

誘導電動機의 動特性解析에 있어서의 Time Constant Parameter에 의한 簡易解析法

論 文
31~2~2

Simple Analysis on Induction Motor Dynamic Performances by Time Constant Parameter

黃 煥 文*
(Young-Moon Hwang)

Abstract

Induction motors are known to cause voltage dip, oscillating torque and inrush current on the dynamic period. To compensate for these undesirable effects, the prediction of dynamic performances is required. The dynamic performances are determined by circuit time constants. From this point of view, in this paper, the dynamic equivalent circuit included only three time-constant parameters are presented.

To predict more simply dynamic performances, the new characteristics time constant parameters are analyzed, and now these parameters are described as the function of circuit time constants.

This paper reviews and analyzes the use of series capacitance compensations, and the use of this analysis can make simply a prediction about oscillating conditions.

1. 緒 論

誘導電動機는 일반적으로 過渡狀態에서는 高調波 토오크, inrush電流 및 端子電壓의 dip등이 발생한다. 더우기 인버터나 콘버터로써 可變速度制御를 할 때 전동기의 정상특성 및 동특성에 심한 고조파를 유발할 우려가 있다. 이러한 고조파는, 다이리스터시스템에서 발생하는 것과 전동기가 속도변동을 할 때 일어나는 고조파가 상호간섭을 일으켜서 대단히 복잡한 과도특성을 갖게 한다. 여기서 이러한 경우의 基本設計를 위한 動特性解析을 함에 있어서, 諸定數를 3개의 parameter로 묶어서 이들에 의하여 動特性改善을 위한 相關關係를 해석함으로써 基本設計를 위한 動特性考察을 단순화하고자 한다.

우선 유도전동기 단독운전시 不安定範圍, 즉 기동시의 과도상태를 보면, 토오크는 高調波 토오크로 되어

있고, 이 高調波 토오크가 가속시켜 安定範圍, 즉 정상 상태에 도달하면 高調波 토오크는 사라진다는 점을 관찰해 볼 때, 이러한 현상은 유도전동기의 전 1차회로정수와 2차회로 정수로 이루어지는 과도현상에 인한 것으로, 최초의 時定數에 밀접한 관계가 있다고 볼 수 있다. 그리하여 전원의 임피던스, 선로의 임피던스 및 삽입된 보조장치의 임피던스등을, 종합한 時定數函數로 취환시켜 해석함이 해석을 단순화시킬 수 있을 것으로 생각된다.

여기서는 空隙을 중심으로 1차측의 回路定數를 1次 回路時定數, 2차측의 回路定數를 2次 回路時定數로 정리하고, 두 回路사이의 結合係數를 설정함으로써 전체의 回路定數를 단순화하고 動特性을 이들 時定數 및 係數의 相關係數에 의하여 해석함으로써 物理的 概念을 부가한 動特性을 判別코저한다. 즉, 高調波 토오크는 두 回路時定數가 같을 때 가장 잘 나타나며, 最高 토오크를 갖는 경우는 두 回路時定數의 比가 클 때 얻을 수 있음을 알 수 있었다. 또한 2次 回路定數와 結合係數의 相關函數는 靜特性 및 動特性을 바꾸는 函數로

* 正 會 員 : 釜山大 工大 電氣工學科 教授 · 工博
接受日字 : 1981年 11月 17日

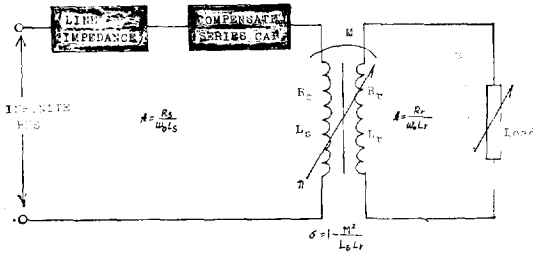


그림 1. 유도전동기의 동특성해석을 위한 등가회로
Fig. 1. Equivalent circuit for dynamic performance analysis in induction motor

작용하나, 結合係數 단독의 값에 의하여는 일반유도기의 설계범위내에서는 별 영향을 끼치지 못함을 알 수 있었다.

