

<論 文>

工作機械構造의 動的 解析 및 最適化

韓 圭 煥* · 李 長 茂**

(1982年 8月 6日 接受)

Dynamic Analysis and Optimization of a Machine Tool Structure

Kyu Hwan Han and Jang Moo Lee

Abstract

It is necessary that machine tool structures should be designed so that they will cause a minimum chance of machining chatter.

In order to do this, a computer program package is developed utilizing Finite Element Method, modal flexibility and energy balance method. Validity of the program package is verified through computer simulation analysis and impulse test of a simplified machine tool structure.

1. 緒 論

工作機械의 精密度와 生産性を 높이기 위하여는 주어진 작동조건하에서 振動이 최소가 되도록 設計하여야 한다. 즉 주어진 外力에 의한 機械의 主要部分의 動的變位가 최소가 되도록 材質과 形狀이 決定되고 設計되어야 한다.

현재 機械의 動特性을 향상시키기 위하여는 SAPV (Structural Analysis Program V)와 같은 有限要素프로그램 패키지¹⁾를 이용하며, 임의로 材質과 形狀을 바꾸면서 動特性을 규명하여 시행착오적(trial and error)으로 최적화된 機械形狀을 決定하는 것이 보통이다. 그러나 이러한 방법은 最適解를 얻기까지 막대한 計算時間이 所要되는 短點이 있다. 行列振動解析이나 有限要素法에 의한 動的 構造解析에 있어서, 質量 및 形狀과 같은 系の 파라메터(parameter)들은 質量 行列, 剛性 行列, 減衰 行列 또는 運動에너지, 位置에너지, 減

衰에너지로 置換된다. 本 研究에서는 전체 기체의 各部分(substructure)에서 에너지 分布들을 계산하고^{2,3,6)} 이를 基礎로 다음의 修正 方向을 결정하여 有限要素解析을 漸次的(iteratively)으로 수행하는 最適化—有限要素 解析을 시도하였다.

2. 工作機械의 動的 最適化 解析 理論

工作機械에서 발생하는 再生 chatter)의 安定限界切削幅은 다음과 같다.

$$b_{lim} = \frac{1}{2\{-Re[G(j\omega)]\}_{max} \cdot k_d} \quad (1)$$

여기서 $\{-Re[G(j\omega)]\}_{max}$ 은 컴플라이언스(compliance), $\left(\frac{X_c}{F_c}\right)$ 의 最大負의 實數部를 의미하며 k_d 는 動的 比切削 抵抗이다.

切削點에 作用하는 切削力의 변동진폭 F_c 에 대해 切削表面에 수직인 方向의 工具—工作物간의 상대변위 진폭 X_c 에 대한 m 번째 모우드(mode)의 컴플라이언스는^{2,3)}

$$\left(\frac{X_c}{F_c}\right)_m = \pi \cdot \sin \beta \cdot \frac{X_s \cdot X_c}{D_{Am}} = \pi \cdot \sin \beta \cdot \frac{f_m}{\delta_{Am}} \quad (2)$$

* 正會員, 大韓重機工業株式會社

** 正會員, 서울大學校 機械設計學科

로 주어진다. 여기서 β 는 外力 F_o 에 대한 變位 X_o 의 位相 지연이다. 또한 X_o 는 結合力 F_o 의 方向의 工具 工作物 간의 상대변위 진폭, D_{im} 은 한 사이클당 消散 되는 총 에너지, δ_{im} 은 全體 시스템이 m 번째 固有振動에서 가지는 對數 감쇄율이다. 式 (2)에서 모우달 플렉시빌리티(modal flexibility) f_m 을 감소시키고 δ_{im} 을 증가시키면 $(\frac{X_o}{F_o})_m$ 은 작아지고 이때 b_{lim} 은 증가하게 된다. 모우달 플렉시 f_m 과 정적 컴플라이언스(static compliance) f_{st} 의 관계는

$$\sum_{m=1}^{\infty} f_m/f_{st} = 1.0 \quad (3)$$

로 주어지며 이식으로부터 모든 모우드에 대한 f_m 을 比較하여 어떤 모우드가 軸터에 가장 큰 영향을 미치는가를 판단한 後 구체적으로 構造中の 어떤 部分에 어떠한 修正을 加하는 것이 좋은가를 알 필요가 있다. 그러기 위해서는 대상이 되는 固有 모우드에 대해서 각 서브시스템이 갖는 에너지 分布에 대해서 검토할 필요가 있다. 지금 각 部分 構造(subsystem)의 운동 에너지, 위치에너지를 각각 T_{im} , V_{im} 이다 하면 全體 構造가 갖는 에너지는

