

<論 文>

一定加速度的 移動荷重이 作用하는 連續보의 振動特性

金 贊 默* · 金 光 植**

(1982年 6月 25日 接受)

Vibration Characteristics of Continuous Beams due to the Moving Loads with Constant Accelerations

Chan Mook Kim and Kwang Sic Kim

Abstract

The vibration characteristics of continuous span periodically supported beams with moving loads are determined theoretically and experimentally.

Moving loads are assumed to travel at constant acceleration with constant magnitude.

Analyses by using the Fourier Transform technique are developed to determine the dynamic performance of moving load interacting with multiple and continuous beam.

Equation of motion for the moving load is non-dimensionalized. Non-dimensional deflection profiles of continuous beam are presented in detail for the single concentrated moving load with constant acceleration.

Experimental moving load and continuous beam models are developed.

The maximum deflections at each midpoints 5, 7, and 9 span beam are measured and their non-dimensional maximum deflections are presented.

The non-dimensional maximum deflection of continuous beam is compared with measured maximum deflection of 9 span beam and found to agree reasonably well.

The deflection of continuous beam due to moving load with acceleration is strongly influenced in the resonance region.

記 號 說 明

a : 보의 斷面積[m²]

$\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}, d$: 無次元係數

b : 보의 單位길이 당 減衰係數[kg·s/m²]

EI : 보의 굽힘剛性係數[kg·m²]

f^* : 單純支持보의 第一次 固有振動數[Hz]

F : 移動荷重[kg]

l_s : 스패의 길이[m]

n : 整數

t : 時間[s]

$T(x, \mu)$: 보의 처짐에 관한 Fourier 變換[m⁴]

$\bar{T}(X, \bar{\mu})$: 보의 처짐에 관한 無次元 Fourier 變換

V_0 : 移動荷重의 初期速度[m/s]

$V_c = \frac{V}{f^* l_s}$: 移動荷重의 無次元速度

$V = V_0 + at$: 時間 t 초일때의 速度[m/s]

x : 보의 橫座標[m]

* 正會員, 國民大學校 機械設計學科

** 正會員, 漢陽大學校 機械工學科

$X = \frac{x}{l_s}$: 無次元 橫座標

y : 보의 처짐 [m]

$y^* = 2Fl_s^3 / (\pi^4 EI)$: 單純支持보의 中央에서 集中荷重 F 로 인한 처짐 [m]

$Y = \frac{y}{y^*}$: 보의 無次元처짐

α : 移動荷重의 加速度 [m/s²]

$\bar{\alpha} = \frac{\alpha}{f^{*2} l_s}$: 移動荷重의 無次元加速度

β : 固有值 $\left(\frac{1}{m}\right)$

$\bar{\beta}$: 無次元固有值

$\delta(x - V_0 t - \frac{1}{2} \alpha t^2)$: Dirac's delta 函數

ξ : 減衰比

μ : 보의 wave 數 $\left(\frac{1}{m}\right)$

$\bar{\mu} = \mu l_s$: 보의 無次元 wave 數

ν : 보의 單位길이당 彈性係數 [kg/m²]

$\bar{\nu} = \frac{\nu l_s^4}{EI\pi^4}$: 보의 單位길이당 無次元彈性係數

ρ : 보의 單位體積當 質量 [kg·s²/m⁴]

$\tau = \frac{V_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2}{l_s}$: 無次元時間

V_0 : 傳播速度 [m/s]

1. 緒 論

移動荷重을 받는 構造物은 철도, 교량, 도로 등으로 부터 잠수함, 우주선 등에 이르기까지 그 종류가 다양하다. 移動荷重이 作用할 때 그 크기와 速度가 基礎構造物에 미치는 영향이 여러가지 假定과 境界條件下에서 다루어지고 있다.

Kenny¹⁾는 로켓의 시험트랙을 모델로 하여 彈性基礎위에 놓인 보에 一定速度의 移動荷重이 通過할 때에 應答의 解析의인 解와 共振狀態에서의 臨界速度를 구하였고 減衰가 있을 때의 처짐에 관한 확대계수도 구하였다.

Steele^{2), 3)}은 彈性基礎가 없이 유한지지된 Bernoulli-Euler 보에 빠른 移動荷重이 作用할 때의 解를 Fourier 적분으로 구하였다. 또한 一定速度의 移動荷重이 반무한길이의 Timoshenko 보에 階段荷重(step load)으로 作用한다고 가정하여 여러가지 移動速度의 범위에서 구한 近似解는 定常解에 가까웠다.

Lin 과 Mc. Daniel⁴⁾은 주기적으로 많은 彈性支持點

을 갖는 Bernoulli-Euler 보에서 주파수 應答매트릭스를 결정하기 위하여 解析의인 방법을 이용하였고 등간격으로 부착된 댐퍼를 갖는系에서 數值解析으로 應答을 구하였다.

Mead⁵⁾는 주기적인 보의 構造物에 Flexural wave groups가 존재함을 발견하여 이것을 무한길이와 유한길이의 構造物에 적용하였다.

Biggers와 Wilson^{6), 7)}은 빠른 移動荷重速度에서 보의 처짐과 굽힘모멘트를 계산하고 TACV(Tracked Air Cushion Vehicle)와 Guideway의 動的인 相互作用에 관한 考察을 하였다.