2. 特性時定數의 導出

유도전동기는 일반적으로 정상상태에서의 해석은 등가회로에서 행하여 지나, 과도상태의 동특성은 volt-ampere의 미분방정식의 $d-q$ 軸型 matrix^{(1),(2)}에 의하여 해석한다. 즉, 식(1)과 같은 matrix에 의하여 해석한다.

$$V = RI + \omega_r GI + LpI \quad (1)$$

여기서 $V = [v_{ds}, v_{dr}, v_{qs}, v_{qr}]^T$

$$I = [i_{ds}, i_{dr}, i_{qs}, i_{qr}]^T$$

$$\bar{R} = \text{diag. } [R_s, R_r, R_s, R_r]$$

$$\bar{G} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & M & L_r \\ -M & -L_r & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$L = \begin{bmatrix} L_s & M & 0 & 0 \\ M & L_r & 0 & 0 \\ 0 & 0 & L_s & M \\ 0 & 0 & M & L_r \end{bmatrix}$$

또한 ω_r 는 回轉子는 角速度, $n\omega_0$ 이다.

(1)식 laplace를 變換하면

$$\bar{V}(s) = [\bar{R} + s\omega_0 L + n\omega_0 \bar{G}] \bar{I}(s) \quad (2)$$

로 되며, 이를 電流 $I(s)$ 에 관하여 matrix變換을 하면

$$\bar{I}(s) = [\bar{R} + s\omega_0 L + n\omega_0 \bar{G}]^{-1} \bar{V}(s) \quad (3)$$

와 같이 된다.

지금 $d-q$ 軸型 matrix에서 전기적토크를 구하려면

$$T_e = M(i_{qs}i_{dr} - i_{ds}i_{qr}) \quad (4)$$

인 식에서, 우선 固定子와 回轉子의 각 d, q 의 電流成分을 구하여야함으로 식(3)의 inverse matrix를 풀어야 하며, 이때 이들의 特性根을 구하여야 한다. 이때

이들의 特性根은 토크 및 電流의 動特性的 減衰係數로 나타남으로, 이들의 特性根을 特性時定數로 설정하여, 이들 特性時定數가 각 回路時定數와의 相關關係에 의하여 어떻게 변화하는가를 살핌으로써 각 回路時定數가 動特性에 미치는 상황을 해석하고, 이를 토대로 動特性을 判別하고자 한다.

지금 그림 1에서와 같이 回路時定數 및 結合係數를 다음과 같은 parameter로 설정한다.

$$k_s = \frac{R_s}{\omega_0 L_s} \dots \dots \dots 1\text{次側(固定子側)의 時定數의 逆數}$$

$$k_r = \frac{R_r}{\omega_0 L_r} \dots \dots \dots 2\text{次側(回轉子側)의 時定數의 逆數}$$

$$1 - \sigma = \frac{M^2}{L_s L_r} \dots \dots \dots \text{結合係數}$$

n : 同期速度에 대한 per-unit速度

여기서 L_s 및 R_s 는 고정자측의 전원임피던스, 선로임피던스 및 삽입보조장치들의 임피던스를 등가로 포함한 값을 취한다. 이로 말미암아 결합계수 $1 - \sigma$ 의 값도 같이 변화한다고 본다.

지금 식(3)의 $[\bar{R} + s\omega_0 L + n\omega_0 \bar{G}]^{-1}$ 의 特性根은 다음과 같은 값을 갖는다. 즉

$$\left. \begin{aligned} s_1 &= -(k_0 + k_0') + j(n/2 + \omega_0') \\ s_2 &= -(k_0 + k_0') - j(n/2 + \omega_0') \\ s_3 &= -(k_0 - k_0') + j(n/2 - \omega_0') \\ s_4 &= -(k_0 - k_0') - j(n/2 - \omega_0') \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

여기서 위의 特性根은 다음과 같은 새로운 特性時定數 parameter에 의한 3개의 parameter에 의하여 지배되며, 이들은 回路時定數의 相關關係인 $k_r/\sigma, k_s/k_r, \sigma, n$ 의 函數로 나타내어 진다. 즉

$$\left. \begin{aligned} k_0 &= \frac{1}{2} \cdot \frac{k_r}{\sigma} \left(\frac{k_s}{k_r} + 1 \right) \\ k_0' &= \frac{1}{2} \cdot m \cos \theta \\ \omega_0' &= \frac{1}{2} \cdot m \sin \theta \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

