

Nucleation Theory

郭 豪 榮

〈中央大 工大 機械工學科 · 工博〉

1. 서 론

상태변화에 따른 여러가지 문제는 과학이나 공학의 여러분야¹⁾ 즉 기계공학, 기상학, 물리학, 금속공학, 화학 및 천문학, 항공학등에서 일어난다. 일상생활 중에서 흔히 볼 수 있는 상태변환의 예로는 수증기들이 냉장고에서 갓끄낸 쥬스통의 표면에서 물방울로 변한다거나 청량음료수를 컵에 따를 때 그속에 있던 가스들이 모여 기포를 형성하는 일등이다.

일반적으로 이러한 상태변화는 3개의 단계로 구분할 수 있다. 첫번째의 단계는 온도, 압력, 응력등 화학 또는 물리적 외부조건의 변화의 결과로 기인되는 과포화상태에로의 발전이다. 그 다음의 단계는 이러한 과포화상태 내에서 새로운 상태의 핵(nucleus)의 형성이다. 이 핵은 새로운 상태의 모체(embryo)라 할 수 있다. 세번째의 단계는 이러한 새로운 상태의 핵이 거시적인 형태로 커나가는 과정이라 할 수 있다. Nucleation theory 라 함은 위에 기술한 상태변화의 단계에 관한 열역학적 또는 통계역학적인 면에서의 고찰이라 할 수 있다.

본 해설에서는 nucleation 현상의 한 예로 과포화상태에 있는 증기(vapor)의 응축과정(condensation)을 중심으로 설명하고자 한다. 제 2절에서는 nucleation 현상의 예와 그 응용에 대해서 설명하기로 하고 제 3절에서는 열역학적인 면에

서 제 4절은 운동론적인 면에서 제 5절은 nucleation theory 의 문제점에 관해 고찰해 보려 한다.

2. Nucleation 현상의 예들과 그 응용

Nucleation 현상의 비근한 예로는 응축(condensation)이나 기화(evaporation) 현상, 용액이나 고체내에서의 기포의 형성, 그리고 용액내에서의 결정의 형성 등을 들 수 있다. 이러한 상태변화의 현상이 계의 내부에서 일어날 때 homogeneous nucleation 이라고, 이 물질의 표면이나 불순물(dust particle)에 의하여 일어 날 때 heterogeneous nucleation 이라고 한다. 우리가 일상생활에서 흔히 볼 수 있는 것은 후자의 예이다.

응축이나 기화현상은 지구를 둘러싼 대기 중에서²⁾ 끊임없이 일어나는 현상중의 하나이다. 구름의 형성이라든가 빗방울의 모체인 액적의(droplet)의 형성등은 좋은 예이다. 더군다나 대기현상이 대부분의 경우 난류현상을 동반하기 때문에 온도와 압력등 외부조건의 요동(fluctuation) 중에 일어나는 응축이나 기화현상³⁾의 이해는 기상학에서 큰 과제중의 하나이다. 또한 액적의 성장이나 기화현상에 관한 연구는 환경공학, 일상생활이나 군사적인 목적에 매우 중요한 aerosol sciences⁴⁾에 필요불가결한 과제이다. 응축이나

Nucleation Theory ◎

기화현상이 화학공정의 제 분야에 응용되고 있음을 또한 잘 아는 사실이다.

용액이나 고체의 내부에서 발생하는 기포에는 증기로 된 기포와 가스로 형성된 기포가 있다. 액체의 온도를 높였을 때 발생하는 비등 현상(boiling)은 증기로 된 기포의 전형적인 예이다. 이 비등현상의 응용으로는 원자로에서의 안정성 문제³⁾ 열전달 문제⁶⁾ 그리고 물이 고온인 금속 용액과 접촉되었을 때 일어나는 증기폭발⁷⁾ 등을 들 수 있다. 증기로 된 기포의 발생은 부압력(negative pressure)⁸⁾인 상태에서도 일어나는데 이 현상을 cavitation⁹⁾이라 부른다. 이 현상은 vortex core에서 혹은 초음파를 액체내에서 작동시켰을 때 액체내의 어떤 부분의 압력이 액체의 증기압 이하로 내려갔을 때 발생하는 것이다. 이 cavitation 현상은 양압력(positive pressure) 하에서 일어나는 비등 현상과는 달리 기포의 붕괴를 수반하기 때문에 marine propeller나 hydrofoil 제작 등에 중요한 의미를 갖는다. 생물학에서는 이러한 기포의 붕괴(collapse)를 이용하여 박테리아를 죽이는데 쓰기도 한다.