Meisenholder와 Weidlinger⁸⁾은 고속운송차량인 TLV(Tracked Levitated Vehicle)에서 cable-stayed guideway의 設計와 그 動的인 特性을 연구하였다.

Richardson과 Wormley⁹⁾는 고속운송차량과 Guideway의 設計 및 그 相互關係를 다루었다.

Smith와 Wormley¹⁰⁾는 등간격으로 지지된 연속 Guideway 보에 一定크기의 移動荷重이 一定速度로 作用할 때 Fourier 變換을 이용하여 Guideway 보의 처짐을 動的인擴大係數로서 나타내었고, 共振領域에서의 보의 減衰영향도 考察하였다.

Smith, Gilchrist, Wormley¹¹⁾는 單스펜, 多스펜 또는 連續스펜으로 지지된 構造物과 相互作用하는 차량의 動的인 特性을 解析하고 多스펜에서 共振이 일어나는 運轉條件을 규명하여 合成共振幅을 계산하였다.

Chonan¹²⁾은 軸荷重과 移動荷重을 받고 彈性的으로 지지되어 있는 Timoshenko 보에서의 橫振動에 관한 解를 구하고 軸荷重의 影響을 論하였다.

Hullender¹³⁾, Hedrick¹⁴⁾ 등은 운송차량을 위한 Guideway의 設計 및 建設하는데 있어 그 經費, 所要時間 등의 相互關係와 차량의 승차감에 대하여 考察하였다.

Suzuki(鈴木)¹⁵⁾는 單純보에 一定加速度의 移動荷重이 作用하는 경우 그 應答을 에너지法을 이용하여 구하여 그 影響을 考察하였다.

그리하여 本論文에서는 아직 取扱되지 않은 연속보에서 一定加速度의 移動荷重에 의한 보의 動特性을 다루었다.

지금까지는 單스펜이나 多스펜 Guideway로 研究되었고 최근에는 무한길이 연속보로 研究하고 있다.

연속보에서는 모멘트가 연속적으로 전달되므로 처짐이 적게 일어나서 相當有限보 보다 經濟性이 있다고 평가되고 있다. 그리고 移動荷重의 加速度問題는 定常速度로 運行하기까지 增速되는 過程이나 停止하고자 할 때 減速되는 過程에서 그리고 變速時에 반드시 나

타나는 현상이므로 加速度가 基礎構造物에 미치는 영향을 研究하는 것은 重要하겠다.

보는 등간적으로 연속지지되어 있고 그 境界條件을 만족하는 解를 Fourier 變換을 이용하여 구하였으며 電子計算機(KAIST : CYBER 174)로서 그 數值計算을 하였다.

그 結果 移動荷重의 無次元速度(V_c)가 1.5 이하인 경우(非共振領域)에는 移動荷重의 加速度가 增加하면 보의 처짐은 약간(1.1~3%) 증가하나, $V_c \sim 2.0$ 인 共振領域에서는 크게 變化함을 알았다.

2. 理論解析

一定速度의 移動荷重이 연속보에 作用하는 경우를 Fig. 1 과 같이 나타내고 다음과 같이 가정하여 運動方程式을 구하였다.

1. 보의 材料는 等方性和 均質性を 갖고 應力과 變形率 關係는 線型的이다.
2. Bernoulli-Euler 보로서 剪斷力과 回轉慣性은 무시한다.⁹⁾
3. 減衰는 線型的인 粘性減衰이다.
4. 移動荷重과 보 사이의 마찰력은 무시한다.
5. 보의 支持幅은 스패의 길이에 비하여 매우 작다.

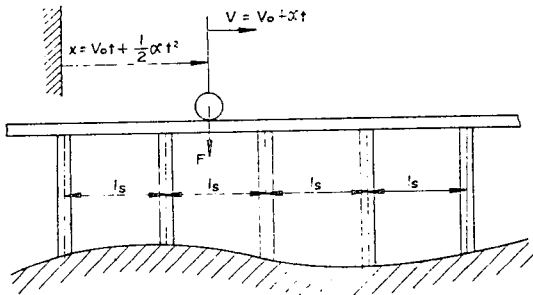


Fig. 1 Continuous periodic span beam traversed by a moving load F.

$$EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + \rho a \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + b \frac{\partial y}{\partial t} + \nu y = F \delta \left(x - \left(V_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2 \right) \right) \quad (1)$$

移動荷重 F 는 集中荷重으로 Dirac's delta function 으로 표시되고 初期速度 V_0 와 加速度 α 로 보 위를 移動한다. 一定한 길이 l_s 의 간격으로 支持되어 있는 보의 境界條件은 式(2)~(4)와 같다.

i) 支持點위의 變位

$$y(pl_s, t) = 0 \quad (2)$$

ii) 支持點 左右에서 기울기

$$y'(pl_s^-, t) = y'(pl_s^+, t) \quad (3)$$

iii) 支持點 左右에서 모우멘트

$$y''(pl_s^-, t) = y''(pl_s^+, t) \quad (4)$$

여기서 () ' 는 x 에 관한 미분이며, 境界條件式 (2)~(4)를 만족하며 式 (6)의 關係를 적용하면 式 (1)의 解는 式 (5)와 같다.

$$y(x, t) = \frac{F}{2\pi EI} \int_{-\infty}^{\infty} T(x, \mu) e^{i\mu(x - V_0 t - \frac{1}{2}\alpha t^2)} d\mu \quad (5)$$

$$\delta(x - V_0 t - \frac{1}{2}\alpha t^2) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\mu(x - V_0 t - \frac{1}{2}\alpha t^2)} d\mu \quad (6)$$