여기서

$$m^2 = n^4 + 2n^2 \cdot \left(\frac{k_r}{\sigma} \right) \cdot \left[\left(\frac{k_s}{k_r} \right)^2 + 1 - 2 \left(\frac{k_s}{k_r} \right) (3 - 2k) \right] + \left(\frac{k_r}{\sigma} \right)^2 \left[\left(\frac{k_s}{k_r} \right)^2 + 1 + 2 \left(\frac{k_s}{k_r} \right) (1 - 2\sigma) \right]^2$$

$$2\theta = \tan^{-1} \left[\frac{2n \left(1 - \frac{k_s}{k_r} \right) \frac{k_r}{\sigma}}{\left(\frac{k_r}{\sigma} \right)^2 \left[\left(\frac{k_s}{k_r} \right)^2 + 1 + 2 \left(\frac{k_s}{k_r} \right) (1 - 2\sigma) \right] - n^2} \right]$$

이다. 여기서 k_0, k_0' 및 ω_0' 는 모두 k_r/σ 와 $k_s/k_r, \sigma$ 의 函數이며, k_0' 및 ω_0' 는 n 에 따라 각각 그 값이 달라진다.

k_0 는 n 에 대하여 독립된 damping factor인 값을 갖으며, k_0' 는 n 에 따라 변화하는 damping factor의

값이다. 그리고 ω_0' 는 속도에 따라 변화하는 고조파 진동주파수 factor를 갖는다.

3. 特性時定數 parameter의 解析

이들 特性時定數 parameter k_0, k_0' 및 ω_0' 는 回路時定數 parameter의 相關關係 $k_r/\sigma, k_i/k_r$ 및 σ, n 의 함수로서, 유도전동기의 定常特性에서는 다음과 같은 관계⁽³⁾를 갖는다.

1) 권선형유도동전기에서 회전자에 2차기동저항을 넣은 경우는 $k_r/\sigma=1.0$ 에 가까운 값을 갖는다.

2) 권선형이나 일반동형진동기의 정상운전상태의 경우는 $k_r/\sigma=0.10$ 에 가까운 값을 갖는다.

3) 각 속도 n 에서의 토오크의 값은 k_i/k_r 가 적을 수록 커지며, 적정설계된 유도전동기에서는 $k_i/k_r=0.5 \sim 0.8$ 인 값을 갖는다.

이상과 같은 관계에서 유도전동기의 정상운전시의 回路時定數 parameter는 $k_r/\sigma=0.10, k_i/k_r=0.50$ 로 선정할 수 있다.

지금 特性時定數 parameter를 속도 n 에 관하여 해석해 본 결과 그림 2와 그림 3과 같다. 여기서 k_0 는 k_0' 의 $n=0.0$ 일때의 값이 된다. 그리고 ω_0' 의 값은 n 가 증가함에 따라 거의 비례해서 커진다. 여기서 주목할 것은 k_0' 의 값의 n 에 따른 변화로써, 이들의 값은 k_i/k_r parameter에 의하여 그림 2에서 보는 바와 같이 $k_i/k_r=1.0$ 인 값을 경계로 속도 변화에 따른 變化率이 달라지며, $k_i/k_r=1.0$ 주위의 값에서 變化率이 가장 크며, $n=0.1 \sim 0.4$ 사이에서 變態點이 존재한다는 점이다. 즉, 식 (6)에서

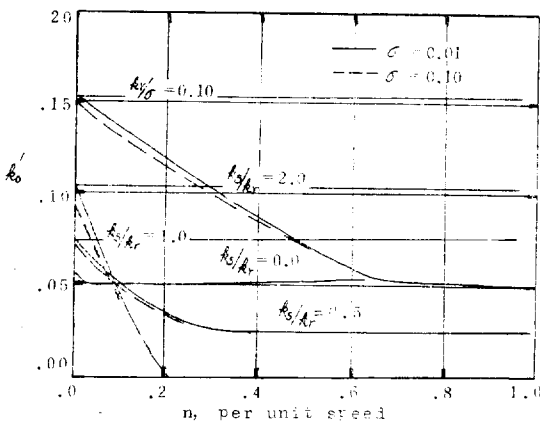


그림 2. $k_r/\sigma=0.10$ 일때의 特性時定數 parameter에 따른 damping factor k_0' 의 값
Fig. 2. Speed dependent damping parameter k_0' at $k_r/\sigma=0.10$

