

# 마이크로스트립 線路의 實効 誘電率에 關한 實驗的인 研究 (An Experimental Study on the Effective Dielectric Constant of Microstrip Line)

洪康智\*, 河千洙\*, 朴仁甲\*, 朴櫻基\*

(Kang Ji Hong, Chen Soo Ha, In Gap Park and Cheong-kee Park)

## 要 約

本 論文은 마이크로스트립 線路의 實効 誘電率에 關한 實驗的인 研究이다. 자유 공간 波長對 관내 波長比의 2 乘으로 주어지는 實効 誘電率을 테프론 유전체판으로 만든 共振器의 共振 現象을 利用하여서 測定하고 이것과 마이크로스트립 線路上的의 전류 分布를 Fourier 變換하여서 얻은 理論 計算值와를 比較 考察하여 製作된 원형 및 타원형 공진기로 부터 얻어진 實驗值와 理論值가 8~12GHz 범위의 X-Band에서  $\frac{w}{h} = 1$  일때 거의 一致하는 結果를 얻을 수 있었다.

## Abstract

This paper is an experimental study on the effective dielectric constant of microstrip line. To quantify the dispersive effects on a microstrip line, the effective dielectric constant, which is the ratio of free space wavelength to guide wavelength, is calculated for teflon substrates. The calculation is based on the Fourier transform of the current distribution on microstrip line. Measurements of effective dielectric constant using a microstrip elliptic resonator and ring resonator are also described. As a result, the computed values of effective dielectric constant agree almost all with measured values, using ring and elliptic resonator, in case of  $w/h$  or the ratio of microstrip width to substrate thickness equal unity over frequency range of 8 to 12GHz.

## I. 序 論

마이크로스트립 線路는 마이크로波 集積回路(micro-wave integrated circuit, MIC)<sup>[1],[2]</sup>의 基本 要素로서 各種 마이크로波 集積回路 素子 및 안테나 등에 널리 利用되고 있다.

실험적으로 잘맞는 Getsinger式<sup>[3]</sup>을 利用하여 MIC 설계를 할 수 있으나 本 研究에서는 Fourier 變換技法으로 마이크로스트립 線路의 縱側電流(longitudinal current)<sup>[4]</sup>를 解析하고 周波數가 變化함에 따라 變化하는 實効 誘電率에 對한 積分方程式<sup>[2],[5]</sup>을 誘導하

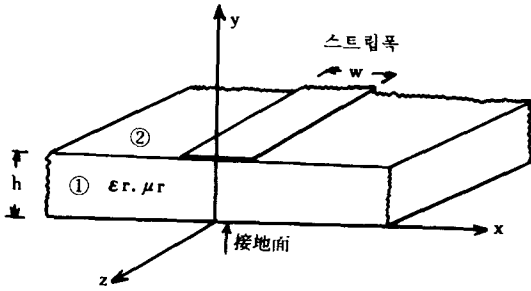
여 그 計算 結果<sup>[6]</sup>와 實驗 結果를 比較하였다.

實効 誘電率 測定은 比誘電率 2.35, 板두께 0.062"인 테프론을 使用한 타원형<sup>[7]</sup> 및 円型<sup>[8],[9]</sup> 共振器를 設計 製作하고 X-Band 周波數에 對한 共振 現象으로 부터 이를 測定하였다.

## II. 마이크로스트립 線路의 周波數 變化에 따른 實効 誘電率

마이크로스트립 線路에서 스트립은 完全導體이며 스트립幅은 波長에 비해 매우 작아서 종측 電流가 橫側 電流에 비해 매우 크다고 생각한다. 또한 解析의 편의 상 誘電體는 均質, 等方性, 無損失이라고 假定한다. 그리고 마이크로스트립 線路의 構造는 그림 1과 같다. Maxwell<sup>[10]</sup>에 依하면 스트립상에  $1[c/m]$ 의 電荷

\*正會員, 高麗大學校 工科大學 電子工學科  
(Dept. of Elec. Eng. Korea Univ.)  
接受日字: 1982年 2月 24日



ε<sub>r</sub> = 誘電体比誘電率  
 μ<sub>r</sub> = 誘電体比透磁率  
 h = 誘電体板두께

① = 誘電体 領域  
 ② = 공기 領域

그림 1. 마이크로스트립線路의 構造  
 Fig. 1. Microstrip line configuration.

