建築構造解析의 有限要素法에 의한 應用과 展望

權 宅 鎭

(성균관대 건축공학과 부교수)

1. 서 언

유한요소법 (有限要素法 : Finite element method, FEM) 이라고하면 우리 나라의 구조해석분야에서도 자주 듣고는 있는 구조물 해석법이라고 생각된다.

여기에서는 「건축구조해석의 유한요소법에 의한 응용과 전망」이란 제목으로서 전문적인 학문의 이론전개를 목적으로 하는 것이 아니고 될수있는 대로 쉽게 그 개론을 서술식으로 정리해보고자 한다.

즉, 유한요소법이란 어떠한 것이며, 구상하는 방법, 그리고 건축구조물을 해석하는 자세와 유한요소법에 관련하여 어떻게 해석해야 하는가등에 대하여 설명한다. 이것이 이 분야학문의 발전을 가져오는 계기가 된다면 다행이라고 생각한다.

2. 유한요소법이란

유한요소법은 1956년 미국의 터너(Turner), 크루프(Clough), 마틴(Martin) 등이 복잡한 항공기 구조체의 해석에 사용한 구조해석법으로서 개발한 이래로 많은 발전을 거듭하여 근년에는 각종 구조물의 해법으로 각광을 받아, 구조물 해석상 극히 중요한 일부분을 차지하게 되었다.[1]
또한 대형범용 전자계산기의 발달은 이 분야의 발전에 박차를 가하게 되었고 금후에도 구조해석의 주류를 이루는 해법으로 발전되리라고 생각한다.

유한요소법은 그 이용범위가 넓어서 골조구조(트러스, 라멘등)뿐만 아니라, 평판(plate) shell, 3차원탄성체등 거의 모든 구조물해석에 응용되고, 더욱 최근에는 유체역학, 전기, 화학 및 의학 등의 비구조(非構造) 분야의 응용에도 주목을 끌고있다[2][3]. 그 해석범위도 탄성, 탄소성, 기하학적비선형, 진동해석등 다방면에 걸쳐서 행하여지고 있다. 유한요소법은 극치문제의 근사해법(변분법)에 기초를 둔 일반적인 방법이고, 근연에는 더욱 발전하여 무게 붙인 잔차법(무게 붙인 殘差法 : Method of weighted residual : MWR)을 적용하여 정식화(定式化)함에 따라 구조물 이외의 문제에 까지 확장되고 있다[4].

또 이는 매트릭스표시법을 적용할 수 있기 때문에 전자계산기의 사용에 적합하다. 따라서, 유한요소법은 구조물을 해석하거나 그현상을 해석하거나 일관된 수법을 적용할 수 있는 간결함과, 복잡한 공학적 문제에 대해서도 해(解)가 실제로 주어지게 되는 실용성(實用性)을 갖고 있으며, 그 가치도 연구면과 실용면 혹은 공학과 공업의 각 분야에서 크게 평가되고 있다는 사실은 널리 알려진 바와 같다. 데사이(Desai)는 유한요소법을 응용한 예를 다음 표와 같이 나타내고 있다[5].

이웃 일본에서는 1960년대초에 이분야의 학문이 도입되어 그동안 이방법의 적용 및 개발에 관한 많은 논문이 쏟아져나왔고, 많은 강습회등이 각분야에서 개최되었으며, 또한 이에 관한 교과서의 출판, 국제회의나 심포 지엄의 논문보고집등이 수없이 출판되었다. 현재에는 실용단계에 이르고 있는 실정이다.

우리나라에서도 1970년대초에 몇몇 학자들에 의하여 도입되었고[6], 그간에 학계에서도 연구발표가 나오게 되었으며[7], 그뒤에 각계에서 차츰 보급되고 있는 실정이다.

대구지방에서는 대한건축학회 경북지부와 대한건축사협회 경북지부의 공동주최로 사협회 여러분을 위하여 1976년경부터 여러차례 강연회를 가진것으로 알고 있다. 그뒤 약간 침체된감은 없지 않으나, 이러한 강연회를 자주 갖게하여, 건축구조해석의 바른 자세를 확립해야 될줄 믿는다.

