

# 發散可能系統에서의 뉴턴-랩슨電力潮流計算

## An Algorithm for Newton-Raphson Load Flow in Divergible System

論 文
31~12~1

李 鳳 容\* · 金 正 勳\*\* · 沈 建 輔\*\*\*  
 (Bong-Yong Lee · Chung-Hoon Kim · Keon-Bo Shim)

### Abstract

Two step improvements for Newton - Raphson load flow calculation are accomodated. The first is better initial starting values, the second  $\alpha$  - step introduction into Newton's iterative cycles.

In heavy load systems or unknown power systems for planning purpose, it is known that the load flow is often unsuccessful. With better initial starting values, this could be avoided. Further, increments from the inverse Jacobian show often divergent characteristics. This could be improved with the adoption of suitable step - size  $\alpha$ .

These two step improvements are demonstrated in the three kinds of sample power systems.

### 1. 序 論

電力系統의 狀態解析, 運用, 制御 및 計劃등의 모든 分野에서 가장 基本的인 解析수단인 電力潮流計算은 20余年의 오랜 기간에 걸쳐서 많은 研究가 發表되고 있다<sup>[1], [2], [3]</sup> 그런데, 1960年代에 뉴턴-랩슨法 (Newton-Raphson method)이 등장한 이후<sup>[4]</sup> 현재에 이르기까지 電力潮流計算은 거의 이方法에 의존하고 있다고 할 수 있으며, 計算速度的 向上을 위한 分割電力潮流計算 (decoupled power flow solution)은 그 이후에 發表된 주요한 研究結果이다<sup>[5]</sup> 母線番號最適配列 (optimal bus number ordering), 疎行列技法 (matrix sparsity exploitation technique), 3角因數法 (triangular factorization technique)<sup>[6]</sup> 등은 이들 方法에서 채용되고 있는 주요한 技法이다.

뉴턴-랩슨법은 다른 方法에 비하여 收斂特性이 비교적 安定한 것으로 알려져 있으나, 보다 改善된

收斂特性을 얻기 위하여 初期值 改善法과<sup>[7]</sup>  $\alpha$ -스텝법을<sup>[8], [10]</sup>導入하여 역시 좋은 成果를 얻고 있다.

그런데, 重負荷系統이나 計劃을 위한 系統으로서 미리 그 系統狀態를 잘 알 수 없는 경우에도, 初期值 改善法이나,  $\alpha$ -스텝법이 어느 정도 有力한 것 인지는 分明치 않으며, 本論文에서는 特히 重負荷 系統에 대하여, 初期值 改善法과  $\alpha$ -스텝법에 대하여 研究하였다.

電力潮流計算은 보통 平垣初期值法 (flat-start method)으로 알려져 있는 바와 같이, 電壓을 1.0 [p.u], 電壓相差角을 零으로 하여 反復計算을 시작하고 있고, 보통의 경우 이 方法으로서 충분하다. 그러나, 平垣初期值가 항상 만족스러운 것은 아니며 改善된 初期值가 그 代案이 될 수 있다. 本論文에서는 傾斜法을 提示하였으며, 아울러서 이미 發表되어 있는 有力한 方法의 하나인 效率的인 初期解法 (effective starting process)<sup>[7]</sup>과 比較하였고, 이 方法도 다시 改善될 수 있음을 보였다.

자코비안행렬의 逆行列에 의해서 결정되는 變數의 增分 (increment)이 反復計算의 과정에서 安定되게 收斂되도록 하는 장치가  $\alpha$ -스텝법인데, 이 方法은 별로 새로운 것은 아니나, 意外에도 電力潮流計算에서 별로 活用되고 있지는 않고 있다고 할

\*正 會 員 : 弘益大 工大 電氣工學科 教授  
 \*\*正 會 員 : 弘益大 工大 電氣工學科 常任研究員  
 \*\*\*正 會 員 : 弘益大 工大 電氣工學科 研究助教  
 接受日字 : 1982年 7月 14日

수 있으며, 本論文에서는 여러  $\alpha$ -스텝법을 적용하여 實驗하고, 가장 適合한 方法을 提示하였다.