等間隔 연속보에서 Floquet's Principle^{5), 10)}을 이용하면 Fourier 變換式 $T(x, \mu)$ 는 x 축에서 주기적이며 式(7)과 같이 표현된다.

$$T(x + nl_s, \mu) = T(x, \mu) \quad (7)$$

式 (7)을 이용하면 等間隔으로 支持된 연속보의 境界條件式 (2)~(4)는 다음과 같이 된다.

$$T(0, \mu) = T(l_s, \mu) = 0 \quad (8)$$

$$T'(0, \mu) = T'(l_s, \mu) \quad (9)$$

$$T''(0, \mu) = T''(l_s, \mu) \quad (10)$$

위 式의 $T(x, \mu)$ 는 區間 $0 \leq x \leq l_s$ 에서 적용되며 式 (7)의 定義로부터 다른 모든 區間에서도 적용된다.

式 (5), 式 (6)을 式(1)에 대입하여 $T(x, \mu)$ 의 미분방정식을 얻고 이것의 一般解를 구하여 式(8)~(10)을 만족하는 $T(x, \mu)$ 를 구하면 式 (11)과 같다.

$$T(x, \mu) = \frac{1}{(\mu^4 - \beta^4)} \left(\bar{a}(\mu) e^{-i(\mu - \beta)x} + \bar{b}(\mu) e^{-i(\mu + \beta)x} + \bar{c}(\mu) e^{-i(\mu + i\beta)x} + d(\mu) e^{-i(\mu - i\beta)x} + 1 \right) \quad (11)$$

여기서

$$\beta = \left[\frac{\rho a}{EI} \left\{ \mu^2 (V_0 + \alpha t)^2 - \frac{\nu}{\rho a} + i \left\{ \mu a + \frac{b\mu}{\rho a} (V_0 + \alpha t) \right\} \right\} \right]^{\frac{1}{4}} \quad (12)$$

보의 처짐을 無次元函數로 표시하기 위하여 式 (5)와 式 (11)로부터 $Y(x, \tau)$ 를 구하면 式 (13)과 같다.

$$Y(X, \tau) = \frac{1}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \bar{T}(X, \bar{\mu}) e^{-i\bar{\mu}\tau} d\bar{\mu} \quad (13)$$

여기서

$$\bar{T}(X, \bar{\mu}) = \left[\left(\frac{\pi^4}{\bar{\mu}^4 - \bar{\beta}^4} \right) \left\{ \bar{a}(\bar{\mu}) e^{i\bar{\beta}X} + \bar{b}(\bar{\mu}) e^{-i\bar{\beta}X} + \bar{c}(\bar{\mu}) e^{i\bar{\mu}X} + d(\bar{\mu}) e^{-i\bar{\mu}X} \right\} \right] \quad (14)$$

$$\bar{\beta} = \pi \left[\left(\frac{V_c}{2\pi} \right)^2 \bar{\mu}^2 - \bar{\nu} + i \left\{ \frac{1}{(2\pi)^2} \bar{\mu} \bar{a} + \xi \left(\frac{V_c}{\pi} \right) \bar{\mu} \right\} \right]^{\frac{1}{4}} \quad (15)$$

이로 $\bar{a}(\bar{\mu})$, $\bar{b}(\bar{\mu})$, $\bar{c}(\bar{\mu})$, $d(\bar{\mu})$ 는 式 (16)과 같다.

$$\bar{a}(\bar{\mu}) = \frac{-N_1}{D}, \quad \bar{b}(\bar{\mu}) = \frac{-N_2}{D}, \quad \bar{c}(\bar{\mu}) = \frac{-N_3}{D},$$

$$d(\mu) = \frac{-N_4}{D}$$

$$D = N_1 + N_2 + N_3 + N_4 = +2[\sin h \beta l_s (\cos \beta l_s - \cos \mu l_s) - \sin \beta l_s (\cos h \beta l_s - \cos \mu l_s)]$$

$$N_1 = [(\cos \mu l_s - \cos h \beta l_s) \{ \sin \beta l_s + \sin \mu l_s + i(\cos \beta l_s - \cos \mu l_s) \}]$$

$$N_2 = [(\cos \mu l_s - \cos h \beta l_s) \{ \sin \beta l_s - \sin \mu l_s + i(\cos \mu l_s - \cos \beta l_s) \}]$$

$$N_3 = [(\cos \mu l_s - \cos \beta l_s) (e^{-\beta l_s} - \cos \mu l_s - i \sin \mu l_s)]$$

$$N_4 = [(\cos \mu l_s - \cos \beta l_s) (\cos \mu l_s - e^{\beta l_s} + i \sin \mu l_s)]$$

$\bar{T}(x, \rho)$ 는 $0 \leq x \leq 1$ 인 범위에서 定義되며, 移動荷重의 위치를 표시하는 無次元相對變位는 $x - \tau$ 이다. 즉 移動荷重을 중심으로 τ 값은 좌측에서 陽數이며 우측에서는 陰數이고 $-\infty < \tau < +\infty$ 의 값을 취했다.

式 (14)의 $\bar{T}(x, \rho)$ 는 無次元速度 (V_c), 無次元彈性係數 ($\bar{\nu}$), 無次元 wave number (ρ), 減衰比 (ξ), 그리고 無次元加速度 ($\bar{\alpha}$)의 函數이다. 本論文에서는 電子計算機로서 式 (13)의 數值計算을 하였다.