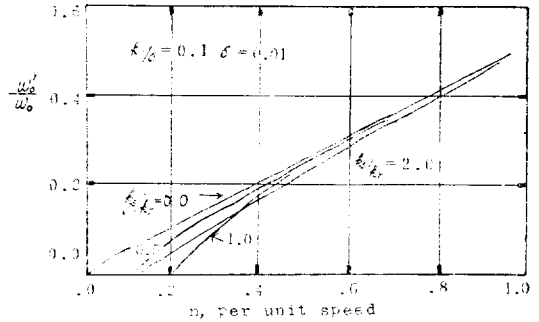


그림 3. $k_r/\sigma=0.10$ 일때의 特性時定數 parameter에 따른 振動周波數 ω_0'/ω_0 의 값
Fig. 3. Speed dependent oscillating frequency ω_0'/ω_0 at $k_r/\sigma=0.10$

$$k_i/k_r = 0.90 \sim 1.07$$

$$n^2 = \left(\frac{k_r}{\sigma}\right)^2 \left[\left(\frac{k_i}{k_r}\right)^2 + 1 + 2\left(\frac{k_i}{k_r}\right)(1-2\sigma) \right]$$

인 값에서는 θ 의 값이 態變하는 조건이 되는 것으로서도 알 수 있다.

4. 動特性的 簡易判別法

고정자측에 인가전압이 인가되었을 경우, 그 인가전압은 park의 2軸變換에 의하여 v_d, v_q 로 나누고, 이를 laplace變換시켜 대입한다. 이때 인가전압은 正弦波가 아닌 경우도 적용할 수 있다.

지금 基本波正弦電壓을 가하였을 때

$$\left. \begin{aligned} v_d &= \sqrt{\frac{3}{2}} V_m \cos(\omega_0 t + \alpha) \\ v_q &= -\sqrt{\frac{3}{2}} V_m \sin(\omega_0 t + \alpha) \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

르 되며, 이를 laplace變換시켜, 식 (3)에 대입하면, 動特性電流는

- 1) 基本周波數를 갖는 定常交流成分
 - 2) damping constant k_0+k_0' 와 주파수 $n/2+\omega_0'$ 를 갖는 減衰振動成分
 - 3) damping constant k_0-k_0' 와 주파수 $n/2-\omega_0'$ 를 갖는 減衰振動成分
- 을 포함하는 값을 갖는다.

또한, 여기서 구한 각 $d-q$ 軸成分의 電流成分을 식 (4)에 대입하여 전기적토오크를 구하면 표 1과 같은 damping constant와 oscillating frequency를 갖게 된다.

여기서 주목할 것은 damping constant이다. 動特性에서의 진동토오크는, 실제로 각각의 속도에서 발생하여 damping constant에 따라 감쇄하는데, 이들은 곧

소멸되고 다시 진동토오르가 발생한다고 볼때, 비록 진동토오르가 없는 定常範圍에서도 속도 변동이 생기면 그때 진동토오르는 발생하며, 이들이 그 속도에서의 damping constant에 따라(실제로 定常範圍에서는 damping constant가 크다. 그리고 damping constant는 식(6)에서 보는 바와 같이 속도 n 의 함수로 되어 있다.) 급속히 감쇄하여 없어진다고 볼 수 있다. 이러한 관점에서 볼때, damping constant가 가장 작은($k_0 - k_0'$)의 damping constant를 갖는 진동토오르가 가장 현저하게 나타날 것으로 생각된다. 이는 電流의 damping constant에도 나타난다.

