

# 雙曲線 斷面을 가진 半徑環에서의 熱傳達에 關한 研究

金光洙\* , 徐廷一\*\*

## A Study on the Heat Transfer in Radial Fin of Hyperbolic Profile

Kim Kwang Soo , Seoh Jeong IL

### ABSTRACT

In this paper, temperature distributions in radial fin of hyperbolic profile for steady-state with no heat generation are obtained by one-dimensional analytical method, finite difference method and experiment respectively.

Heat flow rate and fin efficiency from the fin model are obtained by analytical method.

To compare the exact solutions obtained by theoretical analysis with the results obtained by finite difference method, cylindrical shape is selected.

Particularly, equations of finite difference method for cylindrical shape with irregular boundary are rearranged and formulated.

Consequently, temperature distributions in radial fin can certify that are similar to exact solutions.

From theoretical analysis, the effects according to heat flow rate and fin efficiency are related to variation of parameters which are fin thickness  $\delta$ , fin base temperature  $T_0$ , thermal conductivity  $K$  with same basic dimensions and the effects are studied and compared.

\* 正會員, 漢陽大學院

\*\* 正會員, 漢陽大學校 工科大學

Nomenclature

A ; Cross-sectional area,  $m^2$   
 $C_1, C_2$  ; A constant  
 $f_1(r)$  ; Arbitrary profile function for radial fin  
 $h$  ; Convection heat transfer coefficient,  $W/m^2 \text{ } ^\circ C$   
 $h_e$  ; Convection heat transfer coefficient at fin edge,  $W/m^2 \text{ } ^\circ C$   
 $I_n( )$ ,  $J_n( )$  ; etc ; Modified Bessel function of the first kind and order  $n$ , dimensionless  
 $K$  ; Thermal conductivity,  $W/m^2 \text{ } ^\circ C$   
 $\Delta \ell$  ; Distance between adjacent nodes,  $m$   
 $M$  ; Modified fin performance factor, defined where used  
 $m$  ; Fin performance factor  $(\frac{2h}{K \delta_o})^{\frac{1}{2}}$ ,  $m^{-1}$   
 $q_{id}$  ; Ideal heat flow rate,  $W$   
 $q_o$  ; Heat flow rate at fin base,  $W$   
 $q_i, q_{i+1}$ , etc ; Heat flow rate for unit area, defined where used,  $W/m^2$   
 $R$  ; Diameter in the cylinder,  $m$   
 $R_i$  ; Inner diameter in the cylinder,  $m$   
 $R_o$  ; Outer diameter in the cylinder,  $m$   
 $r$  ; Fin radius, Distance in the cylindrical coordinate,  $m$   
 $r_e$  ; Radius at fin edge,  $m$   
 $r_o$  ; Radius at fin base,  $m$   
 $T$  ; Temperature,  $^\circ C$   
 $T_{i,j}$  ; Temperature at nodal point  $(i, j)$ ,  $^\circ C$   
 $T_{\infty}$  ; Ambient temperature,  $^\circ C$   
 $Z$  ; Distance in the cylindrical coordinate,  $m$   
 $\delta$  ; Fin thickness,  $m$

$\delta_e$  ; Thickness at fin edge,  $m$   
 $\delta_o$  ; Thickness at fin base,  $m$   
 $\xi, \eta$  ; Ratio of irregular mesh size to regular mesh size,  $0 \leq \xi \leq 1$ ,  $0 \leq \eta \leq 1$ , dimensionless  
 $\eta_h$  ; Fin efficiency for hyperbolic profile, dimensionless  
 $\theta$  ; Temperature excess, the difference in temperature between a point on a fin at  $T$  and its surroundings at  $T_{\infty}$ ,  $\theta = T - T_{\infty}$ ,  $^\circ C$   
 $\theta_e$  ; Temperature excess at fin edge,  $\theta_e = T_e - T_{\infty}$ ,  $^\circ C$   
 $\theta_o$  ; Temperature excess at fin base,  $\theta_o = T_o - T_{\infty}$ ,  $^\circ C$   
 $\rho$  ; Ratio of radial fin radius at fin base to fin edge, dimensionless  
 $\Psi_1, \Psi_2$  ; Combined modified Bessel functions defined Where used

I. 序 論

熱傳達은 工學의 많은 分野에서 重要한 比重을 차지하고 있으며 그 例의 하나로써 周圍 流體와의 接觸 面積을 增大시켜 주는 핀이 많이 利用되어지고 있다.