3. 數值解析

式 (13)의 無次元처짐을 數值計算하였을 때 無次元 처짐량 $Y(X, \tau)$ 는 移動荷重이 τ 지점에 있을 때에 X 지점에서의 처짐이 되고 相對變位는 $X - \tau$ 가 된다. 따라서 모든 區間에서 왼쪽 지지점을 기준으로 하여 거리 X 와 移動荷重까지의 거리가 τ 로 정해진다.

本論文에서는 9스팬의 보일 경우 初期速度가 같고 加速度가 다른 移動荷重이 5번째 스패의 지지점과 그 스패의 중앙점을 통과할 때에 보의 모든 지점의 變位를 無次元速度 (V_c)와 無次元加速度 ($\bar{\alpha}$)로 나타내었다.

Simpson의 방법을 이용하여 式 (13)을 계산하였고 이 때에 다음과 같은 값들을 택하였다.

(1) $|\rho|$ 의 값을 15로 하였다. 이것은 $|\rho|$ 를 상당히 큰 값으로 취하였을 때에 최대처짐값의 오차가 1%이 내로 되기 때문이다. 또한 $\Delta \rho = 0.01$ 로 하였는데 이는 $\xi \geq 0.01$ 일 때에 모든 領域에서 최대처짐값의 오차가 1%이내로 되기 때문이다.¹⁰⁾

(2) 加速度가 보의 처짐에 미치는 영향을 알기 위하여 初期速度가 같고 加速度가 $\bar{\alpha} = 0.002$ ($\alpha = 2.46 \text{ m/s}^2$)일 때와 $\bar{\alpha} = 0.008$ ($\alpha = 9.83 \text{ m/s}^2$)일 때의 두 경우를 택하여 그 결과를 비교하였다. (이 때의 큰 α 값은 지구 중력가속도의 크기 정도로 택하였고 작은 값은 이와 비교하기 위한 임의의 값이다)

(3) 지지점 사이의 基礎構造物的 彈性係數는 지지대

에 비하여 매우 작기 때문에 이를 무시하여 $\bar{\nu} = 0$ 로 하였다.

(4) 보의 減衰영향을 알기 위하여 減衰比 ξ 는 0.02와 0.1의 두 값을 택하였다. (이 때의 0.02는 일반적인 콘크리트 構造物的 減衰比이며 0.1은 이와 비교하기 위한 임의의 값이다.

本實驗裝置에서는 $l_s = 0.3 \text{ (m)}$, $EI = 0.6562 \text{ (kg} \cdot \text{m}^2)$ 인 보를 사용하였다. 또한 $\bar{\alpha} = 0.002$ 일 때에 無次元速度 V_c 를 0.25, 1.0, 1.98로 택하면, $\bar{\alpha} = 0.008$ 로 增加될 때에 V_c 는 0.35, 1.02, 2.0으로 增加된다. 그리고 9스팬보의 중앙점에서 V_c 를 1.5로 택하였을 때 一定速度 ($\bar{\alpha} = 0$)와 一定加速度 ($\bar{\alpha} = 0.008$)로 이동하는 상태에서의 보의 처짐을 구하였다.

Fig. 2는 같은 初期速度 4.0m/s로 출발하는 두 개의 移動荷重이 加速度값을 달리하며 ($\bar{\alpha} = 0.002$ 와 $\bar{\alpha} = 0.008$) 제 5스팬 중앙지점을 통과할 때에 보의 각 지점에서의 無次元처짐을 나타낸다. 이 경우 최대처짐은 보의 중앙점에서 일어나며 그 크기는 길이가 l_s 인 단 순보의 정적인 최대처짐의 53.4% ($\bar{\alpha} = 0.002$)와 54.0% ($\bar{\alpha} = 0.008$)로 되었다. 또한 $\bar{\alpha} = 0.008$ 인 경우의 無次元처짐비가 $\bar{\alpha} = 0.002$ 일 때 보다 그 절대값이 1.1~3% 정도 크게 나타났다.

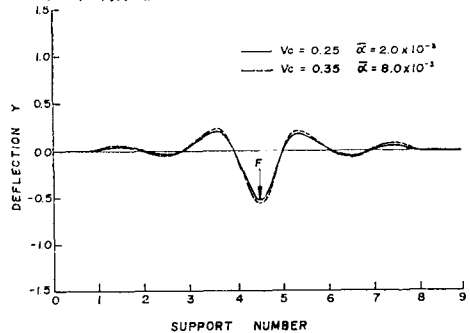


Fig. 2 Dynamic deflection profiles of beam at selected force position for $V_0 = 4.0 \text{ m/s}$ and $\xi = 0.02$.

Fig. 3은 初期速度 19m/s로 출발하는 두 개의 移動荷重이 加速度를 달리하며 ($\bar{\alpha} = 0.002$ 와 $\bar{\alpha} = 0.008$) 제 5스팬 중앙지점을 통과할 때 보 각 지점에서의 無次元처짐을 나타낸다. 이 경우 V_c 값은 1.0과 1.02로 되고 최대처짐은 移動荷重이 있는 지점에서 일어나며 그 처짐비는 單純보의 정적 최대처짐의 65% ($\bar{\alpha} = 0.002$)와 65.8% ($\bar{\alpha} = 0.008$)로 나타낸다. 또한 $\bar{\alpha} = 0.008$ 인 경우의 無次元처짐은 $\bar{\alpha} = 0.002$ 일 때보다 그 절대값은 최대처짐이 일어나는 지점에서는 1.4% 기타 지점에서는 6% 정도가 크다.