가스로 형성된 기포는 높은 압력에서 많은 가스 분자들이 용액속에 용해되어 있다가 압력을 내리면 Henry의 법칙에 의하여 녹아있던 가스 분자들이 과포화 상태에 이르게 됨에 따라 발생하게 되는 것이다. 이 현상의 중요한 예로는 잠수부들이 수압이 큰 깊은 물속에 들어 갔다가 갑자기 지상에 오르게 되면 혈관이나 세포내에서 질소로 구성된 기포가 발생하게 됨으로써 생기는 잠수병¹⁰⁾을 들 수 있다. 또한 이 현상은 쇳물의 vacuum degassing¹¹⁾에 중요한 연구과제일 뿐더러 세공이 많이 있는 물질¹²⁾을 만드는데 이용되기도 한다.

원자로 내부에서 중성자나 이온 또는 전자등의 조사(irradiation)에 의하여 금속내부에 증기와 가스로 된 기포¹³⁾가 생기게 되는 데 이 경우 금속의 팽창으로 인하여 금속의 강도가 현저히 달라지기 때문에 fission reactor(고속 증식로)나 controlled thermonuclear fusion reactor¹⁴⁾

설계에 큰 문제를 제기해 준다.

끝으로 nucleation 현상의 한 예는 과냉각 상태의 물에서 얼음이 형성²⁾ 되는 과정을 들 수 있다. 추운 겨울날 냉가에서 수면에 돌출한 바위의 둘레에만 얼음이 얼려져 있는 것을 볼 수 있는데 이것은 얼음의 형성이 레이놀즈 수에 비례함을 보여주는 것이다. 이 현상의 응용으로는 원동소의 흡입 그레이트에서나 배(ship)에서의 얼음의 형성 등일 것이다.

3. 응축(condensation)현상, 열역학적 고찰

외부와 열교환이 없는 온도가 T 인 밀폐된 계를 (그림 1) 생각해 보자. 이 밀폐계에 들어 있는 증기는 갑작스런 온도의 변화로 인하여 과포화상태에 있다고 하자. 이러한 불안정한 상태(과포화 상태)에 있는 증기 분자들은 좀 더 안정한 상태에로 변환하려 할 것이다. 기체분자들의 상호 충돌에 의하여 기체분자들의 집합으로 된 액적, B 가 형성되었다고 하자. 좀더 엄밀한 이론은 Callen¹⁵⁾의 postulational approach를 이용한 Helmholtz free energy approach¹⁶⁾가 있지만 여기서는 Gibbs free energy approach¹⁷⁾의 관점에서 설명 하고자 한다.

이제 액적을 구성하고 있는 분자의 수를 N_B

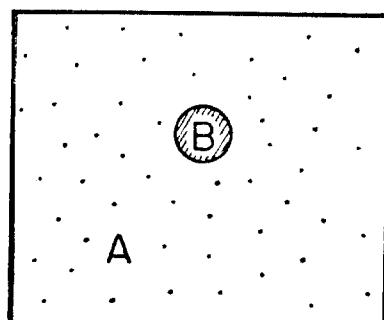


그림 1. Vapor(A)-droplet(B) system.