$$T_{Am} = \sum_i T_{im} \quad (4)$$

$$V_{Am} = \sum_i V_{im} \quad (5)$$

로 주어진다. 또한 m 次 고유진동 모우드에 있어서 部分 構造內의 全節點의 各 운동방향의 變位振幅을 $\{X_m\}$ 이라 하면 部分 構造가 갖는 最大 위치에너지 몇 운동 에너지는 다음과 같다.

$$V_{im} = \frac{1}{2} \{X_{im}\}^T [K_i] \{X_{im}\} \quad (6)$$

$$T_{im} = \frac{1}{2} (2\pi\omega_n)^2 \{X_{im}\}^T [M_i] \{X_{im}\} \quad (7)$$

한편 모우달 플렉시빌리티를 式 (2)를 이용하여 다시 表示하면

$$f_m = \frac{X_o \cdot X_o}{2V_{Am}} \quad (8)$$

으로 되며 系의 剛성과 質量 配置에 依存하는 것을 알 수 있다. 여기서 기계 구조가 해야 할 機能에서 보아 중요한 변동력의 作用點과 또한 중요한 振動變位の 측정점을 選定하여 兩者에 의해서 定義된 모우달 플렉시빌리티 f_m 을 주요한 몇 개의 固有 모우드에 대해서 比較한다. f_m 이 큰 고유 모우드에 대하여는 그 값을 낮추도록 設計 變更을 행한다. 즉 系內의 에너지 分布를 구해 위치에너지가 集中된 部分의 질량을 줄여 系內의 에너지가 均등하게 分布되도록 설계변경을 반복해서 행함으로써 큰 f_m 값을 낮추고 따라서 정적 컴플라이언스

를 가능한한 많은 固有 모우드로 均등하게 分配한다. 다음에 최대 위치에너지가 큰 部分에 減衰能이 큰 材料 또는 結合 節點을 配置시켜 對數 減衰率을 效果的으로 높이는 등의 設計 變更을 행하여야 한다.

3. 數學的 모델의 數值解析

3.1. 數值解析 프로그램

工作機械와 같이 복잡한 機械의 動的 構造解析은 SAP과 같은 一般의인 有限要素 프로그램을 利用하는 것보다 集中質量法(lumped mass beam method), 要素 分布質量法(distributed mass beam method), 有限要素法(finite element method) 등을^{5,6)} 混用하여 새로운 프로그램을 構成하여 使用하는 것이 便利하다. 即 工作機械를 構成하는 部分中 커터(cutter)나 工作物, 軸等は 集中質量 모델로 해석하는 것이 經濟적이고 主軸, 回轉軸, 베이블 등은 分布質量 要素로 解析하는 것이 理想的이다. 한편 기어 박스, 칼럼, 베드 등은 有限要素를 利用하는 것이 바람직하다. 本 研究에서는 工作機械 구조를

1) 節點에 集中質量이나 集中剛성이 있는 모델,

2) 연속체를 假定모우드法(assumed mode method)에 의하여 불연속系(discrete system)로 변환시켜 $[K]$ 와 $[M]$ 을 구성하는 모델,

3) 4角形 板要素에 의한 有限要素 모델의 3가지로 나누고, 각각의 $[K]$ 와 $[M]$ 을 合成하여 固有振動數와 固有모우드를 구하는 프로그램을 개발하였다. 本 研究에서 수치해석에 使用된 副프로그램(subprogram)의 명칭 및 기능은 Table 1과 같다.

3.2. 數學的 모델의 選定

數學的 모델로서 베드形 밀링을 選定하였으며 실제에 가장 가깝게 단순화한 것을 Fig. 1에 보였다. 그러나 最適化가 同時에 수행되어야 하는 관계로 計算時間이 상당히 所要되어 우선 일차적으로 Fig. 2와 같이 단순화하여 最適化—有限要素解析을 수행하였다. 모델의 材質은 SS 41 鋼板을 사용하였고 두께는 3.2 mm 이었다.

3.3. 數值解析 結果

Fig. 2의 數學的 모델에서 처음에는 要素 24의 보강판이 없는 것에 대하여, 固有振動數와 各 모우드에서 Fig. 2의 A點과 B點간의 모우달 플렉시빌리티를

Table 1 Function of the subprograms.