가 存在하는 경우 스트립上的 表面電荷密度 σ(x)는

$$\sigma(x) = \frac{1}{\pi\sqrt{1-x^2}} \quad -1 \leq x \leq 1$$

이므로 스트립幅이 W이고 길이가 1[m]인 스트립上의 總電荷를 σ<sub>0</sub> 라면 公式는  $-\frac{W}{2} \leq x \leq \frac{W}{2}$ 에 대응해서

$$\sigma(x) = \frac{\sigma_0}{\pi\sqrt{1-(2x/W)^2}}$$

이며 電流분포에 對한 近似式은

$$I_z(x) \approx v\sigma(x)$$

단 v : 位相速度

원式的 Fourier 變換에서

$$I_z(\alpha) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} I_z(x) e^{-j\alpha x} dx = \frac{v\sigma_0 W}{4\pi} J_0(\alpha W/2) \\ = I_{z0} J_0(\alpha W/2) \quad (1)$$

단  $I_{z0} = \frac{v\sigma_0 W}{4\pi}$

의 結果를 얻는다.

이 式에 의하면 零의 周波数에서 TEM 解와 實驗의 結果가 잘 一致함을 알 수 있지만 결과적으로 二重 積分方程式이 되어서 電子計算에 많은 時間이 소 費될 것이 予見되었으므로 本 研究에서는 아래와 같은 Yamashita 式<sup>[4]</sup>을 토대로 하였다.

$$I_z(x) = I_{z0} (1 + |2x/w|^3), \quad \frac{w}{2} \leq x \leq \frac{w}{2} \\ = 0, \quad x < \frac{w}{2}, \quad x > \frac{w}{2} \quad (2)$$

式 (2)를 Fourier 變換하여 정리하면

$$I_z(\alpha) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} I_{z0} (1 + |2x/w|^3) e^{-j\alpha x} dx \\ = \frac{2I_{z0}}{\pi \alpha} \left\{ \frac{24}{(\alpha w)^3} + \frac{3[(\alpha w)^2 - 8]}{(\alpha w)^3} (\alpha w/2) \right. \\ \left. + \frac{[(\alpha w)^2 - 12]}{(\alpha w)^2} \sin(\alpha w/2) \right\} \quad (3)$$

誘電体和 공기의 접촉면을 흐르는 fictitious 표면 전류는 TM과 TE 모드의 線形 結合으로 表示되는 하이브리드모드를 發生하며 이 하이브리드모드의 조합으로 또한 임의의 전계를 나타낼 수 있다.

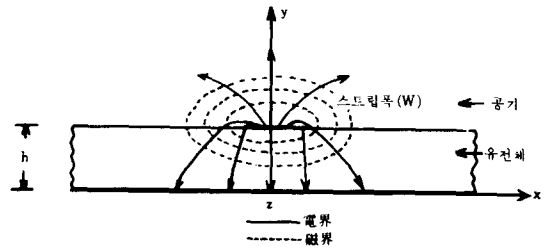


그림 2. 마이크로스트립線路의 電磁界 分布  
 Fig. 2. Electrical and magnetic distribution of microstrip line.

그림 2는 마이크로스트립線路의 電界 分布를 보여 주고 있으며 여기서 전자기적 Hertzian Potential  $\pi e \cdot m = a_z \psi e, m(x, y) e^{j(\omega t - kz)}$  로 부터 TM 및 TE 모드를 도출 할 수 있으며 함수  $\psi_e$ 와  $\psi_m$ 은 2次元 스칼라 Helmholtz 方程式을 共히 만족시킨다.

$$\nabla^2 \psi_{e, m} + v^2 \psi_{e, m} = 0 \quad (4)$$

여기서

$$v^2 = p_1^2 = \omega^2 \mu_r \epsilon_r \mu_0 \epsilon_0 - k^2, \quad y < d \\ = p_2^2 = \omega^2 \mu_0 \epsilon_0 - k^2, \quad y > d$$

$$\text{또 } \psi(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \psi(x, y) e^{j\alpha x} d\alpha = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \phi d\alpha \quad (5)$$