### 2. 初期値의 改善

電力潮流計算은

$$g(x) = 0 \tag{1}$$

단,  $x$ :  $2n$  벡터

$g$ :  $2n$  벡터

인 非線型 聯立方程式을 푸는 문제이며, 非線型方程式의 解를 구하기 위해서는 適當한 初期値의 選定이 매우 중요하다. 電力潮流計算에서는 보통 平均初期値를 사용하여 아무런 불편이 없으나, 收斂이 어렵거나 發散하는 경우에는 이미 平均初期値가 適當하다고 할 수 없으며, 初期値의 改善이 必要하게 된다.

현재 有力한 方法으로 알려져 있는 것으로 效率的인 初期解法을<sup>[7]</sup> 들 수 있는데, 요약하면 다음과 같다.

$$P = H \cdot \delta \tag{2}$$

단,  $P$ : 有效電力 벡터

$\delta$ : 電壓位相角 벡터

$H$ : 母線어드미턴스 行列

인 관계로부터 初期位相角을 결정하고, 無效電力과 電壓의 關係로부터 다음의 式이 유도된다.

$$D = L \cdot \Delta V \tag{3}$$

단,  $D_i = Q_i + B_{ii} - \sum A_{ij} V_j - \sum A_{ij}$

$L_{ii} = Q_i - B_{ii}$

$L_{ij} = A_{ij}$

$A_{ij} = G_{ij} \sin \delta_{ij} - B_{ij} \cos \delta_{ij}$

$Q_i = i$  母線 無效電力

$V_i = i$  母線電壓

$B_{ij} : i-j$  母線어드미턴스의 허수부

$G_{ij} : i-j$  母線어드미턴스의 실수부

$\delta_{ij} : i-j$  母線 電壓相差角

式 (3)으로부터 구한  $\Delta V_i$ 는  $V_i$ 의 값을 改善시킨다.

初期値의 計算은 本 計算이 아니므로 計算時間이 짧아야 하며, 프로그램의 作成이 容易해야 한다. 本論文에서 導入한 傾斜法 (gradient method)은 바로 이러한 조건에 부응되는 것이며, 傾斜法만으로

도 電力潮流計算의 解를 얻을 수 있다. 그러나 傾斜法만에 의하는 경우 상당한 反復計算을 必要로 하며, 이 方法은 별로 有利하게 생각되지 않는다. 傾斜法은 初期의 收斂過程이 매우 效果의이므로, 이 初期의 收斂過程만을 뉴턴-람슨법의 初期値를 결정하는데 이용한다면, 改善된 初期値를 얻을 수 있다. 傾斜法을 위해서 다음의 目的函數를 定義한다.

$$L(x) = g^T(x) \cdot g(x) \tag{4}$$

$L(x) = 0$ 이면, 電力潮流計算의 解가 얻어진 것이므로

$$L(x + \Delta x) < L(x) \tag{5}$$

인 關係가 成立되어야 한다.  $\Delta x$ 가  $L(x)$ 를 收斂시키는 方向이므로,  $\Delta x = \alpha \cdot S$  ( $\alpha$ 는 스텝,  $S$ 는 方向) 이라고 하면,

$$\lim_{\alpha \rightarrow 0} \frac{L(x + \alpha S) - L(x)}{\alpha} = \frac{dL(x + \alpha S)}{d\alpha} = S \Delta L(x) < 0 \tag{6}$$

이 되고,

$$\left[ \Delta L(x) \right] = \left[ \left[ \frac{\partial L(x)}{\partial g(x)} \right]^T \frac{\partial g(x)}{\partial x} \right]^T = 2 [J] [g(x)] \tag{7}$$

단,  $[J]$ : 자코비안 行列

을 얻는다. 式 (7)은 目的函數에 대한 傾斜이며,

$$x^{k+1} = x^k + \Delta x^k = x^k - \alpha^* \frac{\partial L}{\partial x} \tag{8}$$

에 의해서 未知數  $x$ 는 修正된다.  $\alpha^*$ 는 適正스텝의 크기 (optimal step size)이며, 傾斜法에서  $\alpha^*$ 를 결정하는 方法은 많으나, 本論文에서는

$$\alpha^* = \frac{\alpha_1 L_2' - \alpha_2 L_1'}{L_1'^2 - L_2'^2} \tag{9}$$

단,  $L_1', L_2'$ : 스텝  $\alpha_1, \alpha_2$  일때의 函數의 傾斜인 값을 사용할 때 (附錄參照), 가장 좋은 결과를 얻을 수 있었다.