지금은 많은 외국서적이 들어왔고 또 복사판도 많이 출판되어 있다. 그러나 아직 이름만 듣고있는 형편이고 이 해석법의 보급은 미진한 형편이다. 1980년대 후반에는 반드시 실용화 되리라고 믿는 바이다.

3. 유한요소법의 해석방법

3. 1 해석과정

유한요소법의 기본적인 생각방법은 연속체(連續体)를 유한개(有限個)의 요소(要素 : Element)로 분할하고 유한개의 점에서 결합한 연속체모델을 구조해석 방법에 따라서 해석하는 것이다. 해석방법은 크게 나누어 변위(變位: Displacement)를 미지수로하여 기본방정식을 유도하는 변위법(變位法 : Displacement method)과 힘을 미지수로 해서 기본방정식을 유도하는 응력법(應力法 : Force method)으로 나누어진다.

이하에서는 변위를 미지수로 하는 방법에 대하여 설명하기로한다.

변위법의 해법과정은 다음과 같다.

(i) **요소분할** : 연속체를 가상인 점(點), 선(線)또는 면(面)에 따라 유한개의 요소로 분할한다.

(ii) **요소결합의 가정** : 요소는 유한개의 점으로 결합되어 있다고 가정한다. 절접변위는 일반으로 미지의 파라미터(parameter)이다.

(iii) **변위함수의 선정** : 절점변위를 이용하여, 각요소내의 변위가 일의적으로 정해지는 함수(변위함수)를 선택한다.

이상은 유한요소법의 모델화 과정이다.

(iv) **변형도 및 응력도의 표현** : 변위함수를 이용하여 요소내의 변형도 및 응력도를 나타낸다. 이 단계에서는 재료특성의 모델화가 필요하게 된다.

(v) **요소특성의 표현** : 요소의 특성을 각요소에 대하여 나타낸다.

(vi) **연속체(모델) 의 특성의 표현** : 각요소를 모아서 연속체(모델)의 특성을 나타낸다.

(viii) **절점변위의 결정** : 주어진 경계조건하에서 (vi)에서 얻어진 식을 풀고, 절점변위를 결정한다.

(viii) **응력도 및 변형도의 결정** : (iv)로부터 응력도 및 변형도를 구한다.

유한요소법의 모델화 과정에서는 실제의 연속체를 근사적으로 나타내는 것에 불과하다. 또 인접한 요소 사이에 변위나 기울기등의 적합조건을 모두 만족하도록하는 변위함수를 찾아낸다는 것은 그렇게 쉬운일이 아니다. 평형조건에 관해서도 요소의 경계에 작용하는 힘을 그것과 등가(等價)인 절점력으로 생각하기 때문에 국소적조건(局所的 條件 : 예를들면, 인접한 요소간의 경계부근의 조건)은 생각대로 만족하지 않는 점이 많다.

이와같이 요소의 모양이나 변위함수의 선택방법에 임의성(任意性)이 있고, 여기에 따라 해(解)의 정도(精度) 가 좌우되며 또 국소적인 적합조건 혹은 평형조건의 일부는 만족하지 않기 때문에 국소적인 변위나 응력의 정도(精度)는 저하된다는 사실등에 주의를 기울여야된다.

3 · 2 요소의 특성과 연속체의 특성

상술한 변위형유한요소법의 과정을, 식을 이용하여 표현해보자.

그림3. 1에서 나타낸바와 같은 구조물에 대해서 생각하자. 이 구조물은 직관적으로 그림과 같은 요소(要素 : Element)로 분할할 수 있을것이다. 그림내에는 요소를 1, 2…로 나타내고, 절점(節點 : Node)을 ①, ②… 로 나타내었다. 또 좌표계는 그림과 같이 잡고, 절점ⓘ에 작용하는 힘(節點力) F_i의 x및 y 방향의 성분을 각각 F_{ix}, F_{iy} 라고하고, 절점의 변위(節點變位)di의 x 및 y 방향의 성분을 각각 d_{ix}, d_{iy} 라고 쓰기로한다.