여기서

$$\phi = \psi(\alpha, y) e^{j\alpha x}$$

式 (5)를 (4)에 대입하여 풀면

$$\left( \frac{d^2}{dy^2} - \beta_1^2 \right) \psi_{e, m}(\alpha, y) = 0, \quad y > d$$

$$\left(\frac{d^2}{dy^2} + \beta_1^2\right) \psi_{e,m}(a, y) = 0, \quad y < d \quad (6)$$

여기서

$$\beta_1 = (p_1^2 - a^2)^{1/2}$$

$$\beta_2 = (a^2 - p_2^2)^{1/2}$$

$i=1$  유전체,  $i=2$  공기의 두영역에서 제 (field) 의  
各 성분式<sup>[11]</sup>은

$$E_{z1} = \frac{p_1^2}{jk} \psi_{e1}(x, y) \quad (7.a)$$

$$E_{t1} = -\nabla_t \psi_{e1} + \frac{\omega \mu_1}{k} \mathbf{az} \times \nabla_t \psi_{m1} \quad (7.b)$$

$$H_{t1} = -\frac{\omega \epsilon_{r1}}{k} \mathbf{az} \times \nabla_t \psi_{e1} - \nabla_t \psi_{m1} \quad (7.c)$$

$$H_{z1} = \frac{p_1^2}{jk} \psi_{m1}(x, y) \quad (7.d)$$

기본 모드의 potential 함수들은  $x=0$  면에서의 대칭성과 접지면상 및 무한대에서의 경계조건<sup>[11]</sup> 으로부터  $\psi_{e1}$ ,  $\psi_{m1}$  를 구할 수 있고 이때 공기와 유전체와의 경계면에서의 경계 조건으로부터  $\psi_{e2}$ ,  $\psi_{m2}$  가

$$\psi_{e2} = \frac{b_{12}}{b_{11}b_{22} - b_{12}b_{21}} \left\{ \left[ F_1 b_{22} + \frac{ka}{p_1^2} b_{12} \right] I_x(\alpha) + b_{12} I_z(\alpha) \right\}$$

$$\psi_{m2} = \frac{b_{12}}{b_{11}b_{22} - b_{12}b_{21}} \left\{ \left[ F_1 b_{21} + \frac{ka}{p_1^2} b_{11} \right] I_x(\alpha) + b_{11} I_z(\alpha) \right\}$$

와 같이 구해진다.

여기서

$$b_{11} = -b_{22} = a \left\{ \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^2 - 1 \right\}$$

$$b_{12} = \frac{\omega \epsilon_r \epsilon_0 \beta_1}{k} \left\{ \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^2 \mu_r \tan \beta_1 d - \frac{\beta_2}{\beta_1} \right\}$$

$$b_{21} = \frac{\omega \epsilon_r \epsilon_0 \beta_1}{k} \left\{ \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^2 \cot \beta_1 d + \frac{1}{\epsilon_r} \frac{\beta_2}{\beta_1} \right\}$$

$$F_1 = \frac{\omega \mu_r \mu_0 \beta_1 \tan \beta_1 d}{p_1^2}$$

그리고 스트립 선로에 대한 축상의 전파 상수는 순허수의 양(jk)으로 하고  $k$ 는  $k_0 \leq k \leq k_0 \sqrt{\mu_r \epsilon_r}$  범위에 있게 하면 다음식이 성립한다.<sup>[5]</sup>

$$k = \frac{2\pi}{\lambda_0} \sqrt{\epsilon_{eff}} \quad (8)$$

$$v = v_0 / \sqrt{\epsilon_{eff}}$$

완전 도체인 스트립에 대한 유전체 영역에서의  $\epsilon_{eff}$ 는 경계조건

$$E_{z2}(x, d) = 0 \quad -\frac{w}{2} \leq x \leq \frac{w}{2} \quad (9)$$

$$\frac{dH_{z2}(x, d)}{dy} = 0 \quad -\frac{w}{2} \leq x \leq \frac{w}{2} \quad (10)$$