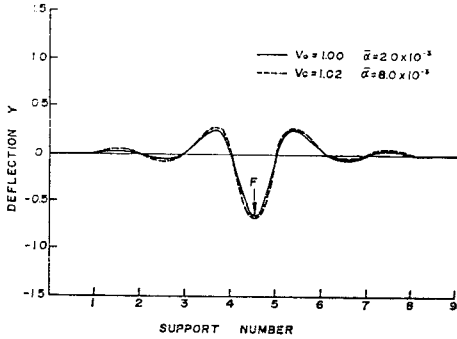


Fig. 3 Dynamic deflection profiles of beam at selected force position for $V_0=19.0\text{m/s}$ and $\xi=0.02$.

Fig. 4는 移動荷重이 제 5스팬의 중앙지점을 一定速度($\bar{\alpha}=0$)로 통과하는 경우와 一定加速度($\bar{\alpha}=0.008$)로 통과할 때 보의 각 지점에서의 無次元처짐을 비교한 것이다. 이 때 제 5스팬의 중앙지점에서 두 移動荷重의 平均速度와 순간 速度는 같게 되며 제 9스팬의 끝 지점까지 걸리는 시간도 같다. 따라서 移動荷重이 제 9스팬의 보위를 一定速度와 一定加速度로 통과할 때에 보의 無次元처짐을 비교하면 이 때의 처짐비는 거의 같으나 一定加速度($\bar{\alpha}=0.008$)로 통과할 때가 一定速度로 통과할 때보다 약 0.4%정도 큼을 알 수 있다.

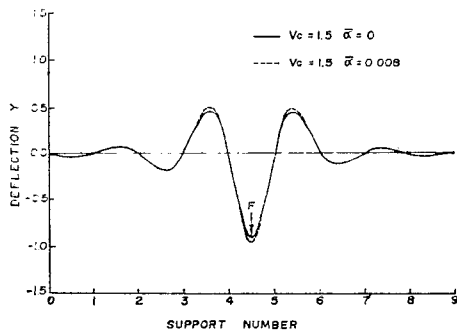


Fig. 4 Dynamic deflection profiles of beam at selected force position for $\xi=0.02$.

Fig. 5는 初期速度 38m/s로 출발하는 두 개의 移動荷重이 加速度를 달리하며 ($\bar{\alpha}=0.002$ 와 $\bar{\alpha}=0.008$) 제 5스팬의 중앙지점을 통과할 때 보의 각 지점에서의 無次元처짐을 나타낸다. 이 경우에 V_c 값은 1.98과 2.0이 되어 共振領域이 되며 최대처짐은 제 6스팬의 중앙지점에서 일어나고 그 값은 單純보의 정적 최대처짐의 1.34배 정도가 된다. 移動荷重의 速度가 보의 最低次傳播速度와 같게 될 때에 이것을 共振領域이라 한

다. 이는 보의 最低次傳播速度 $V_p = \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{\frac{EI}{m}}$ 이고 單純보에서 $f^* = \frac{\pi}{2L^2} \sqrt{\frac{EI}{m}}$, $\lambda=2L$ 이기 때문에 $V_c \approx 2.0^{17)}$ 가 된다. 또한 보의 중앙지점을 지나서 최대처짐이 나타나며 $\bar{\alpha}=0.008$ 인 경우가 $\bar{\alpha}=0.002$ 인 경우보다 3~20%가 減少함을 보여 준다.

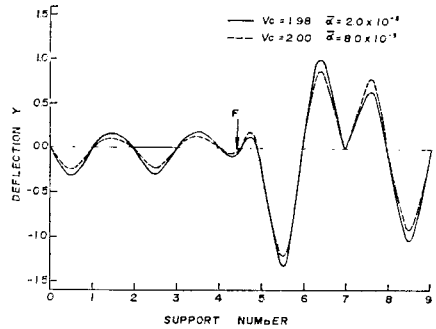


Fig. 5 Dynamic deflection profiles of beam at selected force position for $V_0=38.0\text{m/s}$ and $\xi=0.02$.

Fig. 6에서는 初期速度가 38m/s이고 加速度 $\bar{\alpha}=0.008$ 인 共振領域에서 移動荷重이 제 5스팬의 중앙지점을 통과할 경우 V_c 값은 2.0이 되고 제 6스팬의 중앙지점에서 최대처짐이 일어나며 $\xi=0.1$ 일 때의 값은 $\xi=0.02$ 일 때의 값의 52% 정도로 작게 일어난다. 또한 移動荷重의 앞 지점에서의 처짐이 뒷지점에서의 처짐보다 크게 나타난다.

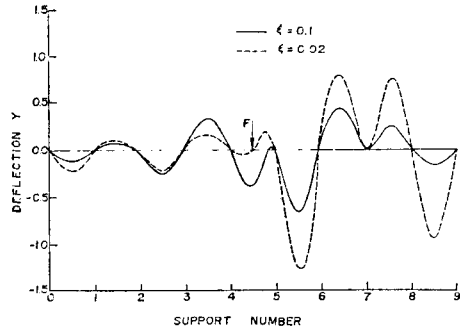


Fig. 6 Dynamic deflection profiles of beam at selected force position for $V_0=38\text{m/s}$ and $\bar{\alpha}=0.008$.