### 3. $\alpha$ -스텝법

자코비안행렬의 逆行列의 計算에서 결정되는 變數의 增分量  $\Delta x$ 가 安正되게 收斂되도록 하려고 導入된  $\alpha$ -스텝법은 새로운 것은 아니다. 뉴턴-람슨법에서의 收斂方向  $S$ 는

$$S = -[J]^{-1} g(x) = \Delta x \quad (10)$$

이므로 당연히

$$x^{k+1} = x^k + \alpha \cdot \Delta x^k \quad (11)$$

처럼 쓸 수 있고,  $\alpha = 1$  이면 보통의 뉴턴법이며,  $\alpha \neq 1$  이면 一般化된 뉴턴법이다. 式 (4)의 目的函數에 대하여 式 (11)의 增分の 결정된다. 그러나, (9)가 初期値의 결정에는 만족스러웠으나, 뉴턴-람슨법의 反復計算過程中에 사용될 때에는 크게 效果가 없었다. 文獻 [8]에서 提示된 方法을 適用한 결과는 收斂이 어려운 系統에서 역시 별 效果가 없음은 물론, 오히려 發散하기까지 하였다. 文獻 [9]에서 提示된 方法은 一般系統에서는 매우 效果가 컸으나, 重負荷系統에서는 별로 效果가 없었다.

本 論文에서 適用한 또 다른 方法은

$$L(\alpha = \alpha_1) \triangleq L_1 = A + B\alpha_1 + C\alpha_1^2 \quad (12)$$

$$L(\alpha = \alpha_2) \triangleq L_2 = A + B\alpha_2 + C\alpha_2^2 \quad (13)$$

의 관계로 부터

$$B = \frac{\alpha_1^2 (L_2 - A) - \alpha_2^2 (L_1 - A)}{\alpha_1 \alpha_2 (\alpha_1 - \alpha_2)} \quad (14)$$

$$C = \frac{\alpha_1 (A - L_2) + \alpha_2 (L_1 - A)}{\alpha_1 \alpha_2 (\alpha_1 - \alpha_2)} \quad (15)$$

을 얻고, 따라서

$$\alpha^* = -\frac{B}{2C} = \frac{\alpha_1^2 (A - L_2) + \alpha_2^2 (L_1 - A)}{2[\alpha_1 (A - L_2) + \alpha_2 (L_1 - A)]} \quad (16)$$

을 얻는다.

系統에 따라서 다소 차이가 있으나,  $\alpha_1 = 0.4$ ,  $\alpha_2 = 1.1$  부근인 경우에 좋은 결과를 얻을 수 있었고,  $\alpha \neq 1$  인 경우에 目的函數가 最小로 됨이 確認되었으며, 결국  $\alpha \neq 1$  인 값에 대하여 收斂이 보다 安定함이 입증되고 있다.

#### 4. 電力潮流計算의 과정

本 프로그램의 내용은 다음과 같다.