식을 만족하는 전체계 (field)  $E_{z2}$  및  $H_{z2}$  를 다음과 같이 Fourier 적분하므로써

$$I_{x0} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{j}{b_{11}b_{22} - b_{12}b_{21}} \left[ F_1 b_{22} + \frac{ka}{p_1^2} b_{12} \right]$$

$$I_x(\alpha) \cos \alpha a \, d\alpha$$

$$-I_{z0} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{b_{12}}{b_{11}b_{22} - b_{12}b_{21}} I_z(\alpha) \cos \alpha a \, d\alpha = 0 \quad (11.a)$$

$$I_{x0} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{j\beta_2}{b_{11}b_{22} - b_{12}b_{21}} \left[ \frac{ka}{p_1^2} b_{11} - F_1 b_{21} \right]$$

$$I_x(\alpha) \sin \alpha a \, d\alpha$$

$$-I_{z0} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{b_{11}\beta_2}{b_{11}b_{22} - b_{12}b_{21}} I_z(\alpha) \sin \alpha a \, d\alpha = 0 \quad (11.b)$$

구하여진다.

앞에서 언급한 바와 같이 스트립 폭이 파장에 비해 매우 작기 때문에 횡축 전류를 무시할 수 있으며 스트립의 중심부  $x=0$ 에서 式(9), (10)이 만족되므로  $I_{x0}$ 와  $x$ 를 零으로 놓음으로  $\epsilon_{eff}$ 이 포함된 다음과 같은 단일 적분방정식을

$$\int_0^{\infty} \frac{\beta_1 Z I_z(\gamma)}{(\gamma h)^2 + \frac{\epsilon_r Z}{\epsilon_{eff}} \left(\frac{c}{f}\right)^2 \beta_1^2 (Q \cot \beta_1 h - \frac{\beta_2}{\epsilon_r \beta_1})} d\gamma = 0 \quad (12)$$

얻게 되며 이 방정식의 근을 전자 계산하므로써 주파수에 따른  $\epsilon_{eff}$ 의 값을 구할 수 있다.

여기서

$$\gamma = a\omega \quad \beta_1^2 = \left(\frac{2\pi f}{c}\right)^2 (\epsilon_r - \epsilon_{eff})$$

$$w = \text{마이크로스트립선로의 폭} \quad \beta_2^2 = \left(\frac{2\pi f}{c}\right)^2 (1 - \epsilon_{eff})$$

$$z = Q \tan \beta_1 h + \frac{\beta_0}{\beta_1} \quad Q = \frac{\epsilon_{eff} - 1}{\epsilon_r - \epsilon_{eff}}$$

$$I_z(\gamma) = \frac{24}{\gamma^3} + \frac{3(\gamma^2 - 8)}{\gamma^3} \cos\left(\frac{\gamma}{2}\right) + \frac{\gamma^2 - 12}{2} \sin\left(\frac{\gamma}{2}\right)$$

$$Y = \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r - \epsilon_{eff}} \quad H = \frac{cY}{fw}$$

윗 식을 Regula Falsi 방법<sup>[13]</sup> 또는 Simpson 공식으로 전자 계산을 할 수 있으나 본 研究에서는 FACOMOS/×8 컴퓨터에 의하여 Simpson 方式으로 計算하였다. 計算에 使用한 入力 자료는  $\epsilon_{eff}$ ,  $\epsilon_r$ ,  $w/h$ , 주파수 등이었으며 1회의 計算에 소요된 時間은 대략 20分 정도 이었다.

### III. 製作 實驗 및 測定

마이크로스트립 線路에서 周波數 變化에 따른 位相速度는 分散없는 線路를 가진 傳送 測定으로부터 혹은 共振 方法을 通하여 直接 알 수 있다. 傳送 測定은 마이크로스트립으로 부터 同軸 케이블까지의 遷移에서 생기는 오차를 發生하기 때문에 周波數 變化에 따른 관내 波長의 變化를 직접 알기 위하여 共振 方法을 使用하였다. 연결 간격을 가진 直線路 共振器는 fringe effect로 말미암아 電氣長의 決定 오차가 생기므로 마이크로스트립 원형 및 타원형 공진기를 使用했다.