半徑핀에 대하여는 1968年 R.K. IREY<sup>(1)</sup>, 1973年 WAH LAU와 C.W. TAN<sup>(2)</sup> 이 各各 一次元 핀 解析에서의 誤差, 直線핀과 半徑핀에 있어서 一次元 熱傳達에서의 誤差에 對한 研究를 發表하였다. 이들의 結果, 半徑핀에 있어서는 BIOT 數가 적은 경우 혹은 핀 두께에 對한 핀 높이의 比가 10 또는 그 以上인 경우, 一次元 解析方法에 의한 結果와 二次元 解析方法

에 의한 결과와의 相對誤차가 거의 無視할 程度로 差異가 없는 것으로 나타났다. 따라서 本研究에서는 一次元 解析方法으로 輻射 熱傳達과 內部 熱源을 無視한 定常 狀態인 경우, 雙曲線 斷面의 半徑핀에 대하여 핀 外周面에서 傳熱量을 考慮하는 경우와 考慮하지 않는 경우에 대하여 各各 解析하였으며, 近似值로써 規則的인 斷面에 대하여 흔히 使用된 差分法을 本規則的인 境界를 갖는 雙曲線 斷面に  $\xi$ 와  $\eta$ 를 表記한 式들을 適用시켜 理論解析에서 구한 핀 表面 溫度와 比較하고 半徑핀에 대하여 同一 條件에서 세가지 因子를 變數로 擇해 變數들의 變化에 따른 傳熱量 및 핀效率를 比較 檢討하고자 한다.

II. 理論解析

II-1. 雙曲線 斷面을 가진 半徑핀에 대한 熱傳導 方程式의 正確解

A) 핀 外周面에서 傳熱量을 考慮하지 않는 경우

GARDNER<sup>(3)</sup>가 考案한 任意의 半徑핀에 대한 一般 傳熱 微分 方程式에 Fig. 1에서와 같은 雙曲線 斷面의 斷面形 函數  $f_1(r) = \frac{\delta_0 r_0}{2r}$ 를 使用하여 半徑핀에 대한 熱傳導 方程式을 구하면

$$\frac{d^2 \theta}{dr^2} - \frac{m^2 r}{r_0} \theta = 0 \quad (1)$$

但,  $m = \left( \frac{2h}{K \delta_0} \right)^{\frac{1}{2}}$

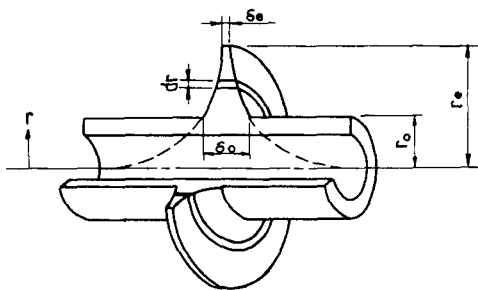


Fig. 1 Radial fin of hyperbolic profile without edge heat loss

이때  $M^2 = \frac{m^2}{r_0}$  이라 하면 熱傳導 方程式은 다음과 같이 된다.

$$\frac{d^2 \theta}{dr^2} - M^2 r \theta = 0 \quad (2)$$

이와같은 式(2)의 一般解는

$$\theta = r^{\frac{1}{2}} \left[ C_1 I_{\frac{2}{3}} \left( \frac{2}{3} M r^{\frac{3}{2}} \right) + C_2 I_{-\frac{2}{3}} \left( \frac{2}{3} M r^{\frac{3}{2}} \right) \right] \quad (3)$$

이때 境界 條件은

$$\begin{aligned} r = r_0, \theta &= \theta_0 \\ r = r_e, \frac{d\theta}{dr} &= 0 \end{aligned} \quad (4)$$

式(4)를 式(3)에 代入하면 溫度 分布式은 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} \theta = \theta_0 \left( \frac{r}{r_0} \right)^{\frac{1}{2}} & \left[ \frac{I_{\frac{2}{3}} \left( \frac{2}{3} M r_e^{\frac{3}{2}} \right) I_{-\frac{2}{3}} \left( \frac{2}{3} M r^{\frac{3}{2}} \right)}{I_{\frac{2}{3}} \left( \frac{2}{3} M r_e^{\frac{3}{2}} \right) I_{\frac{2}{3}} \left( \frac{2}{3} M r_0^{\frac{3}{2}} \right)} \right. \\ & \left. - \frac{I_{-\frac{2}{3}} \left( \frac{2}{3} M r_e^{\frac{3}{2}} \right) I_{\frac{2}{3}} \left( \frac{2}{3} M r^{\frac{3}{2}} \right)}{I_{-\frac{2}{3}} \left( \frac{2}{3} M r_e^{\frac{3}{2}} \right) I_{-\frac{2}{3}} \left( \frac{2}{3} M r_0^{\frac{3}{2}} \right)} \right] \quad (5) \end{aligned}$$

이때 핀 베이스를 통한 實際의 傳熱量  $q_0$ 는

$$q_0 = -K 2\pi r_0 \delta_0 \left. \frac{d\theta}{dr} \right|_{r=r_0} \quad (6)$$