No.	Function of the subprogram	Name
1	To obtain the element mass matrix $[M]^e$ and the element stiffness matrix $[K]^e$	ELEMNT
2	Coordinate transformation of $[K]^e$ and $[M]^e$ into the system coordinates	
3	To assemble $[K]^e$ and $[M]^e$, and construct $[K]$ and $[M]$ of the system $[K]\{X\}=\lambda[M]\{X\}$	SYSTEM
4	Tridiagonalization of the matrix $[M]$ by Householder method $\rightarrow [M^*]$	EIGEN
5	To solve the eigenvalue of $[M^*]$ by bisection method and Sturm sequence	
6	To obtain the eigenvector $\{u^*\}$ and the modal matrix $[U^*]$ of the tridiagonal matrix $[M^*]$	EVCTR
7	To transform $\{u^*\}$ into the eigenvector $\{u\}$ of th original matrix $[M]$	
8	To transform the matrix $[M]$ into unit matrix $[I]$ $[K]\{X\}=\lambda[M]\{X\} \rightarrow [K']\{X'\}=\lambda\{X'\}$	INVERS
9	Tridiagonalization of the matrix $[K'] \rightarrow$ to solve the eigenvalue, and then the eigenvector	INVERS to EIGEN
10	To print out the eigenvalues & eigenvectors	PRINT
11	1. To calculate the potential energy & kinetic energy of the substructures 2. To calculate the modal flexibilities	ENERGY

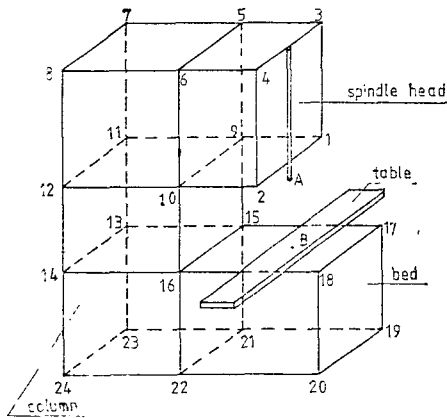


Fig. 1 Mathematical model of milling M/C.

求한 결과는 Table 2 및 Table 3과 같다. 또한 이 때의 部分構造 A, B, C에 대한 位置에너지 및 運動에너지의 分布는 Table 4와 같다. 에너지分布를 살펴보면 位置에너지는 部分構造 C에 가장 많이 分布되어 있고 運動에너지도 C에 가장 많이 分布되어 있는 것을 알 수 있다. 이제 제 1차 모우드에서의 모우달 플렉시빌리티를 낮추기 위하여 部分構造 C에 要素 24의 보강

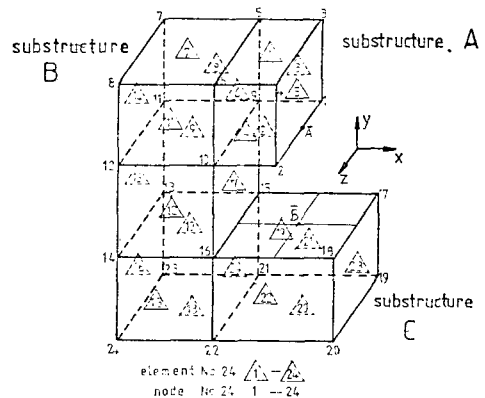


Fig. 2 Modified mathematical model.

Table 2 Natural frequency before and after revision.

Mode No.	Before revision	After revision
1st mode	203 Hz	208 Hz
2nd mode	206 Hz	220 Hz
3rd mode	257 Hz	257 Hz
4th mode	285 Hz	388 Hz

Table 3 Modal flexibilities before and after revision.

Mode No.	YZ-plane		ZX-plane		XY-plane	
	Before revision	After revision	Before revision	After revision	Before revision	After revision
1st mode	0.6299 E-10	0.2874 E-10	0.4552 E-09	0.3862 E-09	0.4966 E-10	0.1393 E-09
2nd mode	0.2901 E-09	0.1047 E-09	0.4241 E-08	0.6953 E-09	0.2321 E-10	0.4555 E-10

Table 4 Energy distribution before and after revision.

