
Fig. 6. Power pattern of sidelobe.

$$P(u)=P(u_1)+P'(u_1)\triangle u+\frac{1}{2}P''(u_1)(\triangle u)^2+\cdots \quad (19)$$

로 쓸 수 있다.

여기서 $\triangle u$ 가 매우 작다면

$$P(u)=P(u_1)+P'(u_1)\triangle u+\frac{1}{2}P''(u_1)(\triangle u)^2 \quad (20)$$

로 된다.

또한 U_P 점에서 미분 계수는 0 이므로

$$\triangle u=-\frac{P'(u)}{P''(u)} \quad (21)$$

가 되며 式(21)을 式(19)에 代入하면

$$\triangle P=P(u_P)-P(u_1)=-\frac{P'(u)^2}{2P''(u)} \quad (22)$$

로 된다. 式(22)에서 $p'(u)$와 $P''(u)$는 任意 Gaussian 독립 변수의 곱과 合으로 이루어져 있으므로

$$P'(u)^2=NP(u_1) \quad (23)$$

$$P''(u)=-\frac{1}{2}P(u_1)\left(-\frac{2N}{P(u_1)}\right) \quad (24)$$

가 되며 式(23)과 式(24)를 式(22)에 代入하여 N으로 나누면 $B=P(u_1)/N$이므로

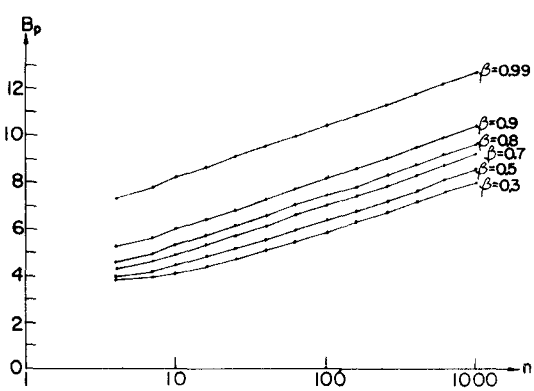


그림7. 배개 변수 n에 따른 B_P의 변화
Fig. 7. Variation of B_P with the array parameter n.

$$\triangle B=\frac{1}{1-2/B} \quad (25)$$

이 된다. 여기서 $B\geq 3$ 일때 $\triangle B\approx 1+\frac{2}{B}$ 이므로 式(18)은 다음과 같은 式으로 간단히 쓸 수 있다.

$$B_P=B+\frac{2}{B}+1 \quad (26)$$

式(26)은 언바이어스된 에스티메이터로서 첨두치를 정확히 나타낼 수 있다.

Ⅳ. 結果考察

애페츄어 길이에 따라 안테나 數를 표 1과 같이 定하고 Monte Carlo 方法을 利用하여 均一한 확률 밀도 함수를 만들어 안테나의 위치를 定하였다.

표 1. 애페츄어 길이에 따른 안테나 數
Table 1. Antenna element number with the length of aperture.

애페츄어 길이(λ)	4	7	10	16	25	40	63	100	160	252	400	1000
안테나數	4	10	10	10	10	20	20	20	20	20	40	100

다음에 各 애페츄어에 對해서 20번씩 試行하고 그 비율로부터 신뢰도를 유추하여 첨두치를 추정하였다.

여기서 스캐닝각은 0° 로 하였으며 신뢰도 0.99, 0.9, 0.7, 0.5에 對해서 추정한 결과치와 언바이어스된 에스티메이터 B_P의 이론치를 比較하여 그림 8에 表示하였다.

그림 8에서 신뢰도가 0.5일때 애페츄어 길이가 16 λ보다 작은 경우 3 dB 정도의 誤差가 생기나 애페츄어 길이가 길어짐에 따라 이론치와 거의 一致된다.