式(5)를 式(6)에 代入하면

$$\begin{aligned} q_0 = 2\pi r_0^{\frac{3}{2}} \delta_0 K M \theta_0 & \frac{\left[ I_{\frac{2}{3}} \left( \frac{2}{3} M r_e^{\frac{3}{2}} \right) \right.}{I_{\frac{2}{3}} \left( \frac{2}{3} M r_e^{\frac{3}{2}} \right)} \\ & \frac{I_{-\frac{2}{3}} \left( \frac{2}{3} M r_0^{\frac{3}{2}} \right) - I_{-\frac{2}{3}} \left( \frac{2}{3} M r_e^{\frac{3}{2}} \right)}{I_{-\frac{2}{3}} \left( \frac{2}{3} M r_0^{\frac{3}{2}} \right) - I_{\frac{2}{3}} \left( \frac{2}{3} M r_e^{\frac{3}{2}} \right)} \end{aligned}$$

$$\frac{I_{\frac{2}{3}}(\frac{2}{3}Mr_e^{\frac{3}{2}})}{I_{\frac{1}{3}}(\frac{2}{3}Mr_e^{\frac{3}{2}})} \quad (7)$$

또한 理想的인 傳熱量  $q_{ideal}$  은 全體 面積이 베이스 溫度일 경우의 傳熱量이므로

$$q_{ideal} = 2\pi h \theta_0 (r_e^2 - r_0^2) \quad (8)$$

그리고 핀 效率  $\eta_h$  는

$$\eta_h = \frac{q_0}{q_{ideal}} \text{ 이므로 半徑핀에 對한 핀效率}$$

은 다음과 같다.

$$\eta_h = \frac{r_0^{\frac{3}{2}} \delta_0 KM \psi_1}{(r_e^2 - r_0^2) h} = \frac{2r_0}{m(r_e^2 - r_0^2)} \psi_1$$

但,  $\psi_1 = \frac{I_{\frac{2}{3}}(\frac{2}{3}Mr_e^{\frac{3}{2}}) I_{-\frac{2}{3}}(\frac{2}{3}Mr_0^{\frac{3}{2}})}{I_{-\frac{2}{3}}(\frac{2}{3}Mr_e^{\frac{3}{2}}) I_{\frac{1}{3}}(\frac{2}{3}Mr_0^{\frac{3}{2}})} - \frac{I_{-\frac{2}{3}}(\frac{2}{3}Mr_e^{\frac{3}{2}}) I_{\frac{2}{3}}(\frac{2}{3}Mr_0^{\frac{3}{2}})}{I_{\frac{1}{3}}(\frac{2}{3}Mr_e^{\frac{3}{2}}) I_{\frac{1}{3}}(\frac{2}{3}Mr_0^{\frac{3}{2}})} \quad (9)$

B) 핀 外周面에서 傳熱量을 考慮하는 경우

Fig. 2에서와 같은 경우에도 熱傳導 方程式과 이에 對한 一般解는 式(2), 式(3)과 同一하며, 이 경우 境界 條件은

$$\left. \begin{aligned} r = r_0, \theta = \theta_0 \\ \frac{d\theta}{dr} \Big|_{r=r_e} = -\frac{h_e}{K} \theta_0 \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

式(10)과 式(3)에 의하여 溫度 分布式은

$$\theta = \left(\frac{r}{r_0}\right)^{\frac{1}{2}} \left\{ \begin{aligned} & \left[ \frac{h_e}{K} I_{-\frac{1}{3}}\left(\frac{2}{3}Mr_e^{\frac{3}{2}}\right) \right. \\ & \left. + I_{\frac{2}{3}}\left(\frac{2}{3}Mr_e^{\frac{3}{2}}\right) \right] I_{\frac{1}{3}}\left(\frac{2}{3}Mr^{\frac{3}{2}}\right) \\ & + \left[ \frac{h_e}{K} I_{-\frac{1}{3}}\left(\frac{2}{3}Mr_e^{\frac{3}{2}}\right) \right. \\ & \left. + I_{\frac{2}{3}}\left(\frac{2}{3}Mr_e^{\frac{3}{2}}\right) \right] I_{\frac{1}{3}}\left(\frac{2}{3}Mr_0^{\frac{3}{2}}\right) \end{aligned} \right.$$

$$\left. \begin{aligned} & - \left[ \frac{h_e}{K} I_{\frac{1}{3}}\left(\frac{2}{3}Mr_e^{\frac{3}{2}}\right) + I_{-\frac{2}{3}}\left(\frac{2}{3}Mr_e^{\frac{3}{2}}\right) \right] \\ & - \left[ \frac{h_e}{K} I_{\frac{1}{3}}\left(\frac{2}{3}Mr_e^{\frac{3}{2}}\right) + I_{-\frac{2}{3}}\left(\frac{2}{3}Mr_e^{\frac{3}{2}}\right) \right] \\ & \frac{I_{-\frac{2}{3}}\left(\frac{2}{3}Mr^{\frac{3}{2}}\right)}{I_{-\frac{1}{3}}\left(\frac{2}{3}Mr_0^{\frac{3}{2}}\right)} \end{aligned} \right\} \theta_0 \quad (11)$$