#### 1. 設計 製作 基準

- 1) 基本 共振 周波數:  $f=1.71\text{GHz}$
- 2) 誘電體 板材質: Teflon  
두께:  $h=0.062\text{인치}$   
비유전율:  $\epsilon_r=2.35$
- 3) 給電線路 임피던스:  $50\Omega$
- 4) 共振器 種類 : 원형 및 타원형
- 5) 유전체판 두께(h) 對 마이크로스트립 폭(w) :  $w/h=1$  과  $w/h=2$
- 6) 급전 선로의 폭: 급전 선로의 폭을 결정하는데 利用할 수 있는 式에는 Wheeler 式, Schneider 式 및 Hammerstad 式 등이 있으나 이 중에서 가장 誤差가 적은 것으로 알려져 있는 Hammerstad 式<sup>[12]</sup>에 依하여 計算하였다.  
 $w/h \leq 2$  일때

$$\frac{w}{h} = \frac{8 \exp \left[ \frac{z_0 \sqrt{\frac{\epsilon_r + 1}{2}} + \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 1} (0.23 + 0.11/\epsilon_r)}{60} \right]}{\exp 2 \left[ \frac{z_0 \sqrt{\frac{\epsilon_r + 1}{2}} + \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 1} (0.23 + 0.11/\epsilon_r)}{60} \right] - 2} \quad (13)$$

$w/h \geq 2$  일때

$$w/h = \frac{2}{\pi} \left[ \frac{377\pi}{2z_0 \sqrt{\epsilon_r}} - 1 - \ln \left( 2 \frac{377\pi}{2z_0 \sqrt{\epsilon_r}} - 1 \right) + \frac{\epsilon_r - 1}{2E_r} \left\{ \ln \left( \frac{377\pi}{2z_0 \sqrt{\epsilon_r}} - 1 \right) + 0.39 - \frac{0.61}{\epsilon_r} \right\} \right] \quad (14)$$

#### 7) 共振器 線路의 임피던스:

共振器를 구성하는데 使用한 마이크로스트립 線路의 特性 임피던스의 計算에는 각각 다음 式<sup>[12]</sup>을 使用하였다.

$\frac{w}{h} \leq 1$  인 경우:

$$Z_0 = \frac{59.952}{\sqrt{\epsilon_{eff,ap}}} \ln(8h/w + 0.25w/h) \quad (15)$$

여기서 近似 實効 誘電率  $\epsilon_{eff,ap}$  는

$$\epsilon_{eff,ap} = \frac{\epsilon_r + 1}{2} + \frac{\epsilon_r - 1}{2} \left[ (1 + 12h/w)^{-1/2} + 0.04(1 - w/h)^2 \right]$$

$\frac{w}{h} \geq 1$  인 경우:

$$Z_0 = \frac{119.9\pi / \sqrt{\epsilon_{eff,ap}}}{w/h + 1.393 + 0.667 \ln(w/h + 1.444)} \quad (16)$$

여기서

$$\epsilon_{eff,ap} = \frac{\epsilon_r + 1}{2} + \frac{\epsilon_r - 1}{2} (1 + 12h/w)^{-1/2}$$

#### 8) 공진기의 반경

$$2\pi r = n\lambda g \quad (n=1,2,3 \dots)$$

$$= n \frac{\lambda_0}{\sqrt{\epsilon_{eff,ap}}} = n \frac{c}{\sqrt{\epsilon_{eff,ap}} f} \quad (17)$$

여기서 r은 원형에서는 반경 타원형에서는  $\sqrt{\frac{a^2 + b^2}{2}}$

(a는 장축 b는 단축을 말함.) 를 뜻한다.

#### 9) 제작된 공진기의 실효 유전율의 실험치

$$\epsilon_{eff} = \left( \frac{nc}{2\pi r f} \right)^2 \quad c = \text{진공 중의 빛의 속도} \quad (18)$$

#### 2. 實驗 및 測定

타원형 및 원형 공진기의 급전부 연결은 그림 3 과 같

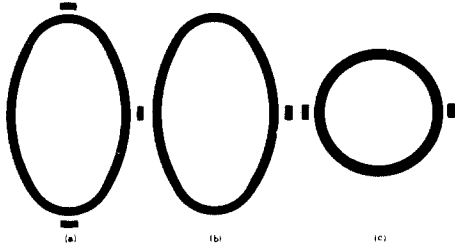


그림3. 공진기 모양

Fig.3. Resonator configuration of three type.

은 세 가지 형태로 하였으며 sweep 범위가 8~12GHz 인 sweep oscillator를 사용해서 측정하였고 그림 3의 타원의 둘레와 원형둘레는 같게 만들었다. 제작된 공진기는 그림 4와 같고 공진 실험 측정 장치는 그림 5와 같다.