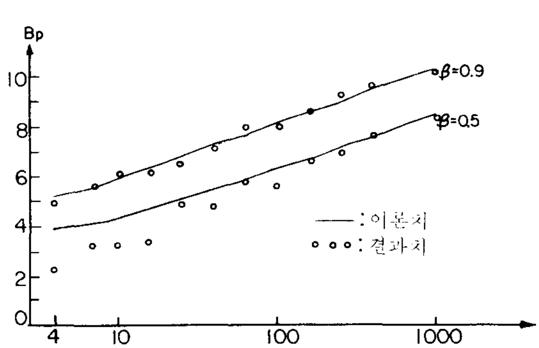
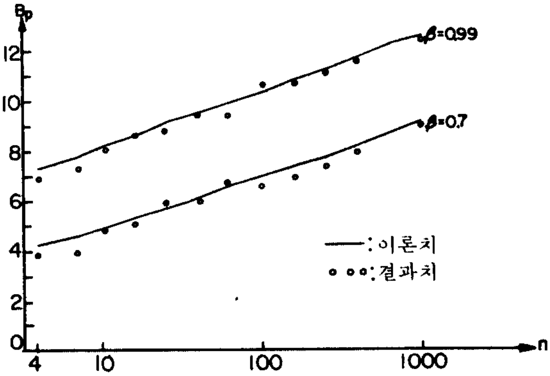


그림8. (a)



(b)

그림8. B_P의 理論値와 컴퓨터 시뮬레이션 결과치의 比較

Fig. 8. Comparison of B_P and the values of the computer simulations.

이것은 신뢰도가 낮을 경우 애퍼츄어 길이에 한계가 있음을 의미한다.

또한 신뢰도가 커짐에 따라 애퍼츄어 길이가 4λ 以上일 때 약간의 오차가 있으나 이 誤差는 副로브의 실제적인 첨두치를 計算하여 比較해 보면 1dB 보다 훨씬 작은 값이므로 이론치와 결과치는 거의 一致한다.

그러므로 B_P는 신뢰도가 0.7以上일 때 애퍼츄어 길이에 관계없이 正確한 에스티메이터임을 알 수 있다.

V. 結 論

랜덤 프로세스의 통계학적인 理論을 導入하여 이론적으로 誘導한 副로브의 첨두치 B_P는 신뢰도가 0.7以上일 때 Monte Carlo 方法을 이용하여 추정한 컴퓨터 시뮬레이션 결과치와 1dB 以內의 아주 작은 오차를 나타냄으로써 正確한 에스티메이터임이 立證되었다.

따라서 애퍼츄어 길이가 작은 線型 任意 배열 안테나를 실제로 디자인 할 경우 신뢰도가 比較的 큰 경우에만 副로브의 첨두치를 예측하여 디자인 횟수를 줄일 수 있다.

參 考 文 獻

[1] Y. T. Lo, "A mathematical theory of antenna arrays with randomly spaced elements", IRE. *Trans. Antennas Propag.*, vol. 12, pp. 257-268, 1964.

[2] B. D. Steinberg, *Principles of Aperture and Array System Design*. Wiley, New York, 1976.

[3] Marc B. Donvito, "Characterization of the random array peak sidelobe", *IEEE, Trans. Antennas Propag.*, vol. 27, pp. 379-385. 1979.

[4] D. E. N. Davies and C. R. Ward, "Low sidelobe patterns from thinned arrays using multiplicative processing", *Proc. IEEE*, vol. 127, pp. 9-15, 1980.

[5] Siegmund Brandt, "*Statistical and Computational Methods in Data Analysis*", : North-Holland, Amsterdam, Ch 5, 1970.

[6] V. D. Agrawal and Y. T. LO, "Distribution of sidelobe level in random arrays", *Proc. IEEE*, vol. 57, pp. 1764-1965, 1969.

[7] B. D. Steinberg, "The peak sidelobe of phased array having randomly located elements", *IEEE. Trans. Antennas ProPag,*, vol. 20, pp. 129-136, 1972.

[8] Y. T. Lo and R. J. Simcoe, "An experiment on antenna arrays with ramdomly spaced elements", *IEEE. Trans. Antennas Propag.*, vol. 15, pp. 231-235, 1967.