Fig. 7은 移動荷重이 一定加速度($\bar{\alpha}=0.008$)로 제 5스팬의 첫번째 지지점 위를 통과할 때에 V_c 가 각각 0.35, 1.02, 2.0인 조건에서 보의 각 지점의 처짐을 비교한 것이다. $V_c=0.35$ 인 경우는 거의 靜荷重을 받는 경우와 같아서 모든 점에서의 처짐이 대칭을 이루고 무차원처짐은 0.05 이하가 되었다. 그러나 $V_c=2.0$

일 때에는 移動荷重의 뒷 부분인 제 4스팬에서 최대처짐이 일어나며 처짐비는 1.48 정도로 된다.

또한 $V_c < 1.5$ 인 경우에 최대처짐은 移動荷重이 각스팬의 중앙점을 통과할 때에 그 지점에서 일어나고 있으나 共振領域에서는 移動荷重이 지지대 근처를 통과할 때에 최대처짐이 일어남을 알 수 있다.

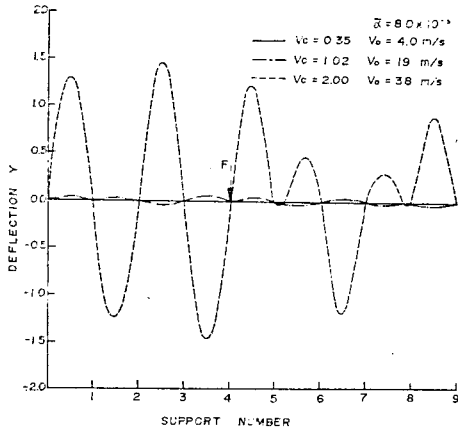


Fig. 7 Dynamic deflection profiles of beam at selected force position for $\xi=0.02$.

한편 移動荷重의 初期速度를 일정하게 하고 加速度 α 를 0.002에서 0.008까지 증가시킬 때의 V_c 값은 약간 증가한다. 그러나 V_c 가 共振領域보다 작은 領域에서는 V_c 의 증가로 인한 無次元처짐의 증가는 微少하며 共振領域에서는 V_c 의 微少增加로 인한 無次元처짐은 대단히 크게 증가 또는 減少함을 알 수 있다. (Fig. 5, Fig. 8)

따라서 共振領域에서 加速度가 처짐에 미치는 영향은 매우 크며 그 이외의 領域에서는 微少한 것을 알 수 있다.

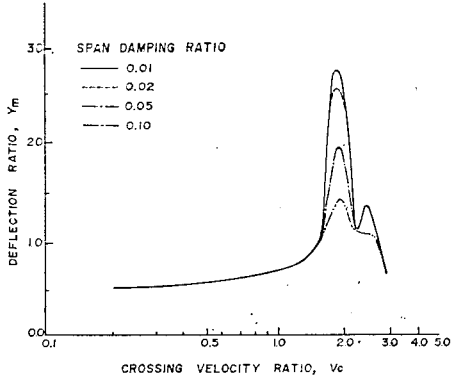


Fig. 8 Maximum midspan deflections excited by a constant traveling force continuous spans with selected damping ratios (Reference 10).

4. 實驗 및 考察

4.1. 實驗裝置

一定加速度의 移動荷重이 연속보 위를 통과할 때의 보에 미치는 영향을 고찰하기 위하여 Fig.9(a)와 같은 實驗裝置를 제작하였다. 實驗에 사용한 보의 종류는 5스팬, 7스팬, 9스팬의 보이며 9스팬의 보를 이론적인 연속보^{10),11)}로 취급하고 實驗을 하였다. 보의 재료는 일반 구조용강이고 보의 단면은 24×2.5 (mm)인 직사각형으로 스패의 길이는 300(mm)로 하였다. 그리고 初期速度를 주기 위하여 같은 모양의 길이 400(mm)의 補助보를 맨 앞에 놓고 移動荷重이 지난 뒤 다른 測定裝置에 영향을 주지 않도록 뒷부분에도 補助보를 두고 격리시켜 실험대 위에서 實驗을 하였다.

移動荷重(2.55kg)은 같은 무게의 두 사각형 단면의 강봉을 축의 양단에 고정하고 그 축에 베어링을 부착하여 만들었다. 이 때에 베어링의 회전으로 移動荷重이 보 위를 移動하고 베어링의 外周은 보와 구름접촉을 하며 移動荷重의 무게중심이 보 위에 있도록 하였다. 그리고 移動荷重과 錘를 나일론실로 연결하여 相互連된 系로 錘의 무게로 移動荷重의 加速度를 변화시켰다. 이 錘의 무게는 각각 0.352(kg), 0.5(kg), 1(kg)의 세 종류로 하였다.

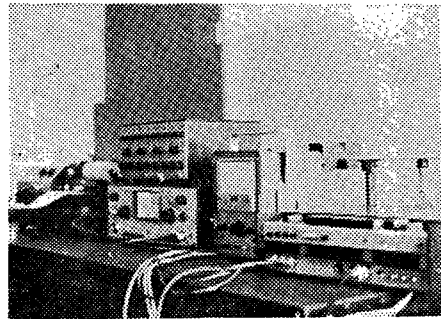


Fig. 9(a) Photograph of the experimental apparatus.