주 프로그램 : 必要한 데이터 및 제어 정보의 入出力 및 각 서브루틴의 내용

서브루틴 YBUS : 線路 어드미턴스 및 母線 어드미턴스의 計算

서브루틴 EFFEC : 效率인 初期解法에 의

한 初期值 計算

서브루틴 CALPQ : 母線의 有效 및 無效電力 計算,

서브루틴 JACOB : 자코비안 行列의 구성

서브루틴 GRADIN : 경사법에 의한 初期值 計算

서브루틴 FACTO : 三角分解에 의한 자코비안 行列의 逆行列 計算

서브루틴 BACSUB : 후진대입법에 의한 증분값의 計算

서브루틴 STEPA : 증분값에 대한  $\alpha$ -스텝법의 인용

서브루틴 MODVD : 새로운 변수의 수정

서브루틴 LINFLO : 각 선로에 대한 선로조류 및 선로손실의 計算

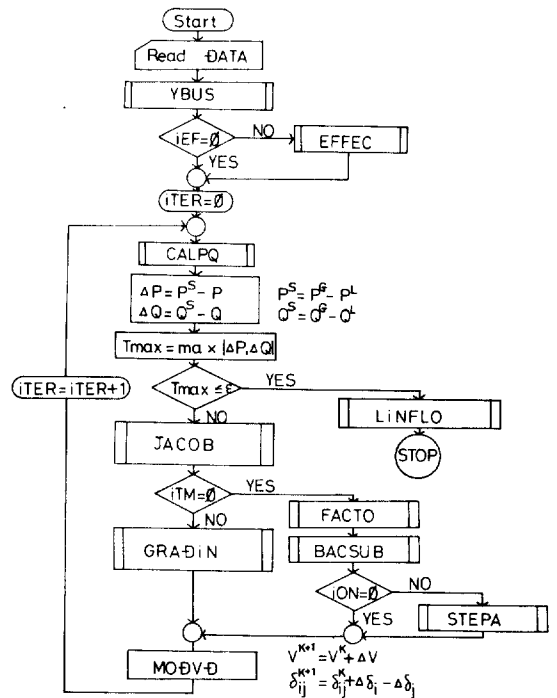


그림 1. 電力潮流計算의 과정

Fig. 1. Flowchart of load-flow

#### 5. 事例 研究

母線數 5, 11 및 51 인 경우에 대하여 事例研究을 행하였으며, 그림 2와 3에 5母線과 11母線 系統을 보였다.

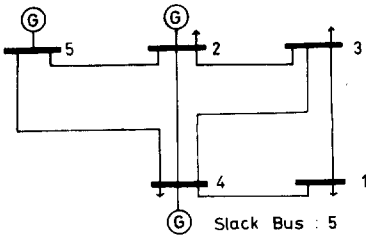


그림 2. 5 母線 系統  
Fig. 2. 5 - BUS system

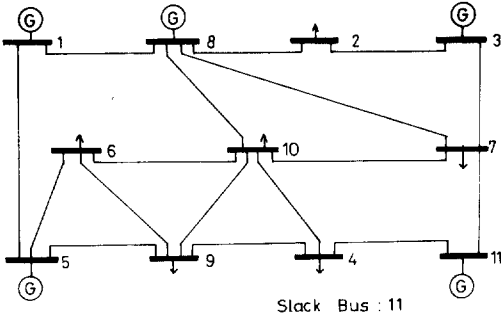


그림 3. 11 母線 系統  
Fig. 3. 11 - BUS system

表 1 은 5 母線 系統에 대한 결과인데, 初期值의 改善 效果가 두드러지지 않다. 그러나 11 母線 系統에 대한 결과인 表 2 에서 보면 平均初期值法과 效率的인 初期解法은 發散함을 보여주고 있으나, 傾斜法에 의한 初期值에서 計算시작을 하는 경우 收斂됨을 알 수 있다. 다만, 그림 6에서 보는 바와 같이 그 收斂이 2 회에서 別안간 증가함을 보아서 安定하다고는 할 수 없다.

收斂을 보다 安定化시키기 위한 장치로서 導入된  $\alpha$ -스텝의 效果를 表 3, 4 및 5 에 보였다. 安定한 系統인 5 母線에서는 역시 改善의 效果가 별로 보이지 않으나, 11 母線의 例에서 보면 改善의 效果가 현저함을 볼 수 있으며, 平均初期值法이나 效率的인 初期解의 법이, 表 2 에서  $\alpha$ -스텝을 導入하지 않았을 때 發散을 하였으나, 여기에서는 收斂하고있고, 더구나 收斂過程이 安定되어 있음을 그림 4, 5 및 6 을 통하여 확인할 수 있다. 51 母線 系統에 대한 결과인 表 5 에서는, 전체 計算反復回數가 19 회에서 8 회로 減少됨이 인상적인 바,  $\alpha$ -스텝의 導入은 收斂의 安定化는 물론 計算時間의 短縮에도 크게 기여함을 알 수 있다.

表 1. 潮流 計算의 收斂 過程

Table 1. Convergence of 5 BUS system

< 5 BUS System >

$E = 0.01$  (p.u.)