Mode No.	Substructure No.	Potential energy (%)		Kinetic energy (%)	
		Before	After	Before	After
1st mode	A	0.18243	0.98098	0.18520	0.98720
	B	0.38388	0.01452	0.04193	0.00858
	C	0.43368	0.00450	0.77286	0.00422
	Total	1.0	1.0	1.0	1.0
2nd mode	A	0.77348	0.01771	0.79738	0.01256
	B	0.11648	0.38332	0.02028	0.04118
	C	0.11004	0.59897	0.18233	0.94626
	Total	1.0	1.0	1.0	1.0

Table 5 Characteristics of computed modeshape after revision.

Mode No.	Natural frequency	Characteristics of mode shape
1st mode	208Hz	1. Z-direction translation 2. Rotation about X-axis
2nd mode	220Hz	1. Z-direction translation 2. Rotation about Y-axis
3rd mode	257Hz	1. X-, Z-direction translation 2. Rotation about Y-axis
4th mode	388Hz	1. X-direction translation 2. Rotation about Y-axis

판을 부착하여 강성을 증가시키는 것을 생각할 수 있다. 보강후 部分構造 C의 강성은 Table 4에서 볼 수 있듯이 현저히 증가되었고 A點과 B點간의 모우달플렉시빌리티도 Table 3과 같이 YZ平面과 ZX平面에 대하여 크게 向上되었다. XY平面에 대하여는 오히려 모우달 플렉시빌리티가 다소 높아졌는데 이것은 보강

판의 부착방향에 기인한 것으로 생각된다. 따라서 원하는 方向에서 모우달플렉시빌리티를 減少시키고 따라서 共振發生의 限界切削幅을 증가시키기 위하여는 보강판을 부착할 때에 適切한 部分構造에 適切한 方向으로 부착하여야만 效果를 얻을 수 있다는 것을 알 수 있다. 보강後 전체 構造의 固有振動數와 固有모우드는 Table 2, Table 5, Fig. 3, Fig. 4 및 Fig. 5와 같다.

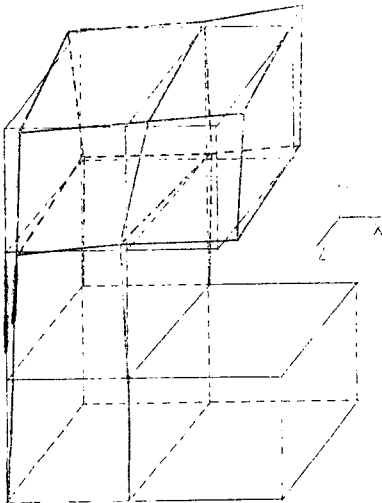


Fig. 3 1st mode shape at frequency 208Hz.

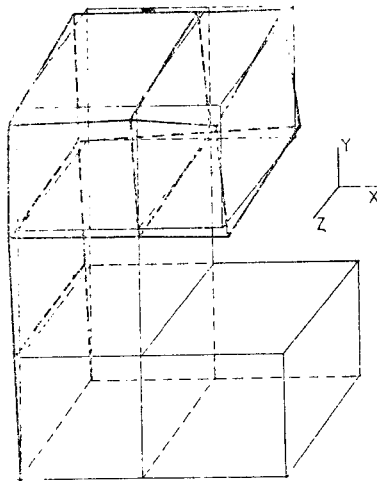


Fig. 4 2nd mode shape at frequency 220Hz.

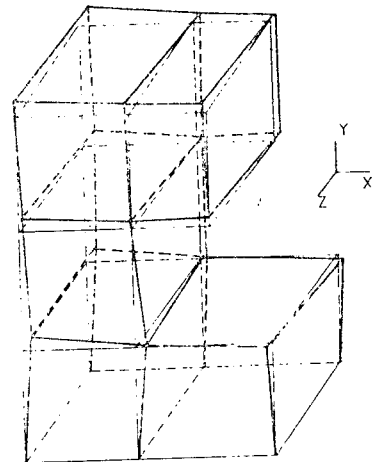


Fig. 5 3rd mode shape at frequency 257Hz.

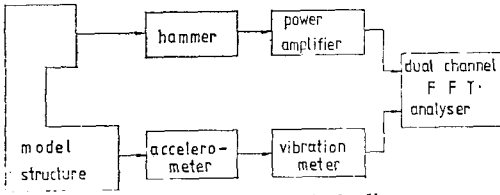


Fig. 6 Impulse test block diagram.