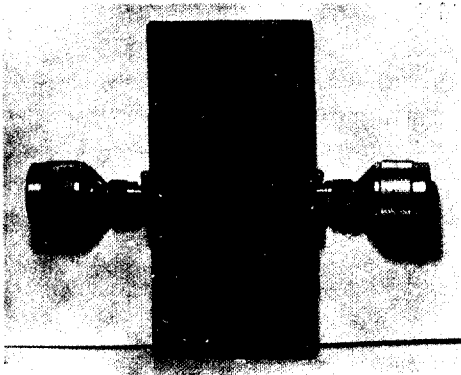


그림4. 공진기

Fig.4. Resonator.

IV. 結果 考察

그림 6은 일련의 共振 周波數와 共振 現象(基線 즉 0dB 線에 대하여 共振 周波數에서의 反應 크기는 18 dB)를 보여 주고 있다. 이와 같이 特性 임피던스 50 Ω의 給電 線路에 結合되는 共振器가 원형이든 타形이든 그 共振 주파수에는 影響이 없다는 것 또 타원의 경우 給電을 그 短軸上的 2點에 하든 長軸上的 2點에서 하든 共振 周波數는 거의 一致함을 볼 수 있었으며 오직 w/h의 크기에 따라 共振 주파수에 變이

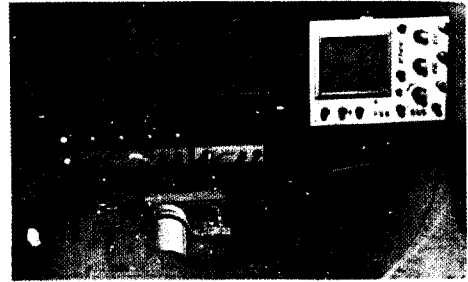


그림5. 공진기의 實効 誘電率을 測定장치

Fig.5. Measurement configuration of ε\_eff with a resonator.

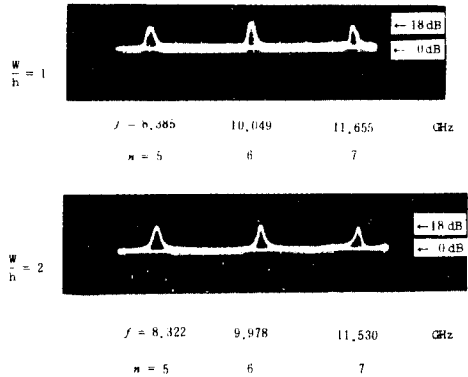


그림6. 전송된 전력대 공진 주파수

Fig.6. Transmitted power vs. frequency of resonator.

가 일어 날 뿐이라는 것을 알 수 있다.

그림 7은 테프론 誘電體板을 使用하여  $\frac{w}{h} = 1$  과  $\frac{w}{h} = 2$ 의 값에 對해 實効 誘電率( $\epsilon_{eff}$ )의 이론치와 실험치가 어떻게 變化하는 가를 보여 주고 있다.  $\frac{w}{h} = 1$ 에서는 거의 일치하고 있으나  $\frac{w}{h} = 2$ 에서는 일치되지 않고 있다. 이 모순은 電場에서 논한 바와 같이 횡측 전류(transverse current)를 無視했기 때문으로 생각된다. 本 論文에서는  $\epsilon_{eff}$ 의 값을 테프론만 고려했지만 컴퓨터 프로그램은  $\epsilon_r, w/h, h$ 의 여러 가지 값에 對해서도 計算 할 수 있도록 되어 있다.

V. 結 論

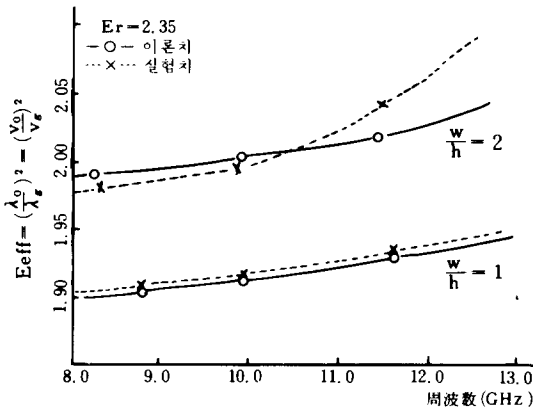


그림7.  $\epsilon_{eff}$ 의 理論値와 實驗値 비교  
 Fig.7. Comparison of calculated and measured values.