반복 회수	effective start		flat - start		initial gradient	
	$ \Delta P _{max}$	$ \Delta Q _{max}$	$ \Delta P _{max}$	$ \Delta Q _{max}$	$ \Delta P _{max}$	$ \Delta Q _{max}$
0	$0.24437 \times 10^1$	0.74663	$0.10000 \times 10^1$	0.98500	$0.0000 \times 10^1$	0.98500
1	0.77050	0.54111	0.39229	0.23994	0.818707	0.34470
2	0.19377	0.12374	$0.7987 \times 10^{-1}$	$0.51676 \times 10^{-1}$	0.20729	0.13337
3	$0.49517 \times 10^{-2}$	$0.23714 \times 10^{-1}$	$0.13154 \times 10^{-1}$	$0.61774 \times 10^{-2}$	$0.78145 \times 10^{-1}$	$0.36488 \times 10^{-1}$
4	$0.54667 \times 10^{-2}$	$0.24681 \times 10^{-2}$	$0.14009 \times 10^{-2}$	$0.60642 \times 10^{-3}$	$0.65360 \times 10^{-2}$	$0.31352 \times 10^{-2}$

表 2. 潮流 計算의 收斂 過程

Table 2. Convergence of 11 BUS system

< 11 BUS System >

$\epsilon = 0.01$  (p.u.)

반복 회수	effective - start		flat - start		initial gradient	
	$ \Delta P _{max}$	$ \Delta Q _{max}$	$ \Delta P _{max}$	$ \Delta Q _{max}$	$ \Delta P _{max}$	$ \Delta Q _{max}$
0	$0.26244 \times 10^1$	0.94654	$0.10500 \times 10^1$	0.56000	$0.10500 \times 10^1$	0.56000
1	$0.51148 \times 10^2$	$0.32645 \times 10^2$	$0.25291 \times 10^1$	$0.11059 \times 10^1$	0.70375	0.26180
2	$0.12416 \times 10^2$	$0.61068 \times 10^1$	$0.5219 \times 10^2$	$0.24413 \times 10^2$	$0.16615 \times 10^1$	0.50231

3	$0.48036 \times 10^5$	$0.29037 \times 10^5$	$0.801135 \times 10^1$	$0.46868 \times 10^1$	$0.10506 \times 10^1$	0.38241
4	$0.87572 \times 10^{14}$	$0.2973 \times 10^{14}$	$0.17481 \times 10^1$	0.36512	0.36512	0.3279
5	발산	발산	$0.11575 \times 10^1$	0.65145	0.37050	0.15176
6			$0.61868 \times 10^1$	$0.14142 \times 10^2$	0.14207	$0.50364 \times 10^{-1}$
7			$0.35891 \times 10^{13}$	$0.11262 \times 10^{13}$	0.10826	$0.34463 \times 10^{-1}$
8			발산	발산	$0.56431 \times 10^{-1}$	$0.16868 \times 10^{-1}$
9					$0.37703 \times 10^{-2}$	$0.14843 \times 10^{-2}$

表 3. 潮流計算의 收斂過程

Table 3. Improved convergence of 5 BUS system

$\epsilon = 0.01(p.u)$

반복 회수	effective start		flat - start		initial gradient	
	$ \Delta P _{max}$	$ \Delta Q _{max}$	$ \Delta P _{max}$	$ \Delta Q _{max}$	$ \Delta P _{max}$	$ \Delta Q _{max}$
0	$0.24437 \times 10^1$	0.74663	$0.10000 \times 10^1$	0.98500	$0.10000 \times 10^1$	0.98500
1	0.80405	0.44799	0.23880	0.22200	0.81807	0.34470
2	0.21956	0.15138	0.1917	$0.57163 \times 10^{-1}$	0.2467	0.12003
3	$0.47756 \times 10^{-1}$	$0.27357 \times 10^{-1}$	$0.88174 \times 10^{-2}$	$0.43075 \times 10^{-2}$	$0.20818 \times 10^{-1}$	$0.19379 \times 10^{-1}$
4	$0.70033 \times 10^{-2}$	$0.30861 \times 10^{-2}$			$0.73311 \times 10^{-2}$	$0.39868 \times 10^{-2}$