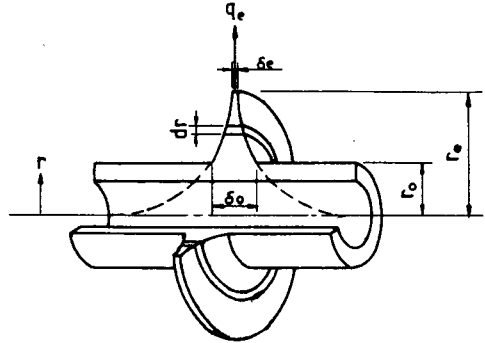


Fig. 2 Radial fin of hyperbolic profile with edge heat loss

實際의 傳熱量  $q_0$ 는 式(11)을 式(6)에 代入하면

$$q_0 = 2\pi r_0^{\frac{3}{2}} \delta_0 KM \theta_0 \psi_2 \quad (12)$$

但,  $\psi_2 = \frac{\left[ \frac{h_e}{K} I_{-\frac{1}{3}}\left(\frac{2}{3}Mr_e^{\frac{3}{2}}\right) + I_{\frac{2}{3}}\left(\frac{2}{3}Mr_e^{\frac{3}{2}}\right) \right]}{\left[ \frac{h_e}{K} I_{\frac{1}{3}}\left(\frac{2}{3}Mr_e^{\frac{3}{2}}\right) + I_{-\frac{2}{3}}\left(\frac{2}{3}Mr_e^{\frac{3}{2}}\right) \right]} - \frac{I_{-\frac{2}{3}}\left(\frac{2}{3}Mr_0^{\frac{3}{2}}\right) - \left[ \frac{h_e}{K} I_{\frac{1}{3}}\left(\frac{2}{3}Mr_e^{\frac{3}{2}}\right) \right]}{I_{-\frac{1}{3}}\left(\frac{2}{3}Mr_0^{\frac{3}{2}}\right) - \left[ \frac{h_e}{K} I_{-\frac{1}{3}}\left(\frac{2}{3}Mr_e^{\frac{3}{2}}\right) \right]} + \frac{I_{-\frac{2}{3}}\left(\frac{2}{3}Mr_e^{\frac{3}{2}}\right) \left[ I_{\frac{2}{3}}\left(\frac{2}{3}Mr_0^{\frac{3}{2}}\right) + I_{\frac{2}{3}}\left(\frac{2}{3}Mr_e^{\frac{3}{2}}\right) \right]}{I_{\frac{1}{3}}\left(\frac{2}{3}Mr_0^{\frac{3}{2}}\right) \left[ I_{\frac{1}{3}}\left(\frac{2}{3}Mr_0^{\frac{3}{2}}\right) + I_{\frac{1}{3}}\left(\frac{2}{3}Mr_e^{\frac{3}{2}}\right) \right]}$

이 경우에도 傳熱量  $q_{ideal}$ 은 式(8)과 同一하므로 핀效率  $\eta_h$  는 다음과 같다.

$$\eta_h = \frac{2r_0}{m(r_e^2 - r_0^2)} \psi_2 \quad (13)$$

II-II. 差分法

差分法 (4)(5)(6)(7) 에 있어서 Fig. 3 과 같은 하나의 要素를 考慮한 二次元 定常狀態인 경우의 方程式은

$$K \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + K \frac{\partial^2 T}{\partial Z^2} = 0 \quad (14)$$

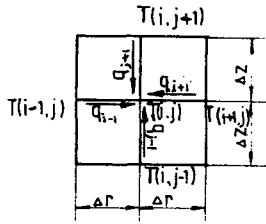


Fig. 3 Regular element

이 경우 計算의 便宜을 위하여 微小 길이 Δr 과 ΔZ를 Δℓ로 하고 單位 面積當 傳熱量을 q\_{i-1}, q\_{i+1} 等으로 表示하면

$$\left. \begin{aligned} q_{i-1} &= K \frac{T_{i-1,j} - T_{i,j}}{\Delta \ell} \\ q_{i+1} &= K \frac{T_{i+1,j} - T_{i,j}}{\Delta \ell} \\ q_{i,j-1} &= K \frac{T_{i,j-1} - T_{i,j}}{\Delta \ell} \\ q_{i,j+1} &= K \frac{T_{i,j+1} - T_{i,j}}{\Delta \ell} \end{aligned} \right\} (15)$$

A) 質點 (i, j) 가 規則的인 境界인 경우

1. Fig. 4의 ①과 같은 경우  
熱平衡을 考慮하면

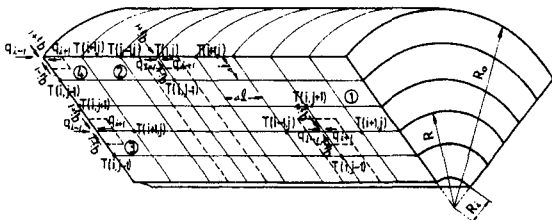


Fig. 4. Regular mesh plotted in cylinder

$$\begin{aligned} & q_{j-1} 2\pi \left(R - \frac{\Delta \ell}{2}\right) \Delta \ell + q_{i+1} 2\pi R \Delta \ell \\ & + q_{j+1} 2\pi \left(R + \frac{\Delta \ell}{2}\right) \Delta \ell + q_{i-1} \\ & 2\pi R \Delta \ell = 0 \end{aligned} \quad (16)$$