◎ 解 說

라고 하고 과포화 상태의 분자를 N_A 라 하면 이제의(그림 1) Gibbs free energy는 아래와 같이 나타낼 수 있다.

$$\Delta G = N_A \mu_A + N_B \mu_B + 4\pi r^2 \sigma \quad (1)$$

여기서 μ_A 와 μ_B 는 각각 증기 분자와 액적을 구성하고 있는 분자의 chemical potential이고 r 는 액적의 반경, σ 는 액적의 표면장력이다. 이제에 들어 있는 분자의 총수는 일정($N_A + N_B = \text{const}$)하므로, Gibbs-Duhem 관계에 의해서 액적이 형성되기 전후의 Gibbs free energy 변화는 다음과 같다.

$$\Delta G = \mu_A N_A + \mu_B N_B + 4\pi r^2 \sigma - \mu_A (N_A + N_B) \quad (2)$$

혹은

$$\frac{\delta G}{\delta N_B} = (\mu_B + \mu_A) + 4\pi \sigma \frac{d(r^2)}{dN_B} \quad (3)$$

액적 B 와 과포화 상태에 있는 기체 분자 A 가 서로 열역학적 평형상태에 있다고 하면 ($\delta G = 0$) 식 (3)에서 Kelvin equation을 얻는다. 즉

$$\mu_B - \mu_A + \frac{2\sigma V_B}{r} = 0 \quad (4)$$

위의 식을 유도하기 위해서 $N_B V_B = 4\pi r^3 / 3$ 란 관계를 이용했다. 여기서 V_B 는 액적에 들어 있는 분자 1개의 체적이다. 이러한 액적의 형성이 일정한 온도하에서 일어났다고 하면 식(4)는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$k T \ln P / P_\infty = \frac{2\sigma V_B}{r} \quad (5)$$

k 는 boltzman constant이고, P 는 액적에 들어 있는 액체의 증기압, P_∞ 는 $r = \infty$ 일때의 포화 증기압이다. 식 (4)에서 위에서 구한 액적 B 와 증기 A 의 평형조건을 (3) 식을 (2) 식에 대입하면 그 계의 Gibbs free energy 변화는

$$\Delta G = 4\pi \sigma \left(-\frac{2}{3} \frac{r^3}{r^*} + r^2 \right) \quad (6)$$

여기서 r^* 는 평형상태에 있어서의 액적의 반경을 나타낸다. 식 (6)을 액적의 반경, r 의 함수로 나타내 그래프를 그려보면(그림 2) Gibbs free energy 변화, ΔG 가 평형조건 $r = r^*$ 에서 최소치를 갖는 것이 아니라 최대치를 갖는 것을 알 수 있다. 이것은 액적 B 와 과포화증기 A 가 이루는 열역학적 평형상태는 불안정한(unstable)

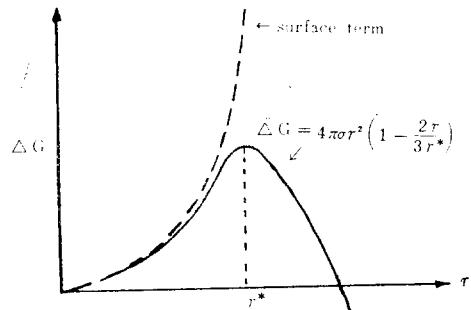


그림 2. ΔG as function of r .

평형상태임을 알 수 있다. 비록 이 계가 열역학적인 평형상태에 있더라도 fluctuations이 분명히 존재한다는 것을 의미한다. 이러한 fluctuations에 의하여 액적의 크기는 커지기도 하고 작아지기도 할 것이다. 식 (6)에서 알 수 있는 바와 같이 액적의 크기가 $r = r^*$ 에 이르지 못하면 ($\delta^2 G > 0$) 액적은 더 이상 크지 못하고 그 크기는 다시 줄어들 것이다. 하지만 액적의 크기가 $r = r^*$ 에 이르게 되면 ($\delta^2 G = 0$) 액적은 별 장해없이 거시적인 액적으로 커 나갈 수 있을 것이다. 그래서 액적의 크기 $r = r^*$ 를 critical size라고 한다. 즉 액적이 거시적으로 커질 수 있느냐 없느냐는 액적의 크기가 이 critical size에 도달할 수 있느냐 없느냐에 달려 있기 때문이다. 이 때 Gibbs free energy 변화는 마치 확산이나 화학반응에서 activation energy와 같은 상태변환 $A \rightarrow B$ 에 필요한 “potential barrier”로 역할을 하고 있다. 얼마나 많은 액적들이 이러한 critical size에 도달하느냐는 Boltzmann 분포에 따른다. 즉