表 4. 潮流計算의 收斂過程

Table 4. Improved convergence of 11 Bus system

< 11 BUS System >

$\epsilon = 0.001(p.u)$

반복 회수	effective start		flat - start		initial gradient	
	$ \Delta P _{max}$	$ \Delta Q _{max}$	$ \Delta P _{max}$	$ \Delta Q _{max}$	$ \Delta P _{max}$	$ \Delta Q _{max}$
0	$0.26245 \times 10^1$	0.94654	$0.10500 \times 10^1$	0.56000	$0.10500 \times 10^1$	0.56000
1	$0.12540 \times 10^1$	0.82504	0.5324	0.55785	0.70212	0.2642
2	$0.12520 \times 10^1$	0.59199	0.53457	0.50540	0.49824	0.29465
3	0.77255	0.25968	0.54744	0.43321	0.47844	0.26332
4	0.30633	$0.98238 \times 10^{-1}$	0.64520	0.24255	0.52370	0.13612
5	0.22404	$0.68861 \times 10^{-1}$	0.18309	$0.57654 \times 10^{-1}$	0.22948	$0.65181 \times 10^{-1}$
6	$0.67825 \times 10^{-1}$	$0.24417 \times 10^{-1}$	0.11422	$0.35467 \times 10^{-1}$	0.15790	$0.60130 \times 10^{-1}$
7	$0.39171 \times 10^{-1}$	$0.11886 \times 10^{-1}$	$0.84903 \times 10^{-1}$	$0.28017 \times 10^{-1}$	0.10714	$0.29377 \times 10^{-1}$
8	$0.24903 \times 10^{-1}$	$0.85184 \times 10^{-1}$	$0.20705 \times 10^{-1}$	$0.65488 \times 10^{-2}$	$0.64441 \times 10^{-2}$	$0.25464 \times 10^{-2}$
9	$0.16855 \times 10^{-2}$	$0.64352 \times 10^{-3}$	$0.14691 \times 10^{-1}$	$0.39366 \times 10^{-2}$		
10			$0.98687 \times 10^{-2}$	$0.30474 \times 10^{-2}$		

表 5. 潮流計算의 收斂過程

Table 5. Comparison of convergence

< 51 BUS System >

$\epsilon = 0.01(p.u)$

반복 회수	改善前		改善後	
	$ \Delta P _{max}$	$ \Delta Q _{max}$	$ \Delta P _{max}$	$ \Delta Q _{max}$
0	6.1	4.804	6.1	4.804

1	$0.808 \times 10^{-1}$	5.491	0.433	5.504
2	0.658	1.800	0.673	1,909
3	0.607	0.393	0.619	0.328
4	$0.103 \times 10^{-1}$	0.411	$0.129 \times 10^{-2}$	0.343
5	0.159	0.221	0.233	$0.72 \times 10^{-2}$
6	0.216	0.259	$0.136 \times 10^{-3}$	$0.595 \times 10^{-1}$
7	0.255	$0.761 \times 10^{-1}$	$0.591 \times 10^{-1}$	$0.272 \times 10^{-2}$
8	$0.136 \times 10^{-2}$	$0.879 \times 10^{-1}$	$0.239 \times 10^{-4}$	$0.897 \times 10^{-2}$
9	0.121	0.536		
10	0.104	$0.958 \times 10^{-1}$		
11	$0.229 \times 10^{-4}$	0.101		
12	$0.229 \times 10^{-4}$	0.104		
13	$0.978 \times 10^{-1}$	$0.837 \times 10^{-1}$		
14	$0.210 \times 10^{-4}$	$0.853 \times 10^{-1}$		
15	$0.384 \times 10^{-4}$	$0.464 \times 10^{-1}$	$ \Delta P _{max}$ 오차	
16	$0.757 \times 10^{-1}$	$0.276 \times 10^{-2}$	$ \Delta Q _{max}$ 오차	
17	$0.267 \times 10^{-4}$	$0.169 \times 10^{-1}$		
18	$0.338 \times 10^{-4}$	$0.842 \times 10^{-2}$		
19	$0.248 \times 10^{-4}$	$0.886 \times 10^{-2}$		