4.2. 實驗方法

보의 각스팬의 중앙점에 加速度計(B&K 4369)를 자석으로 부착하여 初期速度가 있는 경우와 없는 경우로

* 연속보로 취급할 수 있는 적당한 스패의 수는 유한스팬모드 분석으로 결정할 수 있고 이에 의하면 V_c 와 ξ 에 관계한다.

5스팬, 7스팬, 9스팬보에서 共振領域($V_c \approx 2.0$)에서 작은 감쇠비(ξ)에서도 연속보의 처짐과 가장 가까운 값은 9스팬보이다.

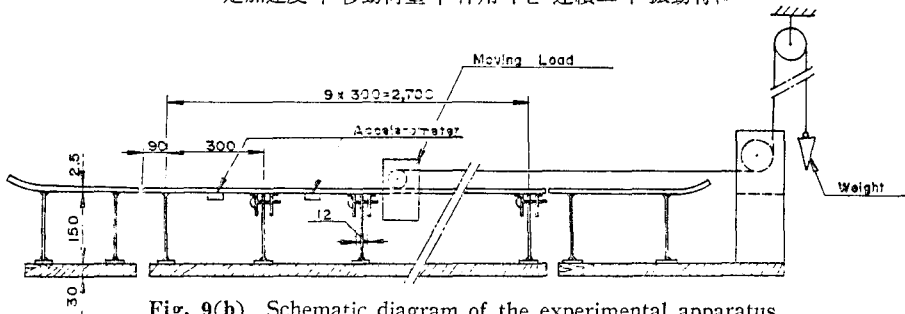


Fig. 9(b) Schematic diagram of the experimental apparatus.

나누어 實驗하였다. Fig. 10에서 보는 바와 같이 각 스패의 중앙지점에 부착한 加速度計로 부터 檢出한 값을 preamplifier (B & K 2626)에서 増幅시킨 후 Vibration meter (EMIC 505-D)에서 變位를 測定하였다. 또한 加速度計로부터 conditioning amplifier(B & K 2635) 통하여 Tape recorder (B & K 7003)에 기록하고 Frequency analyzer (B & K 2031)에서 波의 振動數와 上下 加速度도 分析하였다.

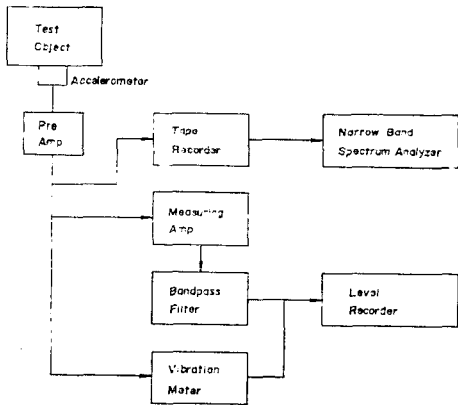


Fig. 10 Block diagram of measuring apparatus.

4.3. 實驗結果 및 考察

Fig. 11은 5스팬의 보에서 각 스패의 중앙지점의 처짐을 그린 그래프이다. 이 때에 移動荷重의 加速度는 $1.2(m/s^2)$ 이고 初期速度는 零과 $0.93(m/s)$ 이다. (y^* 는 한 스패를 單純支持보로 하였을 때 波의 중앙지점에서의 靜的처짐으로 $2.20(mm)$ 이다.) 그래프에서 보는 바와 같이 初期速度가 $0.93(m/s)$ 일 때가 零일 때보다 모든 스패에서 처짐이 크게 나타난다. 또한 移動荷重의 원적인 지지대를 출발하여 다섯번째 지지대에 가까울수록 각 스패의 중앙점에서 移動荷重의 速度는 增加하며 그 때의 처짐도 增加함을 알 수 있었다.

Fig. 12는 7스팬의 보에서 각 스패의 중앙지점의 처짐을 그린 그래프이다. 이 때에 移動荷重의 加速度

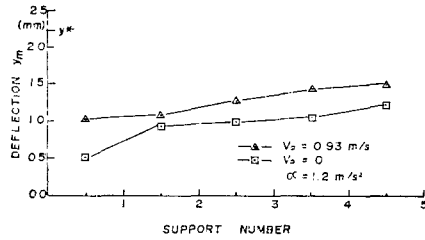


Fig. 11 Deflection at each midpoint of 5 span beam.

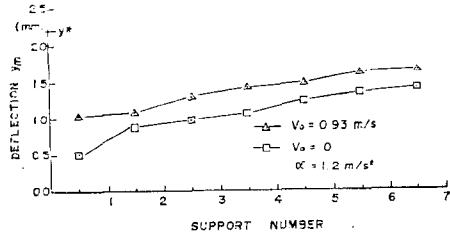


Fig. 12 Deflections at each midpoint of 7 span beam.

는 $1.2(m/s^2)$ 이고 初期速度는 零과 $0.93(m/s)$ 로 하였다. 이 그래프에서도 移動荷重의 速度가 增加하면 波의 처짐도 增加함을 볼 수 있다.