$$N_{r^*} = ce^{-\frac{4\pi r^* \sigma}{3} / kT} \quad (7)$$

여기서 c 는 기체운동론적인 고찰에서 얻을 수 있는 비례상수이고 $\frac{4}{3}\pi r^* \sigma$ 는 Gibbs free energy 변화의 최대치이다. 이 최대치는 Kelvin equation을 빌어 표현하면,

$$(\Delta G)_{\max} = \frac{4\pi}{3} \left[\frac{2\sigma V_B}{(\mu_A - \mu_B)} \right]^2 \sigma \quad (8)$$

혹은

$$(\Delta G)_{\max} = \frac{4\pi}{3} \left[\frac{2\sigma V_B}{kT \ln P/P_\infty} \right]^2 \sigma \quad (9)$$

위의 식들에서 알 수 있는 바와 같이 액적의 critical size에 도달하는데 넘어서야 하는 potential barrier, $(\Delta G)_{\max}$ 은 $(\mu_A - \mu_B)$, 혹은 $kT \ln P/P_\infty$ 같이 보면 끌수록 작아진다. 증기의 포화상태 정도를 나타내는 $(\mu_A - \mu_B)$ 를 motivation potential이라 하고 $s = P/P_\infty$ 를 supersaturation ratio라고 한다. 수증기의 경우 값 s 의 변화에 따라 $(\Delta G)_{\max}$ 이 얼마나 달라지나를 표¹⁸⁾에서 볼 수 있다.

표 1 Values of $(\Delta G)_{\max}$ depending s in water vapor at 300°C

s	1.001	1.11	2	5	10
$\frac{(\Delta G)_{\max}}{uT}$	8.4×10^7	8.4×10^3	1.9×10^2	35	17

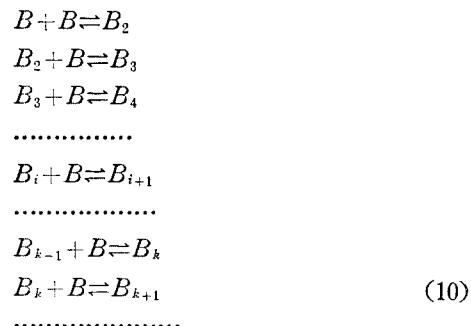
여기서 $(\Delta G)_{\max}$ 은 critical size의 액적을 형성하는데 필요한 free energy라고 간주할 수 있다. 포화상태의 정도가 미약한 경우 즉 값 s 가 작은 경우에는 $(\Delta G)_{\max}$ 의 값이 상대적으로 크기 때문에 critical size에 도달하는 액적의 개수는 거의 없다. 따라서 상태변화가 거시적으로 나타나기 위하여는 즉 critical size에 도달하는 액적의 개수가 많기 위하여는 값 s 가 어느 정도에 달하여야 한다. 이 한계를 metastable limit이라고 한다.

4. 운동론적인 고찰

Critical size의 액적을 형성하는 데 필요한 free energy와 critical size에 도달하는 액적의 수와의 관계를 나타내는 식 (7)은 운동론적(kinetics) 고찰에서 얻을 수 있다. Homogeneous nucleation의 상세한 Kinetic mechanism은 Szilard 와 Farkas¹⁹⁾에 의해 시작되었고 뒤를이어 Volmer²⁰⁾, Becker and Döring²¹⁾, Zeldovich²²⁾

그리고 Frenkel¹⁷⁾에 의하여 발전되었다.