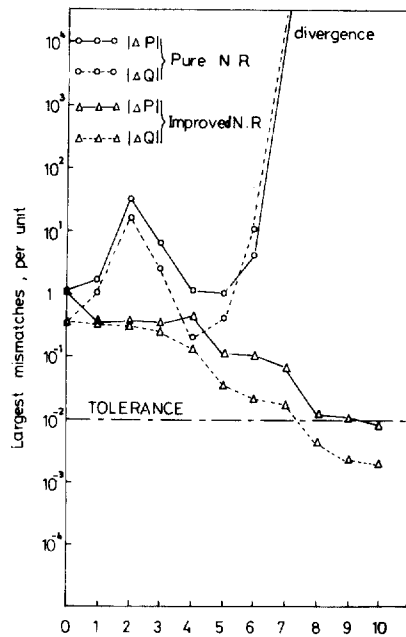
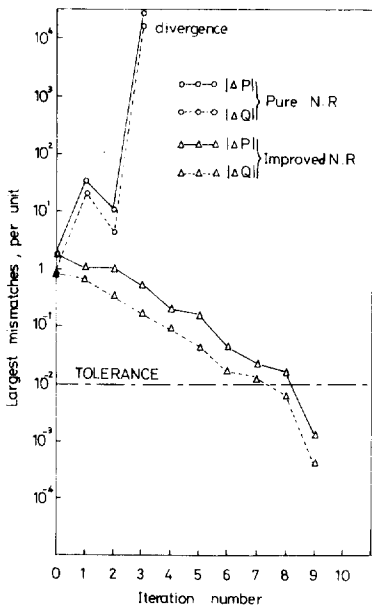


그림 4. 效率的인 初期解法에 의한 收斂過程  
Fig. 4. Convergence pattern by effective

그림 5. 平垣初期值法에 의한 收斂過程  
Fig. 5. Convergence pattern by flat-start method

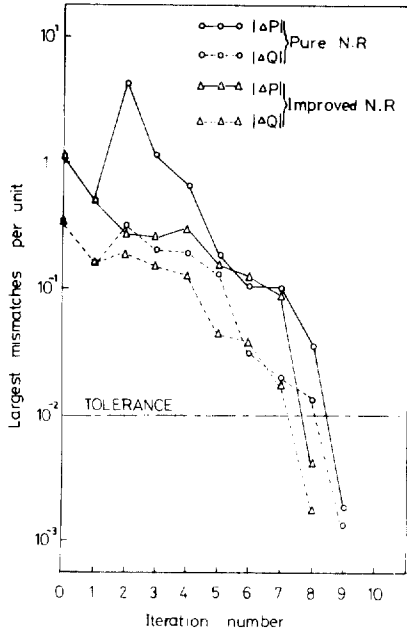


그림 6. 傾斜法에 의한 收斂過程

Fig. 6. Convergence pattern by initial gradient method

6. 結 論

PDP-11 마이크로 컴퓨터를 이용하여, 뉴턴-람슨電力潮流計算의 初期值 改善 및 收斂의 安定化에 대한 本論文의 研究로부터 얻어진 주요한 결과는 다음과 같다.

1) 初期值의 改善을 위한 方法으로서 效率의인 初期解法이 效果의이나, 傾斜法의 初期收斂過程의 導入 역시 有力한 代案이 될 수 있으며, 收斂의 安定化장치가 없는 경우에는 傾斜法쪽이 보다 有力할 수 있다.

2)  $\alpha$ -스텝의 導入에 의하여, 收斂의 安定化가 가능하며, 反復計算回數를 減少시킬 수 있고, 計算시간의 단축이 기대된다.

3)  $\alpha$ -스텝은 系統에 따라서 적당한 方法을 결정해야 하며, 本論文에서는 하나의 方法을 提示하였다.

3) 보통의 뉴턴-람슨법에 의해서 發散하는 系統에 대해서도 初期值의 改善과  $\alpha$ -스텝의 導入에 의해서 解를 얻을 수 있다.