표 1. 토오르의 動特性에서 나타나는 damping constant와 oscillating frequency
Table 1. Damping constant and oscillating frequency of torque on dynamic performance

	Damping factor	Oscillating freq.
Steady-state 2nd harmonic		$2\omega_0$
Damping- oscillation	$-2(k_0 - k_0')$	$(n - 2\omega_0')\omega_0$
	$-2(k_0 - k_0')$	$(n/2 - \omega_0' + 1)\omega_0$
	$-(k_0 - k_0')$	$(n/2 - \omega_0' - 1)\omega_0$
	$-(k_0 - k_0')$	$(n/2 - \omega_0' - 1)\omega_0$
Damping- oscillation	$-2(k_0 + k_0')$	$(n + 2\omega_0')\omega_0$
	$-(k_0 + k_0')$	$(n/2 + \omega_0' + 1)\omega_0$
	$-(k_0 + k_0')$	$(n/2 + \omega_0' - 1)\omega_0$
	$-(k_0 + k_0')$	$(n/2 + \omega_0' - 1)\omega_0$
Damping- oscillation	$-2k_0$	$n\omega_0$

여기서의 簡易判別法이라는 것도 것은 단순히($k_0 - k_0'$)의 項만을 해석하여, 진동토오르의 발생을 豫測코자하는 것이다. ($k_0 - k_0'$)는 k_0 는 k_0' 의 $n=0.0$ 인 때의 값이므로 그림 2에서 쉽게 알 수 있으며, ($k_0 - k_0'$)는 k_0' 의 變化率에서도 쉽게 알 수 있을 것이다. 또한 이들의 값은 각 속도에서 그 값을 비교판별할 수 있으며, 감쇄진동중 가장 damping constant가 적은 값을 가지므로 가장 오래 진동이 유지 되므로 주동적으로 진동토오르를 발생케 하는 성분의 damping constant로 볼 수 있기 때문이다. 또한 이들은 回路時定數 parameter k_r/σ , k_s/k_r 에 의하여 變化함으로 유도전동기가 선로임피던스 및 다이리스터시스템과 같은 제어장치를 갖는 경우 이들의 임피던스성분의 등가치를 포함한 回路時定數 parameter로서 전 시스템의 動特性을 해석할 수 있으며, 경우에 따라서는 이들의 특성을 개선할 수 있는 보상장치를 예측할 수도 있게 될 것이다.

표 1에서의 2nd harmonic成分은 電源이 비대칭인 경

우에 나타나는 것이다.

5. 適用例 및 檢討

이상과 같은 판별방식을 그림 1과 같이 능형유도전동기에 직렬보상회로⁽²⁾를 삽입한 경우에 적용한 과정을 통하여 설명하여 보기로 한다.

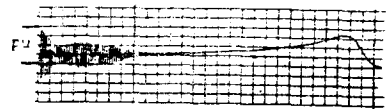
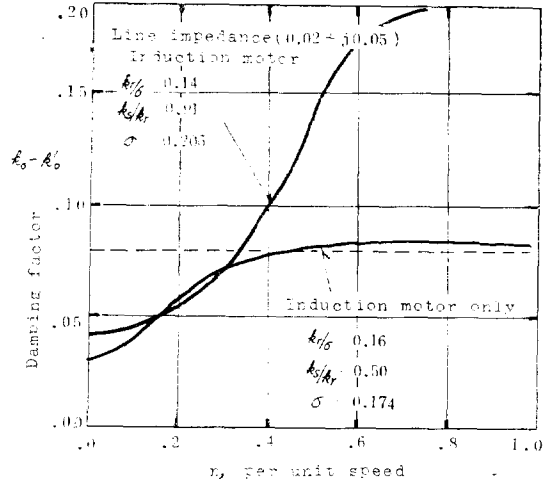
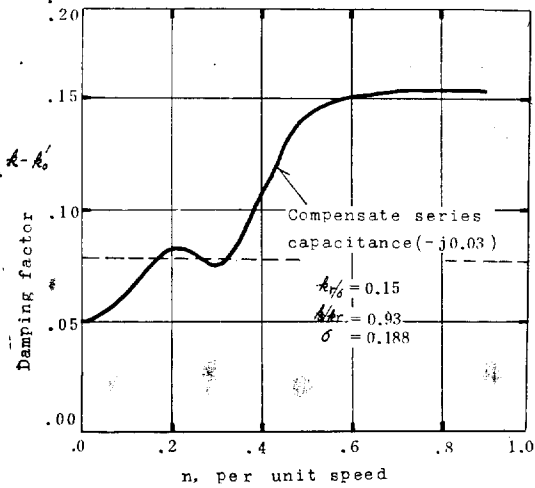


그림 4. 선로임피던스가 삽입된때의 동특성판별곡선
Fig. 4. Prediction curve of dynamic performances when line impedances included