과포화상태에 있는 증기들은 분자가 독립적(monomer)으로 존재하기도 하지만, 두개분자의 모임(dimer), 세개분자의 모임(trimer), … 그리고 n 개분자인 모임(n -mer) 등으로도 존재할 것이다. B_i 를 증기 분자 i 개의 모임이라고 하면 이 B_i 는 B_{i+1} 에서 하나의 분자를 잃게 되든가 혹은 B_{i-1} 에서 하나의 분자를 얻게 될 때 생기게 될 것이다. 여기서 다른 가능성²³⁾ 즉 두개의 분자가 동시에 붙는다든가 또는 B_i 와 B_j 가 충돌에 의하여 B_{i+j} 가 되는 것을 제외하기로 한다. 다시 명확하게 과포화 상태에서 증기 분자들의 Kinetic mechanism을 쓰면



따라서 상태변화(droplet의 형성)는 여러가지 크기들의 분자들의 모임(B_i , $i=1, 2, \dots, n$)의 한개의 분자를 잃게 되는 과정보다는 한개의 분자가 부착되는 과정의 기회가 더 많을 때 이루어 진다고 볼 수 있다. 그러므로 포화상태의 정도가 클 경우 (s 의 값이 큰 경우)에는 시간에 따라 B_i 의 분포가 달라질 것이고 큰 크기를 가진 분자들의 모임이 증가될 것이다.

과포화상태에 있는 분자들이 이상기체라 간주하고, 또 이 상태에서 생기는 액적들의 크기가 기체분자들의 mean free path 보다는 훨씬 작다고 가정하자. 이제 여러가지 크기의 액적의 분포는 시간에 따라 변하지 않고 일정하다고 해보자. 이것은 단위시간 단위체적당 i 개의 분자로 구성된 액적(i -mer)가 분자 한개를 더 얻어 $(i+1)$ -mer로 되는 수나 $(i+1)$ -mer가 분자 한개를 잃어 i -mer로 되는 수가 같다는 것을 의미한다. 위

◎ 解 說

의 가정을 수학적으로 표시하면

$$n_i \beta_i = n_{i+1} \alpha_{i+1} \quad (11)$$

n_i 는 단위체적당 i -mer의 수, β_i 는 i -mer가 분자하나를 얻는 빈도수이고 α_{i+1} 은 $(i+1)$ -mer가 분자하나를 잃는 빈도수를 나타낸다. β_i 는 위에서 가정한 바와 같이 free molecule 일 경우에는 monomer의 밀도(number density)와 peculiar speed²⁴⁾의 평균치 그리고 i -mer의 표면적에 비례할 것이다. 즉

$$\begin{aligned} \beta_i &= \frac{n_1}{4} \left(\frac{8kT}{\pi m} \right)^{\frac{1}{2}} \cdot s_i \\ &= \frac{P_1}{\sqrt{2\pi mkT}} s_i \end{aligned} \quad (12)$$

P_1 는 과포화증기의 증기압이고 s_i 는 i -mer의 표면적을 나타낸다.

마찬가지로 α_{i+1} 는 $(i+1)$ -mer의 증기압 P_{i+1} 과 그 표면적 s_{i+1} 에 비례할 것이다. 즉

$$\alpha_i = \frac{P_{i+1}}{\sqrt{2\pi mkT}} s_{i+1} \quad (13)$$

위의 두식을 이용하여 (11)식을 다시 쓰면

$$\frac{n_{i+1} s_{i+1}}{n_i s_i} = \frac{P_1}{P_{i+1}} \quad (14)$$

혹은

$$\ln n_{i+1} s_{i+1} - \ln n_i s_i = \ln P_1 / P_{i+1} \quad (15)$$

근사적으로 (15)식을 미분방정식으로 고쳐 쓰면,

$$\frac{d \ln n_i s_i}{d_i} = \ln \frac{P_1}{P_i} \quad (16)$$

(5)식의 Kelvin equation을 이용하여 (16)식을 적분하면 다음과 같다.

$$n_i s_i = c' \exp \left[-\frac{4\pi r^2 \sigma}{kT} \left(1 - \frac{2}{3} \frac{r_i}{r^*} \right) \right] \quad (17)$$

단 c' 는 미지상수.