요소4 의 절점력 $\{F\}^4$및 절점변위 $\{d\}^4$는 매트릭스표시를 이용하면 다음과 같이된다.

$$\{F\}^4=\begin{Bmatrix}F_5\\F_6\\F_7\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}F_{5x}\\F_{5y}\\F_{6x}\\F_{6y}\\F_{7x}\\F_{7y}\end{Bmatrix}\quad(3\cdot1)\qquad \{d\}^4=\begin{Bmatrix}d_5\\d_6\\d_7\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}d_{5x}\\d_{5y}\\d_{6x}\\d_{6y}\\d_{7x}\\d_{7y}\end{Bmatrix}\quad(3\cdot2)$$

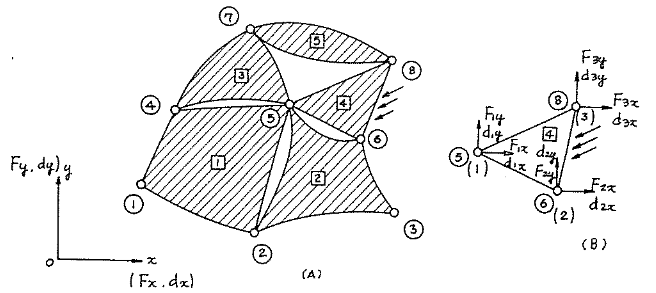

그림 3 · 1 구조물과 그 요소

(i), (ii)의 과정 : 연속체를 요소로 분할한 예를 그림 3. 1 (b)에 나타낸다. 전형적인 요소로서, 요소4를 생각한다.

(iii)의 과정 : 변위함수로서 다음식을 선택한다.

$$\{f\}=[N]\{d\}^e=\begin{bmatrix}N_1\,0 : N_1\,0 : N_2\,0\\ 0\,N_1 : 0\,N_3 : 0\,N_3\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}d_1\\d_2\\d_3\end{Bmatrix},\ \{d_i=\begin{Bmatrix}d_{ix}\\d_{iy}\end{Bmatrix}\quad(3.3)$$

여기에서, [N]은 형상함수(形狀函數 : Shape function) 라고 불려지는 것으로서, 일반으로 위치에 관한 함수이고, 일반으로는 다음과 같은 성질을 갖는다.

$$N_i(x_i,y_i)=1,\ N_i(x_i,y_i)=N_i(x_m,y_m)=0,\ (i\neq j,\ i\neq m)$$

(iv)의 과정 : 변형도 $\{\varepsilon\}$ 및 응력도 $\{\sigma\}$는 각각 다음음과 같이 주어진다.

$$\{\varepsilon\}=[B]\{d\}^e \quad (3.4)$$

$$\begin{aligned}\{\sigma\}&=[D](\{\varepsilon\}-\{\varepsilon_0\})+\{\sigma_0\}\\&=[D]([B]\{d\}^e-\{\varepsilon_0\})+\{\sigma_0\}\\&=[S]\{d\}^e-[D]\{\varepsilon_0\}+\{\sigma_0\}\end{aligned}\quad(3.5)$$

여기에서 $\{\varepsilon_0\}$및 $\{\sigma_0\}$는 각각 초기변형도(初期變形度 : Initial stress)를 나타낸다. [B]는 변형도 매트릭스(Strain matrix), [D]는 재료의 특성매트릭스(Property matrix)이다. [S]는 응력매트릭스(Stress matrix)이다.

(v)의 과정 : 요소의 경계상에 분포하는 하중 및 경계상의 응력에 등가인 절점력을 다음과 같이 쓴다.

$$\{F\}^e=\begin{Bmatrix}F_1\\F_2\\F_3\end{Bmatrix}\quad(3.6)$$

절점역과 절점변위와의 관계를 구한다. 절점력이 절점의 가상변위에 대해서 이루는 외력의 가상일은 내력의 가상일과 같다는 이론을 이용하면 다음과같이 얻어진다. 외력이 하는 가상일은 요소에 대해서 다음과 같이 주어진다.

$$(\delta\{d\}^e)^T\{F\}^e+\delta\{f\}^T\{p\}=(\delta\{d\}^e)^T\{F\}^e+(\delta\{\varepsilon\}^e)^T[N]^T\{p\}$$

여기에서, $\{p\}$는 단위체적당의 분포하중으로 $\{f\}$와 같은 방향의 성분을 갖는 것으로 한다.