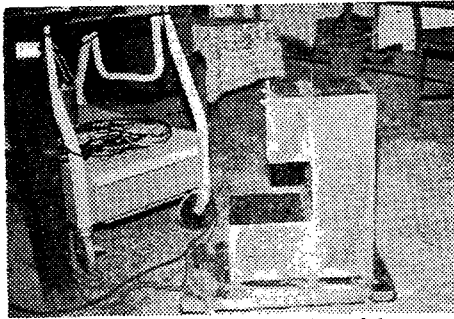


Fig. 7 Experimental model.

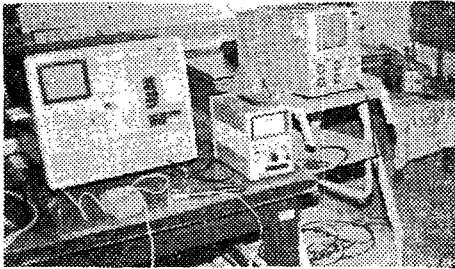


Fig. 8 Instruments for impulse test.

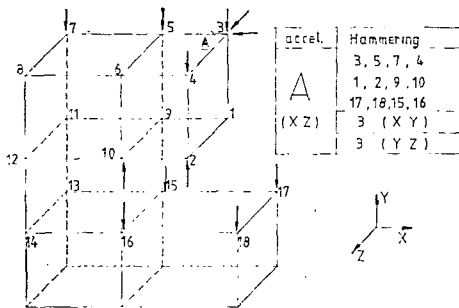


Fig. 9 Hammering in XZ-plane. Accelerometer "A".

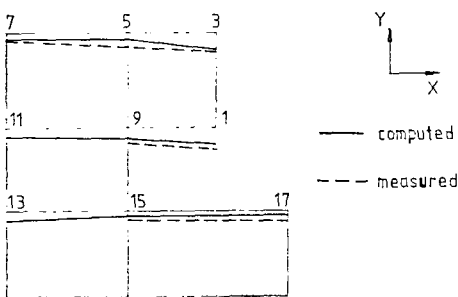


Fig. 10 Computed and measured mode shapes at 1st mode.

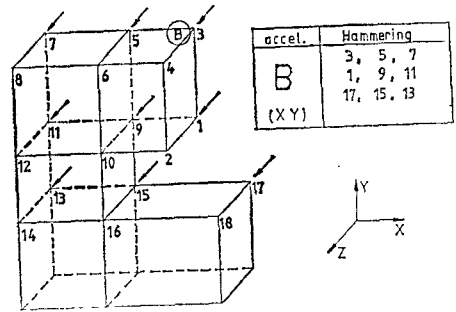


Fig. 11 Hammering in XY-plane. Accelerometer "B".

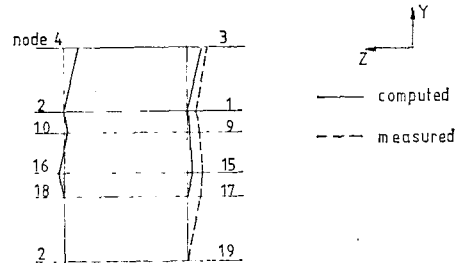


Fig. 12 Computed and measured mode shapes at 1st mode.

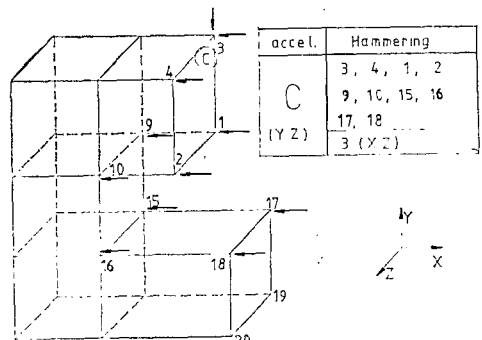


Fig. 13 Hammering in YZ-plane. Accelerometer "C".

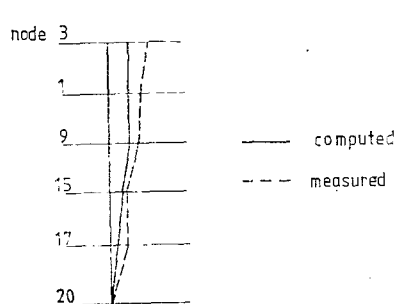


Fig. 14 Computed and measured mode shapes at 1st mode.