여기서 $r_i = r^*$ 라고 놓으면 (7)식과 같은 식을 얻는다. 즉

$$n_i = \frac{c'}{s^*} \exp \left[-\frac{4}{3} \pi r^2 \sigma / kT \right] \quad (18)$$

하지만 상태변화가 일어나기 위하여는 앞에서도 언급했던 바와 같이 식 (11)를 만족할 수는 없다. 즉 nucleation rate, J 를 (19)식과 같이 정의 한다고 할 때 J 는 모든 종류의 액적에 대하여 양의 값을 가져야 할 것이다.

$$J = n_i \beta_i - n_{i+1} \alpha_{i+1} \quad (19)$$

액적을 형성해가는 모든 반응이 정상 상태에서 이루어진다면 nucleation rate, J 는 모든 종류에 액적에 대하여 일정할 것이다. 이러한 경우에 Farkas¹⁹⁾의 계산에 의하면 다음과 같이 J 는 주어진다.

$$J = z \beta_* n_* \quad (20)$$

여기서 z 는 Zeldovich factor²²⁾ 또한 Becker-Döring,²¹⁾ 그리고 Zeldovich²²⁾가 유도한 바에 의하면, J 는,

$$J = z \beta_* n_* \exp \left[-\frac{4\pi r^{*2} \sigma}{3} / kT \right] \quad (21)$$

위의 Becker-Döring이나 Zeldovich의 계산이 정확하다고 하면 n_* 는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$n_* = n_1 \exp \left[-\frac{4\pi r^{*2} \sigma}{3} / kT \right] \quad (22)$$

전형적인 경우에 식 (21)의 pre-exponential factor는 대략 10^{25} 이고 Zeldovich factor는 10^{-2} 정도이다. 그리고 대체적으로 $J \approx 1$ 일 때 즉 단위시간, 단위체적당 critical size의 액적이 하나씩 나타날 때 상태변화는 일어난다고 본다. 따라서 J 값이 크면 충돌수록 상태변화는 균일하게 일어날 것이다. 그러면 J 값이 어느정도일 때 우리가 실험적으로 관측 가능하느냐 하는 것은 다음 절에서 논하기로 한다.

이제 실제적인 문제를 생각해 보자. 어떤 열역학적 계를 갑자기 상태변화가 일어나기에 충분하게 외부조건을 변형시켰다고 하자. 그러면 그 즉시로 상태변화가 일어나지는 않을 것이다. 상태변화의 조건인 metastable limit에 달하는 시간은 포화상태의 정도에 따라 다를 것이다.²³⁾ 이렇게 외부조건의 변화에 따라 어떤 관계가 과포화 상태로부터 metastable limit에 이르는 시간을 time-lag이라고 한다. 이 time-lag은 nucleation rate, J 가 시간의 함수라고 생각하고 (19)식을 풀므로써 구할 수 있다.¹⁷⁾

5. Nucleation Theory; 그 문제점

식 (21)에서도 알 수 있는 바와 같이 nucleation theory에서 관측할 수 있는 물리량은 supersaturation ratio, s 이지 nucleation rate, J 가

아니라는 점에 있다. 따라서 최소한 실험적으로 관측가능했을 때의 J 의 값을 얼마로 주어야 하느냐는 문제는 상당한 임의성을 띠고 있다. 이제 최소한 실측가능 했을 때의 J 값을 $1 \text{ cm}^{-3}\text{sec}^{-1}$ 이라 하자. 그러면 상태변화의 정도에 따라 J 의 값을 어떻게 정하느냐 하는 것은 실로 난감한 문제이다. 더군다나 관측할 수 있는 액적의 크기가 critical size 일 때가 아니라 그 보다는 훨씬 커울 때이기 때문이다. 또한 이 문제는 time-lag 을 측정하는데도 불확실성을 준다.