各 마이크로스트립 通信 裝備의 小形輕量化를 목적으로한 集積化가 必要한 狀態에서 좀더  $w/h$ 가 작으면 서 두께(h)가 얇고 보다 損失이 작으며 比誘電率이 큰 誘電體板을 利用할 수 있다면 좀더 좋은 結果를 얻을 수 있을 것이다.

위와 같은 誘電 材料에 依한 MICS의 設計에 있어 서 正確한 實効 誘電率의 把握이 그 만큼 重要해 진다.

本 研究에서는 円形 및 타円形 共振器를 設計製作하여 X-BAND인 8~12GHz 帶域에서  $w/h=1$  또는 2의 경우에 대한  $\epsilon_{eff}$  값을 實驗으로 測定하는 方法을 究明하였을 뿐만 아니라  $w/h$ 의 값이 특히 1일 때는 理論値와 實驗値가 거의 一致함을 알 수 있었다.  $w/h=2$  일때 높은 周波数에서 實効 誘電率의 理論값과 實驗값의 差가 커지는 것은 橫側 電流를 無視한데서 緣出한다고 생각되며 이 點은 앞으로 계속 究明되어야 할 것으로 생각하나  $w/h < 2$ 인 경우는 本 研究 結果가 M IC 設計에 有用하게 쓰일 것으로 믿는 바이다.

本 研究의 進行中 장치의 製作, 資料의 整理를 도와 준 高大電子科 大學院 崔在益 및 李鎮杰君 등에 謝意를 表하는 同時에 材料 電子計算 및 其他 여러 면에서 도움을 주신 한국과학기술원의 羅正雄教授 陸軍士官學校의 張世安 教官 및 KETRI 光通信研究室의 諸氏에 대해서 此際에 깊이 感謝한다.

參 考 文 獻

[ 1 ] K. C. Gupta, *Microwave Integrated Circuit*,

New York; John Wiley & Sons, INC, pp. 27-58, 1974.

[ 2 ] Leo Yong and H. Sobol, *Advanced in Micro-waves*. New York : Academics press, vol. 18. pp. 111 - 117, 1974.

[ 3 ] I. J. Bahl, D. K. Trivedi : "A Designer's Guide to Microstripline," *Microwaves*, pp. 174 - 182, May 1977.

[ 4 ] E. Yamashita, "Variational method for the analysis of microstrip-like transmission lines," *IEEE Trans.*, vol. MTT-16. pp. 251 - 256, Aug 1968.

[ 5 ] E. J. Delinger, "A frequency dependent solution for microstrip," *IEEE Trans.*, vol. MTT-19, pp. 30-39. Jan. 1971.

[ 6 ] S. Kuo, *Numerical Method and Computation*. Addison Wesley Reading, Mass., pp. 83-87, 1965.

[ 7 ] Jan. Kretzschmar, "Theoretical results for the elliptic microstrip resonator," *IEEE Trans.*, vol. MTT-30, pp. 342-343 May 1972.

[ 8 ] I. Wolf, "Microstrip bandpass filter using degenerate modes of microstrip ring resonator," *IEEE Electron Lett.* Apr. 1972.

[ 9 ] S. Pintzos and R. Pregla, "A simple method for computing the resonator frequencies of microstrip ring resonators," *IEEE Trans.*, vol. MTT-26. pp. 809-813, Oct. 1978.

[ 10 ] J. C. Maxwell, *A Treatise on Electricity and Magnetism*. 3rd ed., vol. 1 New York : Dover, pp. 296-297, 1954.

[ 11 ] R. E. Collin, *Field Theory of Guided Waves*. New York : McGraw-Hill, pp. 10, 170-174., 484-485, 1960.

[ 12 ] E. O. Hammerstad, *Equations for Microstrip Circuit Design*. 5th European Microwave Conf., pp. 268-272, Sept. 1975.

[ 13 ] A. Kimura, Jeffrey Frey, *Numerical Calculation of Frequency Dependent Effective Dielectric Constant on an Open Microstrip Line*. Cornell Univ. Microwave Report 71-5, Sept. 1971.