式(15)를 式(16)에 代入하면

$$\begin{aligned} & T_{i+1,j} + T_{i-1,j} + \left(1 - \frac{\Delta \ell}{2R}\right) T_{i,j-1} + \\ & \left(1 + \frac{\Delta \ell}{2R}\right) T_{i,j+1} - 4 T_{i,j} = 0 \end{aligned} \quad (17)$$

2. Fig. 4의 ②와 같은 경우

$$\begin{aligned} & q_{j-1} 2\pi \left(R_o - \frac{\Delta \ell}{2}\right) \Delta \ell + q_{i+1} 2\pi R_o \\ & \frac{\Delta \ell}{2} + q_{j+1} 2\pi R_o \Delta \ell + q_{i-1} 2\pi R_o \\ & \frac{\Delta \ell}{2} = 0 \end{aligned}$$

이때 q\_{j+1}은 外徑에서 對流가 發生하므로

$$q_{i+1} = h_c (T_{\infty} - T_{i,j})$$

整理하면

$$\begin{aligned} & T_{i+1,j} + T_{i-1,j} + 2\left(1 - \frac{\Delta \ell}{2R_o}\right) T_{i,j-1} - 2 \\ & \left(2 - \frac{\Delta \ell}{2R_o} + \frac{h_c \Delta \ell}{K}\right) T_{i,j} \\ & + \frac{2 h_c \Delta \ell}{K} T_{\infty} = 0 \end{aligned} \quad (18)$$

3. Fig. 4의 ③과 같은 경우

$$\begin{aligned} & q_{j-1} 2\pi \left(R - \frac{\Delta \ell}{2}\right) \frac{\Delta \ell}{2} + q_{i+1} 2\pi R \\ & \Delta \ell + q_{j+1} 2\pi \left(R + \frac{\Delta \ell}{2}\right) \frac{\Delta \ell}{2} + q_{i-1} \\ & 2\pi R \Delta \ell = 0 \end{aligned}$$

이때 q\_{i-1} = h (T\_{\infty} - T\_{i,j})

整理하면

$$\begin{aligned} & 2 T_{i+1,j} + \left(1 - \frac{\Delta \ell}{2R}\right) T_{i,j-1} + \left(1 + \frac{\Delta \ell}{2R}\right) \\ & T_{i,j+1} - 2 \left(2 + \frac{h \Delta \ell}{K}\right) T_{i,j} + \frac{2 h \Delta \ell}{K} \\ & T_{\infty} = 0 \end{aligned} \quad (19)$$

4. Fig. 4의 ④와 같은 경우

$$q_{j-1} 2\pi(R_o - \frac{\Delta\ell}{2}) \frac{\Delta\ell}{2} + q_{i+1} 2\pi R_o \frac{\Delta\ell}{2} + q_{j+1} 2\pi R_o \frac{\Delta\ell}{2} + q_{i-1} 2\pi R_o \frac{\Delta\ell}{2} = 0$$

이때  $q_{i-1}, q_{j+1} = h_e (T_{\infty} - T_{i,j})$

整理하면

$$T_{i+1,j} + (1 - \frac{\Delta\ell}{2R_o}) T_{i,j-1} - 2(1 - \frac{\Delta\ell}{4R_o} + \frac{h_e \Delta\ell}{K}) T_{i,j} + \frac{2h_e \Delta\ell}{K} T_{\infty} = 0$$

B) 節點( $i, j$ )가 不規則인 境界인 경우

Fig. 5에서와 같은 경우에 單位 面積當 傳熱量은

$$q_i = K \frac{T_{i,j} - T_{i-\xi,j}}{\xi \Delta\ell} \quad (20)$$

$$q_{i-\xi} = K \frac{T_{i-\xi,j} - T_{i,j}}{\xi \Delta\ell}$$

$$q_j = K \frac{T_{i,j} - T_{i,j+\eta}}{\eta \Delta\ell}$$

$$q_{j+\eta} = K \frac{T_{i,j+\eta} - T_{i,j}}{\eta \Delta\ell}$$

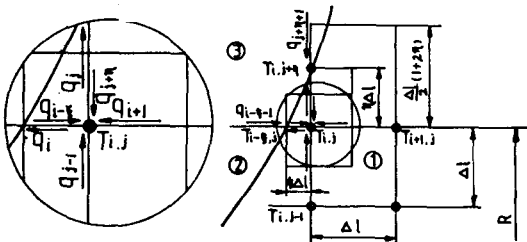


Fig. 5 Irregular mesh at irregular boundary of cylindrical shape

1. Fig. 5의 ①과 같은 경우

$$q_{i-1} 2\pi(R - \frac{\Delta\ell}{2}) \frac{\Delta\ell}{2}(1 + \xi) + q_{i+1} 2\pi R \frac{\Delta\ell}{2}(1 + \eta) + q_{j+\eta} 2\pi(R + \frac{\eta \Delta\ell}{2}) \frac{\Delta\ell}{2}(1 + \xi) + q_{i-\xi} 2\pi R \frac{\Delta\ell}{2}(1 + \eta) = 0$$