여러가지 증기에 대해 실험²⁶⁾해 본 결과 수증기나 알코올 등은 Becker-Döring 이론(식 (21))에 따르지만 암모니아, 벤젠 그리고 chloroform 등에 대해서는 그렇지 않음이 밝혀졌다. 이에 Lothe-Pound²⁷⁾가 액적을 구성하고 있는 분자들의 병진운동과 회전운동을 고려해 줌으로써 Becker-Döring 의 이론보다 pre-exponential factor 가 무려 10^{17} 배나 큰 개정이론을 내놓았다. 즉

$$\frac{J(\text{Lothe-Pound})}{J(\text{Becker-Döring})} \approx 10^{17}$$

하지만 이 이론은 암모니아, 벤젠 그리고 chloroform 등에 대해서는 응축현상을 예측해 주지만 수증기나 알코올 등에 대해서는 그렇지 못했다. 이 두 이론의 상충은 nucleation theory 의 기본적인 문제를 제시해 주고 있다. 즉 어떻게 일관된 pre-exponential factor 를 구 할 수 있는가²⁸⁾ 와 거시적으로 정의된 표면장력²⁹⁾이 미시적인 액적에도 적용할 수 있는 것이다. 사실상 이 두개의 문제로 귀착됨을 알 것이다. 즉 얼마나 정확하게 액적형성의 과정을 기술하느냐가 문제인 것이다. 이것을 풀기 위하여는 “small systems”²⁹⁾ 의 열역학적, 통계역학적 이해가 선행되어야 한다.

앞서 2절에서 nucleation 현상의 여러 가지 예를 들었고 이 현상의 전형적인 예로써 과포화상태에 있는 증기들의 응축과정에 대해서 설명했다. 그러나 이 이론을 직접적으로 다른 nucleation 현상에 응용할 수 있는가는 별개의 문제라 해도 과언이 아니다. 예를들면 비등현상³⁰⁾ (boiling nucleation)에 대해서는 직접적인 응용이

가능하지만 용액내에서의 가스로 전 기포의 형성³¹⁾이라든가 부압(negative pressure)하에서의 증기로 된 기포의 형성³²⁾등에는 전혀 그 이론이 실험적 사실을 예측할 수 없다. 더군다나 irradiation에 의한 고체내의 기포의 형성³³⁾에 관해서는 좀 더 새로운 관점에서 문제를 이해해야 되기 때문이다. 하지만 결국은 pre-exponential factor 와 미시적인 핵들의 표면장력에 관한 문제로 귀착된다.

References

1. A.C. Zettlemoyer, *Nucleation*, Marcel Dekker Inc. New York 1969.
2. H.R. Byers, *Elements of Cloud Physics*, University of Chicago Press, 1965.
3. Yu.S. Sedunov, *Physics of Drop Formation in the Atmosphere*, John Wiley & Sons, New York, 1974.
4. G.M. Hidy & J.R. Brock, *The Dynamics of Aerocolloidal Systems*, Peragmon Press, 1970.
5. R.T. Lahey, Jr & F.J. Moody, *The Thermal Hydraulics of a Boiling Water Nuclear*, American Nuclear Soc, 1977.
6. O.E. Dwyer, *Boiling Liquid-Metal Heat Transfer*, American Nuclear Soc., 1976.
7. L.C. Witte, J.E. Cox and J.E. Bouvier, *J. of Metals*, pp. 39, Feb. 1970.
8. J.C. Fisher, *J. of Applied Phys.* 19, 1062(1948)
9. H.G. Flynn, “Physics of Acoustic Cavitation in Liquids,” *Physical Acoustics* 1B, Academic Press, N.Y., 1965.
10. J.S. Haldane and J.G. Prisetzky, *Respiration*, Yale University Press, New Haven, 1935.
11. G.J. Kinsman, G.S.F. Hazeldean and M.W. Davies, *J. Iron Steel Inst.*, 207, 1463(1969).
12. A.N. Gent and D.A. Tompkins, *J. Appl. Phys.*, 40, 2520(1969).
13. H. Wiedersich and J.L. Katz, *Advances in Colloid & Inter. Sci.*, 10, 33(1979).
14. J. Gittus, *Irradiation effects in Crystalline* (69페이지에 계속)