그림 4는 유도전동기단독($k_r/\sigma=0.16$, $k_s/k_r=0.50$, $\sigma=0.174$)인 경우와 선로임피던스($0.02 + j0.05p.u$) 및 유도전동기를 결합한 경우($k_r/\sigma=0.14$, $k_s/k_r=0.91$, $\sigma=0.206$)의 ($k_0 - k_0'$)의 특성곡선이다. 여기서 $n=0.0 \sim 0.35$ 의 범위에서는 둘다 ($k_0 - k_0'$)의 값이 적어서 진동토오르가 현저히 발생할 수 있는 여지가 있는 범위로서, 아래 측정 diagram⁽²⁾에서 쉽게 알 수 있다. 이때 전동기단독인 경우에도 $k_s/k_r=0.50$ 인 경우에도 진동토오르가 나타나는 것은 판별곡선에서는 $n=0.0 \sim 0.20$ 범위내에서 일어날 것으로 판별되나 전체적으로 ($k_0 - k_0'$)의 절대치가 적으므로 $n=0.0 \sim 1.00$ 인 범위에서 쉽게 진동을 유발할 수 있는 여지를 갖고 있음을 나타내는 결과로 보여지며, 실제 일반유도전동기는 이러한 특성을 가지고 있다. 한편 선로임피던스가 삽

입되는 경우는 흔히 진동토크의 발생사태가 많으며, 판별곡선에 의하면, $n=0.0\sim 0.4$ 범위에서는 뚜렷이 나타나고, 그리고 정상범위에서는 진동토크의 발생을 억제하는 역할을 하는 것으로 볼 수 있다.

그림 5는 직렬보상커패시터 ($-j0.03p.u$)를 삽입한 경우이다. 판별곡선에서 보는 바와 같이 진동토크가 나타나는 것은 $n=0.0\sim 0.20$ 범위로 줄어들었으나, 제차 $n=0.3$ 주위에서 다시 진동토크를 유발한다. 그러므로 진동토크를 줄이는 보상장치로서는 직렬보상커패시터만으로는 해결될 수 없음을 보여준다. 또한



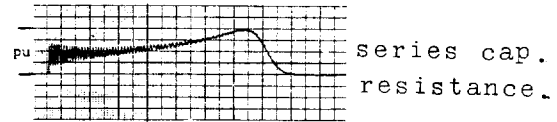
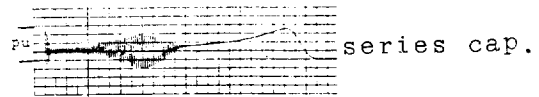
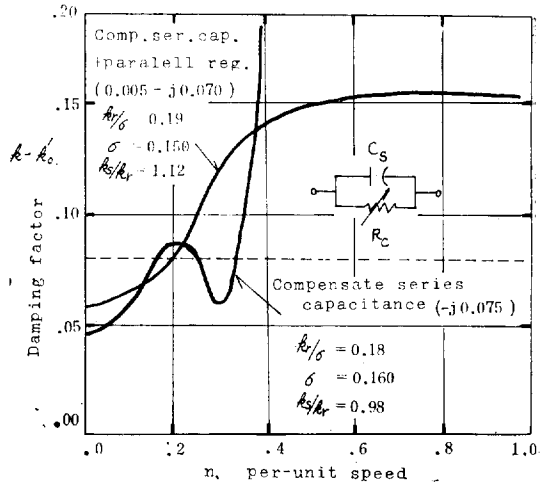
torque value tested

그림 5. 보상용 직렬커패시터를 삽입한 때의 동특성판별곡선

Fig. 5. Prediction curve of dynamic performances when compensate series capacitance included

이 경우는 다이리스터 속도제어장치에서 커패시터용량의 크고 작음에 따라 이상진동 토크가 발생할 수 있음을 나타낸다고 판별된다. 여기서 k_s/k_r 는 대충 1.0의 값에 가까운 값을 갖음을 알 수 있다.