Fig. 13은 初期速度가 零이고 移動荷重의 加速度가 $1.6(m/s^2)$ 일 때에 5스팬의 보와 7스팬의 보 그리고 9스팬의 보에서 각 스패의 중앙지점에서의 처짐을 그린 그래프이다. 이 그래프에서도 移動荷重의 初期速度가 커지면 波의 처짐도 커지고, 세 보 중에서 9스팬의 보가 모든 지점에서의 처짐이 가장 작음을 알 수

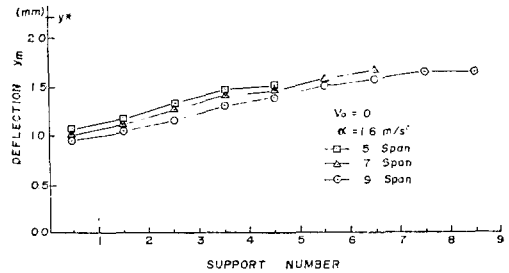


Fig. 13 Comparison of deflections at each midpoint of 5, 7, and 9 span beam.

있었다.

그리고 Fig. 13 과 같은 조건의 9 스펀의 보와 중앙 지점(4.5L 지점)에서 이론값의 無次元처짐비는 0.54 이었고 實驗에서 구한 無次元처짐비는 0.63 으로 實驗값이 이론값보다 크게 나타났다. 이 원인은 加速度計를 자석으로 부착하였을 때에 그 무게(62g)와 移動荷重으로 인한 附加質量的 효과로 생각한다.

5. 結 論

初期速度가 같고 一定加速度로 移動하는 荷重이 연속보위를 통과할 때에 移動荷重의 加速度의 크기가 보에 미치는 영향과 같은 거리를 같은 시간에 一定速度와 一定加速度로 통과하는 경우에 移動荷重의 加速度가 보에 미치는 영향을 無次元처짐비로 비교하였고 數値解析의 理論값과 實驗값을 비교하여 다음과 같은 結論을 얻었다.

1. V_c 가 共振領域보다 작은 領域(非共振領域)에서는 加速度가 增加하면 V_c 값도 增加하고 처짐비도 약간 增加한다.
2. $V_c \approx 2.0$ 인 共振領域에서는 加速度가 增加하면 V_c 가 微少 增加하고 그 때의 처짐비는 크게 變化함을 알았다.
3. 移動荷重이 같은 거리를 一定速度와 一定加速度로 같은 시간에 통과할 때에 보의 처짐은 거의 변화가 없었다.
4. 本 研究에서 처짐비의 理論값과 實驗값의 차이는 보의 중앙지점에 부착한 측정장치의 무게와 移動荷重으로 인한 附加質量的 효과로 생각한다.

References

- 1) Kenney, J.T., Jr., "Steady-State Vibrations of Beam on Elastic Foundation for Moving Load", Journal of Applied Mechanics, Dec. 1954.
- 2) Steele, C.R., "The Finite Beam with a Moving Load", TRANS. ASME, Vol. 89, Series E. Mar. 1967.
- 3) Steele, C.R., "The Timoshenko Beam with a Moving Load", TRANS. ASME, Vol. 90, Series E, Sep. 1968.
- 4) Lin, Y.K., and McDaniel, T.J., "Dynamics of Beam Type Periodic Structures" TRANS. ASME, Vol. 91, Series B, 1969
- 5) Mead, D.J., "Vibration Response and Wave Propagation in Periodic Structures", TRANS. ASME, Vol. 93, Series B, 1971.
- 6) Biggers, S.B., and Wilson, J.F., "Dynamic Interaction of High Speed Tracked Air Cushion Vehicles with their Guide ways", TRANS. ASME, Series G, Vol. 95, Mar. 1973
- 7) Biggers, S.B., "Guidway Camber and Three-Stage Passive Suspension for Improved Tracked Air Cushion Vehicle Ride Quality", TRANS. ASME, Series G, Vol. 95, Mar. 1973.
- 8) Meisenholder, S.G., "Dynamic Interaction Aspects of Cable-Stayed Guideways for High-speed Ground Transportation", TRANS. ASME. Series G, Vol. 96, June, 1974.
- 9) Richardson, H.H., "Transportation Vehicle/Beam-Elevated Guideway Dynamic Interactions; A State-of-the-Art Review", TRANS. ASME, Series G, Vol. 96, June, 1974.
- 10) Smith, C.C., and Wormley, D.N., "Response of continuous periodically Supported Guideway Beam to Travelling Vehicle Load", TRANS, ASME, Series G, Vol. 97, Mar. 1975.
- 11) Smith, C.C., Gilchrist, A.J., and Wormley, D.N., "Multiple and Continuous Span Elevated Guideway-Vehicle Dynamic Performance", TRANS. ASME, Series G, Vol. 97, Mar. 1975.
- 12) Chonan, C., "The Elastically Supported Timoshenko Beam Subjected to An Axial Force and A Moving Load", International Journal of Mechanical Sciences, Vol. 17, pp. 573~581, 1975.
- 13) Hullender, D.A., "Analytical Models for Certain Guideway Irregularities", TRANS. ASME, Series G, Vol. 97, Dec. 1975.
- 14) Hedrick, T.K., Ravera, R.J., and Anderes, J.R., "The Effect of Elevated Guideway Construction Tolerances on Vehicle Ride Quality", TRANS. ASME, Series G, Vol. 97, Dec. 1975.
- 15) Suzuki, S.I., "Dynamic Behaviour of a Finite Beam Subjected to Travelling Loads with Acceleration." Journal of Sound and Vibration, 55(1), pp. 65~70, 1977.
- 16) Meirovitch, L., "Analytical Methods in Vibrations", Macmillan Company, pp. 126~165, pp. 328~398, 1971.