式(15), 式(20)을 代入하면

$$(1 - \frac{\Delta\ell}{2R})(1 + \xi) T_{i,j-1} + [(1 + \frac{\eta \Delta\ell}{2R})(1 + \xi)] T_{i,j+\eta} + (1 + \eta) T_{i+1,j} + \frac{1}{\xi} (1 + \eta) T_{i-\xi,j} - [(1 + \xi) [1 - \frac{\Delta\ell}{2R} + \frac{1}{\eta} (1 + \frac{\eta \Delta\ell}{2R})] + [(1 + \eta)(1 + \frac{1}{\xi})] T_{i,j} = 0 \quad (21)$$

式(21)에서  $\xi = 1, \eta = 1$  일때, 즉 質點이 規則인 경우에 대한 式(17)과 同一함을 알 수 있다.

2. Fig. 5의 ②와 같은 경우

$$q_i 2\pi R \frac{\Delta\ell}{2}(1 + \eta) + q_{i-\xi-1} 2\pi R \frac{\Delta\ell}{2}(1 + \eta) = 0$$

이때  $q_{i-\xi-1} = h(T_{\infty} - T_{i,j})$

整理하면

$$\frac{1}{\xi} (1 + \eta) T_{i,j} - [(1 + \eta) (\frac{1}{\xi} + \frac{h \Delta\ell}{K})] T_{i-\xi,j} + \frac{h \Delta\ell}{K} (1 + \eta) T_{\infty} = 0 \quad (22)$$

3. Fig. 5의 ③과 같은 경우

$$q_j 2\pi(R + \frac{\eta \Delta\ell}{2}) \frac{\Delta\ell}{2} + q_{j+\eta+1} 2\pi [R + \frac{(1+2\eta) \Delta\ell}{2}] \frac{\Delta\ell}{2} = 0$$

이때  $q_{j+\eta+1} = h(T_{\infty} - T_{i,j+\eta})$

整理하면

$$\begin{aligned}
 & -\left[ \frac{1}{\eta} \left( 1 + \frac{\eta \Delta \ell}{2R} \right) + \frac{h \Delta \ell}{K} + \right. \\
 & \left. \left( 1 + \frac{(1+2\eta) \Delta \ell}{2R} \right) \right] T_{i,j+\eta} \\
 & + \frac{1}{\eta} \left( 1 + \frac{\eta \Delta \ell}{2R} \right) T_{i,j} + \frac{h \Delta \ell}{K} \\
 & \left( 1 + \frac{(1+2\eta) \Delta \ell}{2R} \right) T_{\infty} = 0 \quad (23)
 \end{aligned}$$

以上에서 얻은 差分法에 對한 式들을 適用하여 理論値와 서로 比較하기 위하여 半徑 軸에 對한 한쪽 上端部만 같은 크기로 分割하여 57個의 節點으로 나누었으며 이에 對한 핀 모델은 Fig. 6 과 같다.

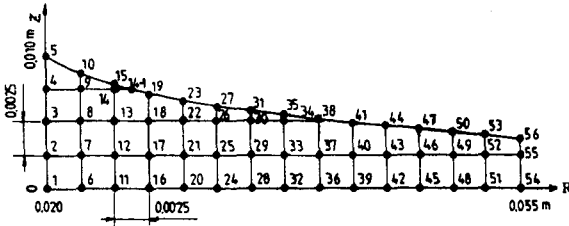


Fig. 6 Finite difference model of the radial fin of hyperbolic profile

### III. 實驗方法 및 實驗結果

試片으로는 直徑 110 mm의 炭素鋼을 使用하였으며 이에 對한 諸元은 Table 1 과 같다.

Table 1. Specification of radial fin

Spec. Profile	Metal	K(W/m°C)	$\delta_0$ (m)	$r_i$ (m)	$r_0$ (m)	$r_e$ (m)
hyperbolic Profile	Carbon steel (C=1.5%)	36.34	0.02	0.017	0.02	0.055

實驗室內的 溫度는 28 °C로 거의 一定하였으며 室內의 條件은 自然對流만을 考慮하였다. 表面

溫度가 120 °C가 되었을때 0.5 cm 간격으로 8 個所의 핀 表面溫度를 測定하였고, 自然對流의 影響은 對流 熱傳達係數에 관한 實驗式<sup>(8)</sup>

$h = 1.32 \left( \frac{\Delta T}{d} \right)^{1/4}$  (W/m<sup>2</sup> °C)을 使用하였다. Fig. 7은 핀 表面溫度에 對한 實驗値와 理論解析에서 구한 理論値와의 結果를 比較한 것이다. 이 그래프에 의하면 實驗値는 理論値보다 아래로 약간 偏差하고 있으며, 理論値와의 相對誤差가 5% 以內로 比較的 接近하는 것을 알 수 있다.