한편, 단위체적당 내력의 가상일은 다음과 같이 주어진다.

$$(\delta\{\varepsilon\}^e)^T\{\sigma\}=(\delta\{d\}^e)^T[B]^T\{\sigma\}$$

외력의 가상일은 내력의 가상일과 같기때문에

$$(\delta\{d\}^e)^T\{F\}^e=(\delta\{d\}^e)^T(\int[B]^T\{\sigma\}dv-\int[N]^T\{p\}dv)$$

를 얻고, $\delta\{d\}$는 임의로 취할 수 있기 때문에 式(3.4), 式(3.5)를 이용하면 다음식을 얻는다.

$$\{F\}^e=(\int[B]^T[D][B]d_v)\{d\}^e-\int[B]^T[D]\{\varepsilon_o\}d_v+\int[B]^T\{\sigma_o\}d_v-\int[N]^T\{P\}d_v \quad (3.7)$$

우변의 제 1 항에 포함되어 있는 다음식을 요소의 강성 매트릭스(剛性매트릭스 : Stiffness matrix)라고 부른다.

$$[K]^e=\int[B]^T[D][B]dv \qquad (3.8)$$

(vi)의 과정 : 요소의 특성을 전체구조물에 대해서 조립하여 전체의 특성을 나타내는 식을 만든다.

(vii), (viii)의 과정 : 변위는 (vi)에서 얻은 식을 풀면 얻어진다. 변형도와 응력은 式(3.4), (3.5)를 풀어서 쉽게 구할 수 있다.

4. 건축구조와 비선형해석

3 장에서는 유한요소해석의 기본적인 생각방법에 대해서 간단히 그 과정을 설명하였다. 건축구조물에 대해서도 이에 준하여 해석하면 된다. 그런데 선형해석(線形解析)에 관한 한, 그 작업은 상식적인 일에 불과한 오늘날, 연구자의 눈은 오로지 비선형해석(非線形解析)으로 향하게 되고, 유한요소법의 세계는 지금까지 닦아온 소성역학(塑性力學) 및 유한변형탄성역학(有限變形彈性力學)과 끊임없는 전산의 발전에 뒷받침되어 본격적인 비선형시대 를 향하고 있다. 그리하여 여기에서는 주로 건축구조의 비선형해석에 촛점을 두어 간단히 서술해볼까 한다.

건축구조는 그 공간구성으로 보면 소위 단일공간(單一空間)과 적층공간(積層空間)으로 분류할 수 있다. 여기에서는 이 두 종류의 공간을 대표하고 있는, 현대건축의 상징이라고 할 수 있는 스페이스·스트럭추어(Space structure)와 고층건축으로 좁혀서 그 비선형해석을 설명한다.

먼저 간단하게 비선형문제의 분류에 대해서 설명한다. 비선형문제(非線形問題)는 첫째로 구조재료에 대하여 응력·변형도관계의 비선형성(非線形性)에 의한 재료의 비선형문제, 둘째로 구조물의 기하형상(幾何形狀)의 변화, 혹은, 변형도성분이 유한이라는 기하학적비선형문제 (幾何學的非線形問題), 세째로 그들이 결합된 복합비선형문제(複合非線形問題)의 3 종류로 나눌 수 있다. 재료의 비선형 문제는 소성역학(塑性力學)분야에서, 또 기하학적비선형은 유한변형이론(有限變形理論)으로서 탄성역학의 분야에서 이미 연구되어온 과제이다. 오늘날 유한요소법 연구자 들은 세째번의 복합비선형문제에 대해서 많이들 연구하고 있는 경향이다.

4·1 단일공간에 대한 비선형 해석

단일공간의 대표인 스페이스·스트럭추어는 거대한 공간을 기둥없이 덮기위하여 만든 구조형식이고, 이것은 다시 텐션구조(Tension structure)와 스페이스·후레임(Space frame)으로 나누어진다. 텐션구조로는 적(吊) 지붕구조(Cable net)와 막구조(膜構造)가 있다. 적지붕은 토목구조에 있어서 적교(吊橋)와 같이 바람에 의하여 흔들리기쉬운 성질을 갖고있기 때문에 진동과 대변형문제가 중요하다. 따라서 그 해석에는 기하학적비선형을 취급한 동적(動的)·정적(靜的)해석법이 필요하게 된다.