參 考 文 獻

- [1] B. Stott; "Review of load-flow calculation methods," Proceedings of the IEEE, Vol. 62 No. 7, pp. 916-929, Jul. 1974.
- [2] Iwamoto, S. and Tamura, Y; "A fast load flow method retaining nonlinearity," IEEE Trans. on P.A. & S., Vol. PAS-97, pp. 1586-
- [3] J.W. Bandler and M.A. El-kady; "A new method for computerized solution of power flow equations," IEEE Trans. on P.A. & S., Vol. PAS-101, pp. 1-10, 1982.
- [4] W.F. Tinney and C.E. Hart; "Power flow solution by Newton's Method," IEEE Trans. on P.A. & S., Vol. PAS-86, pp. 1449-1460, 1967.
- [5] B. Stott and O. Alsac; "Fast decoupled load flow," IEEE Trans. on P.A. & S., vol. PAS-93, pp. 859-867, 1974.
- [6] W.F. Tinney and J.W. Walker "Direct Solutions of sparse network equation by optimally ordered triangular factorization," proceedings of IEEE. Vol-55, pp.1801-1809, 1967.
- [7] B. Stott; "Effective starting process for Newton-Raphson load flows," Proceedings of IEE. Vol-118, pp.983-987, 1971.
- [8] H. Hartkopf; "Ein modifiziertes Newton-Verfahren für stets konvergierende lastflussiterationen," ETZ-A, Band 98, pp.611-613, 1977.
- [9] M.G. Singh and A. Titli; "Systems, decomposition, optimization and control" Pergamon, p.79, 1978.
- [10] Sasson, A.M., Trevino, C. Aboytes. F., "Improved Newton's load flow through a minimization technique," IEEE Trans. on P.A.&S., Vol. PAS-90, pp.1974-1981, 1971.

< 附 錄 >

適正 스텝  $a^*$ 의 결정

目的函數  $L(x)$ 가 스텝  $\alpha$ 에 대하여 2次的으로 表現될 수 있다고 가정하면,

$$L(\alpha) = A + B\alpha + C\alpha^2 \tag{17}$$

이 되어, 係數  $A, B$  및  $C$  를 알았을 때,

$$\frac{\partial L(\alpha)}{\partial \alpha} = B + 2C\alpha = 0 \quad (18)$$

로부터

$$\alpha^* = -\frac{B}{2C} \quad (19)$$

인 適正 스텝  $\alpha^*$  을 결정할 수 있다.

目的函數  $L(x)$  를 式 (17) 과 같이 가정하면 그림 7 과 같이 되어 適正 스텝  $\alpha^*$  이 存在하게 된다.

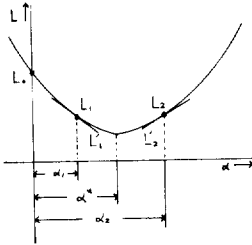


그림 7. 適正 스텝  $\alpha^*$  의 결정  
Fig.7. Optimal step size  $\alpha^*$

係數  $A$  는

$$L(\alpha) |_{\alpha=0} = A \triangleq L_0 \quad (20)$$

로부터 구하게 되지만, 그림 7로부터

$$\frac{\partial L}{\partial \alpha} |_{\alpha=\alpha_1} = B + 2C\alpha_1 \triangleq L_1' < 0 \quad (21)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \alpha} |_{\alpha=\alpha_2} = B + 2C\alpha_2 \triangleq L_2' > 0 \quad (22)$$

인 서로의 기울기가 반대방향인 경우의  $\alpha_1$  과  $\alpha_2$  를 구해서 係數  $B$  와  $C$  를 결정하면,

$$B = \frac{\alpha_2 L_1' - \alpha_1 L_2'}{\alpha_1 - \alpha_2} \quad (25)$$

$$2C = \frac{L_1' - L_2'}{\alpha_1 - \alpha_2} \quad (24)$$

가 되어, 두 式의 관계로부터

$$\alpha^* = \frac{\alpha_1 L_2' - \alpha_2 L_1'}{L_1' - L_2'} \quad (9)$$

인 適正 스텝  $\alpha^*$  을 구하게 된다.

이렇게 하여 결정되는 適正 스텝  $\alpha^*$  는 收斂의 適定에서 安定된 結果를 보여준다.