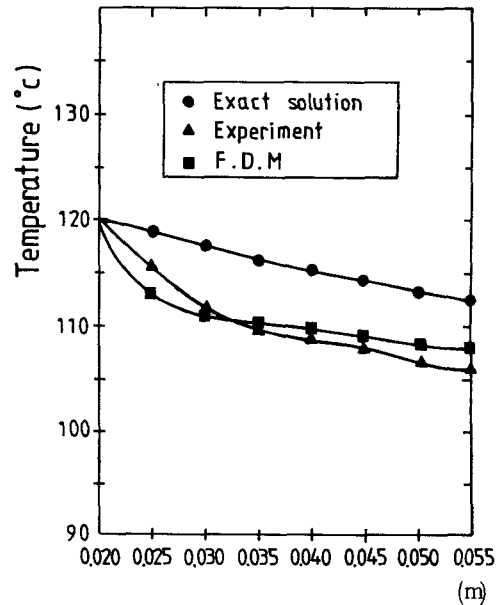


Fig. 7 Comparison of surface temperature distribution at hyperbolic profile

### IV. 比較 및 討論

핀 表面溫度에 對한 理論解析과 差分法을 比較 檢討하면 理論値와의 相對 誤差가 平均 4.37%로 나타났으며 實驗値와도 5% 以內로 理論値에 거의 一致하였다. 또한 理論解析으로 부터 핀 두께를 除外한 경우 다음因子들의 變化에

따른 핀 효율과의 關係를 比較하기로 한다.

① 핀 두께  $\delta_o$ 의 變化

$\delta_o$ 가 0.5, 1, 1.5, 2 mm 인 경우에 對한 핀 효율을 Fig. 8에 圖示하였다.

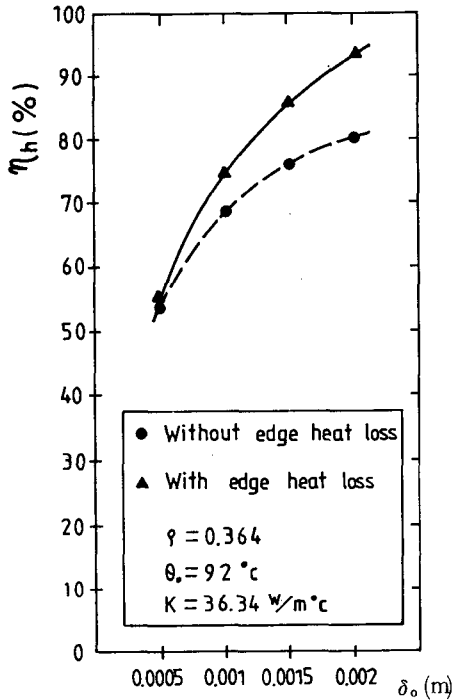


Fig. 8 effect of  $\delta_o$  on  $\eta_h$  at hyperbolic profile

이 그래프에서 핀 두께가 增加할수록 핀 效率이 높아짐을 알 수 있고 핀 外周面에서 傳熱量을 考慮하는 경우가 考慮하지 않는 경우보다 핀 效率이 增加하였다.

이것은 핀 두께가 增加하면 핀 外周面에서의 핀 두께  $\delta_o$ 가 더욱 커짐으로 이에 따른 傳熱量이 커지기 때문이다.

② 핀 베이스 溫度  $T_o$ 의 變化

$T_o$ 가 80, 100, 120 C인 경우에 Fig. 9에 圖示하였으며, 그 結果 핀 베이스 溫度가 增加하면 핀 效率은 거의 線型的으로 增加함을 알 수 있다. 이것은 K와 h는 溫度에 對한 函數이므로 핀 베이스 溫度가 높아지면 K와 h가 增加되어 이에 따른 傳熱量이 增大되어 핀 效率

이 上昇하는 것으로 考慮되어 진다.