그림 6은 직렬보상커패시터 ($-j0.075p.u$)를 그림 5의 경우보다 증가시킨 경우($k_r/\sigma=0.18$, $k_s/k_r=0.98$, $\sigma=0.160$)이다. 이때는 $n=0.3$ 주위의 판별곡선의 계곡이 더욱 깊어지는 특성을 가지게 되어 이상진동토크 발생을 심하게 한다. 직렬보상커패시터의 증감으로 여기서 k_s/k_r 의 값을 조정하여, 진동토크발생이 일어날 수 있는 조건, 즉 $k_s/k_r=1.0$ 을 피하게 하고자



torque value tested

그림 6. 보상용 직렬커패시터에 병렬저항을 부가한 경우의 동특성판별곡선

Fig. 6. Prediction curve of dynamic performances when compensate series capacitance and resistance included

하였으나, 回路時定數 parameter의 조정상직렬커패시터로서는 변화가 잘 이루어 지지 않음을 알 수 있었고 물리적개념으로 볼때 직렬커패시터에 병렬로 병렬저항 R_c 를 설치하면 진동을 효과적으로 감쇄시킬 수 있을 것으로 보고, 병렬저항삽입의 경우를 검토해 본 결과, 回路時定數 parameter는 $k_r/\sigma=0.19$, $k_s/k_r=1.12$, $\sigma=0.150$ 로서 k_s/k_r 가 1.0의 값을 12%나 벗어난 값을 갖게 되어, 그림 6에서 보는 바와 같이 $n=0.3$ 에서의 이상진동토크도 사라지고 $n=0.0\sim 0.20$ 의 범위에서의 (k_0-k_0')의 절대값도 커져서 진동토크가 적은 좋은 동특성을 얻을 수 있음을 판별케 되었다. 다만 이때 k_s/k_r 가 커지므로 해서 정상토크의 최고치는 다소 줄어들게 된다.

이상과 같은 적용예에서 보는 바와 같이 回路時定數 parameter k_s, k_r 및 σ 로 된 等價回路에서 $k_r/\sigma, k_s/k_r$ 의 相關 parameter의 函數로 된 特性時定數만을 해석함으로써 進동토포크 및 進류의 動特性을 쉽게 예측할 수 있음을 알 수 있다. 이는 보조장치 및 보상장치설계에 있어서 synthesis를 가능케 하며, 특히 다이리스터제어 장치의 定數調整에 기준이 될 것으로 사료된다.

6. 結 論

이상과 같은 적용예에서 보는 바와 같이 特性時定數 parameter($k_0 - k_0'$)만을 해석함으로써 進동토포크, 특히 이상進동토포크를 예측할 수 있음을 알았다. 이는

- (1) 動特性에서 進동토포크는 각 속도에 따라 변화하는 時定數 parameter에 따른 감쇄진동이 계속해서 발생하게 된다는 전제가, 進동예측을 간이하게 判別할 수 있는 근거가 됨을 알 수 있었다.
- (2) 여러가지의 特性時定數 parameter 조합중 時定數가 가장 큰 것만이 현저히 나타남을 알 수 있어, 이를 적용함으로써 進동判別을 용이하게 할 수 있었다.
- (3) 進동토포크는 특히 1차측과 2차측의 回路時定數 parameter가 같을 때 현저히 나타남을 알 수 있었다.
- (4) 기동시외에도 속도변동이 있을 때 특히 속도제

어 mode를 바꿀때 생기는 進동토포크의 해석을 가능케 한다.

이러한 간이판별방식은 動特性개선을 위한 synthesis 설계에 유익하게 이용될 것으로 본다.

끝으로 本研究은 1980年度 工科大學教授 海外派遣研究計劃에 의하여 이루어진 것이며, 本 研究修行에 있어서 여러가지 協助하여 주신 東京大學 原島文雄教授에게 감사드리는 바이다.

參 考 文 獻

- [1] S. Seely; "Electromechanical energy conversion," McGraw-Hill, 1962, pp. 207~218
- [2] A.A. Mahmoud, T.H. Ortmeier, R.G. Harley, and C. Calabrese; "Effects of reactive compensation on induction motor dynamic performance," IEEE Trans. PAS, Vol. PAS-99, pp. 841~846, 1980.
- [3] 黃煥文; "誘導電動機의 過渡 Torque特性分析," 釜山大學校論文集 等 6輯 pp. 183~196, 1965.
- [4] 黃煥文; "時定數パラメータによる 誘導電動機의 動特性値의 簡易解析法," 昭和56年電氣學會全國大會(日本) No. 731, 1981