막구조는 Expo'70(특히 미국관)이래로 널리 알려진 구조이고, 그 이론은 본질적으로는 박막(薄膜)셀의 유한변이론이다. 단지 이 구조는 하중의 증대에 따라 「주름」의 발생을 피할 수 없는점이다른구조에서 찾아 볼 수 없는 특징이 있다. 그러나 「주름」이 생기드라도 힘이 재분배되는 것 뿐 내력(耐力)이 저하되지는 않는다. 따라서 막구조에서는 이「주름」의 조건을 넣은 기하학적비선형해석이 필요로 된다. 하여간 텐션구조에서는 대변형을 전제로 한 정도(精度)높은 비선형해석법의 개발연구가 필요하고 유한요소법의 이방면에의 기여가 기대되는 바이다.

스페이스·후래임은 입체골조를 이용한 대스팬 구조를 가르키는 경우가 많다. 이구조는 편평(偏平)하게 될수록 구조전체로서의 좌굴이 문제로 되고 볼록모양(凸形)이 될수록 비이현상(飛移現象)이 문제로 된다. 또 부정(不整)에 민감한 경우가 많기 때문에, 그와 같은 경우에는 초기부정(初期不整)을 해석대상에 넣을 필요가 있다. 일반으로 스페이스·후래임의 거동을 상세히 조사하기 위해서는 기하학적 비선형성을 도입한 해석법이 중요하게 되는 것이다. 또 최근의 연구로보터, 예를들면 H·P셀(Hyperbolic paraboloid shell) 과 같은 경우에는 좌굴한후에도 충분한 내력을 갖고 있음이 확인되고 있다. 이러한 것은 H·P셀에 있어서는 그 종국내력(終局耐力)을 알기위해 좌굴후의 거동을 조사할 필요가 있음을 의미한다. 이와같은 연구는 금년도 대한건축학회추계학술 발표회시에도 특별초청강연에서 동경대학 항가이(半谷裕彥 : Hangai, Yashuhiko)교수가 발표한 적이 있다. 이와같은 문제의 해결에 대해서는 복합비선형을 고려한 유한요소법이 큰 역할을 담당하리라고 생각한다.

4·2 적층공간에 대한 비선형 해석

적층공간(積層空間)을 구성하는 것으로서는 벽식구조와(壁式構造)와 라멘구조가 있다. 벽식구조는 저층건축 에 많고, 또 그 대부분이 철근콘크리트에 의한 것이다. 라멘구조의 경우, 철근콘크리트는 저층건축에, 철골철근 콘크리트가 중층건축에 채용되는 경우가 많다. 또 철골 조는 저층으로부터 초고층(超高層)에 이르기 까지 모든 라멘구조에 채용되고 있다. 여기에서는 철골고층라멘을 인식해가면서 이야기를 하고저 한다. 전술한 스페이스·스트럭추어의 경우는 주로 바람에 대해서 건물을 안전하도록 하는 것이 구조설계의 기본으로 되어으나, 철골고층원물의 경우는 바람과 동시에 지진(地震)에 대해서의 안전성이 중요한 문제로 되어있다. 지진외란(地震外亂)은 지금도 불확실한 점이 많기 때문에 건물을 내진적(耐震的) 으로 하기 위해서는 분별없이 큰안전율을 갖고 건물의 강도를 높이기 보다도, 적당한 강도와 충분한 변형능력을 건물에 부여하여, 건물전체적인 의미에서 인성(靭性), 즉 구조인성을 높이는 것이 합리적이다. 이와같은 사정으로부터, 건물의 탄성역(彈性域)은 물론 최대 내력점을 다시

넘은 상태에서의 정적 혹은 동적거동을 조사할 필요가 있게 된다. 이와 같은 대변형 영역에 있어서 탄소성 거동의 해석은 복합비선형성을 고려한 해석으로써 비로소 가능하게 된다.