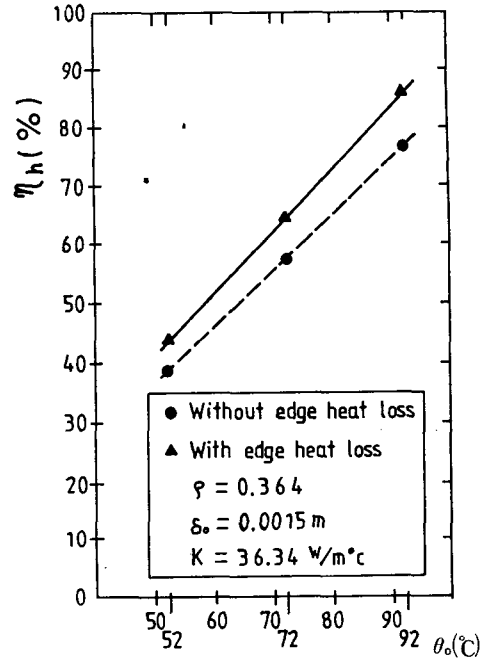


Fig. 9 effect of  $\theta_o$  on  $\eta_h$  at hyperbolic profile

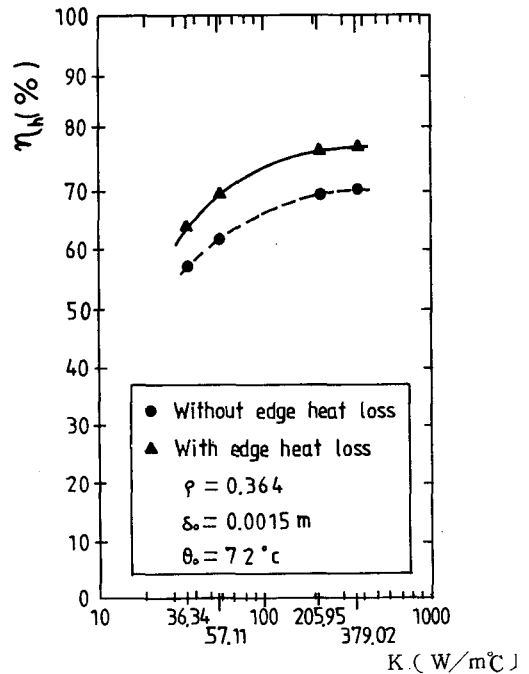


Fig. 10 effect of  $K$  on  $\eta_h$  at hyperbolic profile



③ 熱傳導係數  $K$ 의 變化

材料를 炭素鋼, 鑄鐵, 알루미늄, 구리로 하여 이에 대한 그래프를 Fig. 10 에 나타냈다.

이에 따르면  $K$ 가 增加할수록 핀 效率은 높아지나  $K$ 가  $210 \text{ W/m}^\circ\text{C}$  以上の 材質에 대하여는 핀 效率에 그다지 큰 影響을 미치지 못하는 것으로 나타났으며 材質 變化에 대한 各 경우에 도 핀 外周面에서 傳熱量을 考慮하는 경우가 考慮하지 않는 경우보다 약 6% 程度의 핀 效率 增加를 나타냈다.

V. 結 論

本 研究로부터 얻은 結論은 다음과 같다.

1. 半徑핀에 있어서 핀 두께가 增加하면 핀 效率이 높아지며 핀 外周面에서 傳熱量을 考慮하는 경우 핀 效率이 增加함을 알 수 있었다.
2. 핀 베이스 溫度를 上昇시키면 핀 效率이 높아짐을 알 수 있었다.
3. 熱傳導係數가 클수록 半徑핀에 대한 핀 效率은 增加함을 알 수 있었으나,  $K$ 가  $210 \text{ W/m}^\circ\text{C}$  以上の 材質에 대하여는 影響이 그다지 크게 미치지 못하는 것으로 나타났다.

參 考 文 獻

1. R.K. IREY: "Errors in the one - Dimensional Fin solution", Journal of Heat Transfer, Trans, ASME, Vol. 90, No. 1 PP.175 - 176, Feb. 1968.

2. WAH LAU & C.W.TAN: "Errors in one-Dimensional Heat Transfer Analysis in Straight and Annular Fins", Trans. ASME, Series C, Vol. 95, No. 3, PP.549 - 551, Aug.1973
3. K.A.Gardner: "Efficiency of Extended Surface", Trans. ASME, 67:621 - 631, 1945
4. M.N.ÖZisik: Basic Heat Transfer, Mc - Graw - Hill, Inc., PP.128 - 138, 1977
5. V.S.Arpaci: Conduction Heat Transfer, Addison - Wesley, PP.483 - 493, 1966.
6. F.Kreith: Principles of Heat Transfer, Index Press, Inc, PP.104 - 112, 1973. (3rd Edition)
7. M.N.ÖZISIK: Heat Conduction, Willey Interscience, PP. 513 - 516, 1980.
8. McAdams, W.H.: Heat Transmission, Mc Graw - Hill, Inc, 1954.(3rd Edition)
9. D.Q.KERN & A.D.KRAUS: Extended Surface Heat Transfer, Mc Graw - Hill, Inc., PP.102 - 111, 179 - 183. 1972
10. B.CARNAHAN, H.A.Luther & J.O. Wilkes: Applied Numerical Methods, John Willey & Sons, Inc., PP.270 - 272, 1969.
11. Rohsenow & Hartnett: Handbook of Heat Transfer, Mc Graw - Hill, Inc., PP. 266 - 269, 1973.
12. E.R.G.Eckert & R.M.Drake, Jr.: Analysis of Heat and Mass Transfer, Mc Graw - Hill, Inc., PP.84 - 94, 1972.