4.2. 實驗結果의 考察

모델 構造物의 모든 固有振動數와 固有모우드를 구하

기 위하여 Fig. 9, Fig. 11 및 Fig. 13에 보인 바와 같이 節點 3에 加速度計를 부착한 後 各 節點을 로드셀(load cell)이 부착된 충격해머로 타격하여 3點과 各點간의 傳達函數를 求한 後 이들로부터 Table 6의 固有振動數와 Fig. 10, Fig. 12 및 Fig. 14의 固有모우드를 求하였다. 代表的인 傳達函數의 형태는 Fig. 15와 같다. 測定된 固有振動數는 1次모우드에서 약간의 差異를 보이고 있으나 이것은 支持台의 質量이 강체로 간주될만큼 충분히 크지 못한데 기인하였다고 생각된다. 또한 計算된 固有振動數와 測定된 固有振動數가 실제로 같은 모우드인가를 확인하기 위하여는 固有모우드 形상을 比較하여야 하는데 Fig. 10, Fig. 12 및 Fig. 14에서 볼 수 있드시 理論値와 實驗値는 形상이 거의 一致하고 있는 것을 알 수 있다.

Table 6 Comparison of natural frequency.

Mode No.	Measured frequency(Hz)	Computed frequency(Hz)
1st mode	175—187	208
2nd mode	225—232	220
3rd mode	277—285	257
4th mode	365—389	388

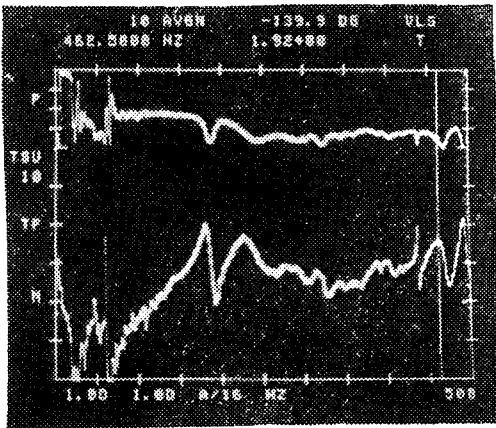


Fig. 15 Transfer function at point 5 (accelerometer position "A").

5. 結 論

工作機械의 動的 性能을 向上시키기 위하여 모우드플렉시빌리티 및 에너지 分布를 응용한 最適化-有限

要素 프로그램을 개발하여 밀링 공작기계 모델 구조물에 적용한 結果 工作機械 構造物의 動特性 改善을 效率的으로 수행할 수 있음을 알았다. 即 모우드플렉시빌리티 이론으로부터 어떤 모우드가 再生 채터에 가장 影響을 미치는가를 찾아낸 後 그 모우드에서 各 部分 構造가 가지는 運動 및 位置에너지를 求하여 어느 部分 構造를 어떻게 變更할 것인가를 決定하면 반복적方法(iterative method)으로 改善할 수 있다.

後 記

이 研究는 1981年 및 1982年 韓國科學財團 研究費의 補助로 이루어진 것임을 밝히며 關係者에 감사한다.

References

- 1) 佐藤壽芳, "簿板による工作機械 構造의 振動特性計算 프로그램", JSME 研究協力部會發行 RC-SC20 研究成果報告, 1974.
- 2) Mastaka Yoshimura, "Analysis and Optimisation of Structural Dynamics of Machine Tools by a Synthesis of Dynamic Rigidity Program System", 16th MTDR Conf., 1976.
- 3) Masataka Yoshimura, "Study on Optimum Design of Machine Structures with Respect to Dynamic Characteristics", Bulletin of JSME, Vol, 20, No. 145, July, 1977.
- 4) Mario Paz, Structural Dynamics, Theory and Computation, Van Nostrand Reinhold Co., 1979.
- 5) Zienkiewicz, O.C., The Finite Element Method, 3rd. Ed., McGraw-Hill, London, 1975.
- 6) 星鐵太郎, "びりり 振動 解析 と 對策", 工業調査會, 1978.
- 7) 許승진, "공작기계의 再生 力率 진동에 의한 채터의 해석과 안정성판별", 서울대학교 석사학위 논문, 1981.
- 8) Tse, F.S., Morse, I.E, Hinkle, R.T., Mechanical Vibrations, Theory and Applications, 2nd Ed., Ally and Bacon, Boston, 1978.
- 9) Klaus-Jurgen Bathe, Edward L. Wilson, Numerical Methods in Finite Element Analysis, Prentice-Hall Inc., 1976.