5. 결 언

이상으로 유한요소법의 개념에 대한 설명과 건축구조를 해석함에 있어서 몇가지 대표적인, 即 스페이스 · 스트럭추어 분야와 벽식(壁式) 및 라멘구조분야에 대하여 고려해야 될 사항과 거기에서 연구되어야될 학문분야에 대해서 설명하였다.

과거에 우리나라의 구조계서 구조설계를 행함에 있어서는 대부분이 계산에 시간을 소비하는 경향이 있었음을 생각할 수 있다. 이와같은 계산문제는 컴퓨터에게 맡기고 진정 구조가 해야될 일은 건축계획에 참가해야 하고 계산에서 보다는 구조계획에 많은 시간을 소비해야만 될것이다. 또 구조연구가는 구조발전을 위한, 4 장에서 설명한 학문인이 연구개발에 적극 참여해야 될것이다. 이러한 면에서 볼때 아직 우리나라는 너무나 뒤떨어져 있음을 절실히 느끼게 하고 있다. 외국에서는 구조실무가들도 이러한 연구개발에 참가하고 있는 반면에, 우리나라에서는 구조연구가라고 자칭하는 사람이 컴퓨터가 해야할 일을 담당하고 있으니 말이다. 현재에는 차츰 진도되고 있긴하나, 선진국에 비해서 연구환경이 너무나도 나쁜 현실이다. 첫째로 연구할 수 있는 시간의 부족이다. 연구에 뒷받침해줄 수 있는 인력부족으로 빚어지는 잡무에 시간이 너무 소비된다. 둘째로 연구시설 부족이다. 세째로 연구가의 경제적인 뒷받침이 없다. 이를 해결하는데는 진정한 산학협동이 이루어져야될 것이다. 건설회사나 산업체에서는 눈앞의 이익에만 국한할 것이 아니라 20년, 30년 아니 그 훗날에있을 발전을 위하여, 이를 뒷받침하는 연구를 담당할 연구소등을 병설하고 우리나라의 우수한 젊은 두뇌를 개발하는 고급인력양성에 힘을 기울이는 실질적인 산학협동이이 이루어져야 할 것이다. 학문을 연구하는 연구자나 실무자 역시 각자가 처해있는 위치를 생각하고 자기가 해야할 일에만 충실해야 될 줄 믿는다. 만약 학문의 연구개발을 담당해야 될 연구자가 연구지도를 외면하고 업계에서 누구나 할 수 있는 일을 하고 있다고 한다면 이는 본래의 사명을 되찾아야 되리라고 생각한다. 우리 모두가 이렇게 자기의 사명을 다한다면 우리도 많은 젊은 학자나 구조기술자가 배출되어 이를 깊이' 연구 개발하고 적용할 수 있는 기반이 닦아져서 선진국 대열에 끼일 수 있으리라고 확신하고, 또 기대하는 바이다. 이는 필자의 개인 의견을 적어보았을 뿐이다. 「건축사」 잡지의 지면이 허락한다면 구조기술자를 위하여 유한요소법의 기초부터 적용에 이르기까지 「유한요소법 강좌」를 개설하고 싶다. 〈*〉

〈참고 문헌〉

(1) Zienkiewicz, O. C. and Cheung, Y. K., "The Finite Element Method in Structural and Continuum Mechanics," Mc-Graw-Hill, 1967. (吉識雅夫監訳, マトリックス 有限要素法, 培風舘, 1970)

(2) Zienkiewicz, O. C., "The Finite Element Method in Engineering Science, "Mc-Graw-Hill, 1971.

(3) Zienkiewicz, O. C. "The Finite Element Method," Mc-Graw-Hill, 1977.

(4) Finlayson, B. A. "The Method of Weighted Residnals and Variational Principles," Academic Press, 1972. (鷲津久一郎 外共訳, 重みつき残差法と変分 原理, 培風舘, 1974.)

(5) Desai, C. S. and Abel, J. E., "Introduction to the Finite Element Method," Van Nostrand Reinhold Co, 1972.

(6) Proceedings of the 1973 Tokyo Seminar on Finite Flement Analysis, University of Tokyo Press, 1973. P. 139 (신영기, 유철수)

(7) 大韓建築学会30周年 紀念論文集, 1975. 9. P. 155 (권택진), P. 227 (최창근)