Journal of the KSQC
Vol. 9, No. 2, 1981

最適不良率과 計量餘裕量의 決定에 관한 研究

Determinig the Optimum Defective Rate and the Weight Allowance

尹 德 均*
李 南 植*

ABSTRACT

Products are assumed to be spoiled and not recoverable when the raw material below the prescribed weight level is charged in the mold. The raw material is autoscaled and their weight is normally distributed with a given variance. This paper describes an appropriate stochastic model of determining the optimum weight allowance and the associated defective rate for auto scale system. The optimum weight allowance and the defective rate which minimizes the total loss of defective and the excess weight allowance is obtained. A numerical example for the existing rubber company is also presented and evaluated.

I. 序 論

品質管理에 대한 企業의 인식이 높아짐에 따라 많은 企業에서 全社的 品質管理(TQC)나 무결점(Zero Defect) 운동과 같은 구호를 내걸고 이에 많은 노력을 기울이고 있다. 그러나 관리층에서 지나치게 무결점 또는 不良率 저하만을 강조한 나머지 오히려 全体的인 生産原価가 增加되는 경우가 있다.[1] 特히 定量을 포장하는 경우－비료, 설탕 또는 통조림, 혹은 금형에 原料를 부어 만들 때에는 原料를 計量하여야 하는데 이때 저울의 誤差를 감안하여 餘裕量을 두지 않으면 안된다. 이는 제품의 不良率과 生産原価에 직접적인 영향을 미친다.

例를 들어 신발류 수출업체인 S実業의 경우 구두창을 금형을 使用하여 제작하는데 일단 발생된 不良品은 回収하여 再사용하는 것이 불가능하므로 品質管理부서에서는 不良率을 낮추도록 강력히 종용하였다. 그 結果 生産工程의 作業者들이 計量餘裕量을 크게 늘림으로써 不良率은 감소하였으나 会社는 손해를 보게 되었다. 이와같이 計量餘裕量을 증가시키면 不良率은 감소하나 필요이상의 原料를 投入하여야 하며 이들 사이에는 상충관계가 있다. (그림 1과 그림 2 참조) 따라서 經濟的인 生産을 위해서는 最適不良率과 最適餘裕量의 概念이 매우 重要하며 原価절감의 측면에서도 매우 의의가 있다 하겠다.

이러한 점들에 착안하여 本 研究에서는 費用模型을 근거로 한 最適不良率과 最適餘裕量의 決定에 관하여 考察하고자 하며 이들 概念을 실제 生産工程에 쉽게 적용할 수 있음을 例를 통하여 살펴보고자 한다.

II. 費用模型

우선 두가지 損失費用을 고려할 수 있다. 즉 품질기준 한계에 미달로 인한 불량에 따라 이를 使用할 수 없게되므로 발생되는 損失(C_a)과 품질 기준

* 韓國科學技術院 産業工學科

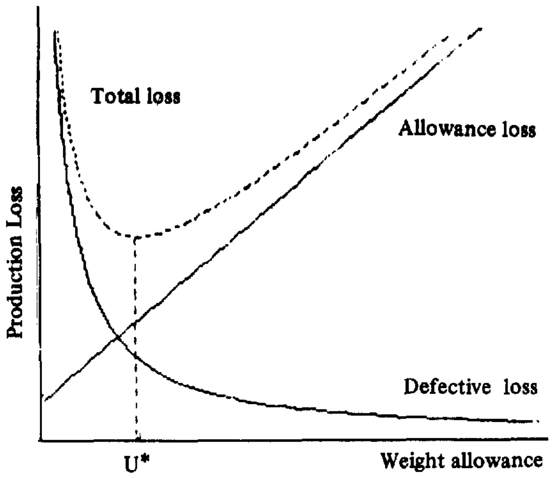

Figure 1. Production loss vs. Weight allowance

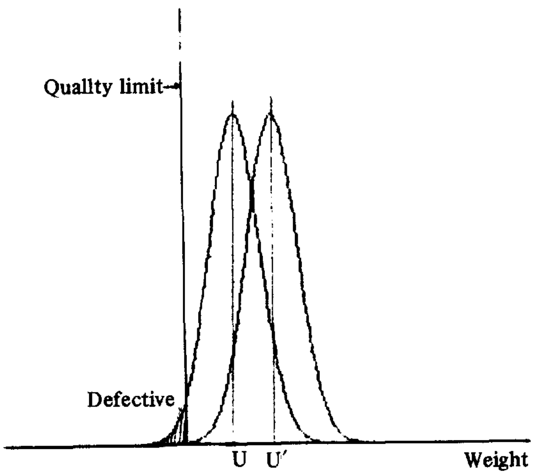

Figure 2. Shift of Weight setting from U to U′

이상으로 原料를 投入함으로써 발생되는 費用(C_b)으로 다음과 같은 假定下에서 出発하였다.

(1) 일단 발생된 不良品은 回収하여 再使用할 수 없으며 不良으로 인한 損失과 과잉餘裕로 인한 損失 두 경우에 있어 모두 単位當 損失費用은 同一하다고 假定한다.

(2) 저울의 誤差는 正規分布를 따른다고 假定한다.

(3) 誤差의 크기는 一定하다. 즉 分布의 分散은 일정하다고 假定한다.

우선 費用模型과 관련된 변수들을 다음과 같이 定義하였다.

u : 計量基準値

α : 품질기준한계

σ : 分布의 分散으로 表視된 저울의 誤差

単位当 발생되는 総損失費用은 前述한 두가지 損失費用 C_a와 C_b의 合으로 表視되며 이는 또한 計量基準値(u)의 函数형태로 나타낼 수 있다.

$$F(u)=C_a+C_b$$
$$=\int_0^{\alpha}\frac{x}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-\frac{(x-u)^2}{2\sigma^2}}dx+\int_{\alpha}^{\infty}\frac{(x-\alpha)}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-\frac{(x-u)^2}{2\sigma^2}}dx$$
$$\fallingdotseq u-\alpha\cdot\int_{\alpha}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-\frac{(x-u)^2}{2\sigma^2}}dx \cdots\cdots(1)$$

Ⅲ. 最適計量餘裕量과 不良率의 決定

最適計量餘裕量(S^*)이란 誤差가 σ인 저울을 사용하여 計量할 때 품질기준한계에 어느 정도 餘裕를 두어 담아야 하는가를 나타내는 量으로 費用函数 F를 最小로 하는 計量基準値(u^*)와 품질기준한계(α)의 差異를 말하며 바로 이때의 不良率이 最適不良率이 된다.

費用函数 F는 u에 関한 오목(convex) 函数이므로 $\partial F/\partial u=0$로부터 F를 最小로 하는 計量基準値(u^*)와 最適計量餘裕量(S^*)를 다음과 같이 求할수 있다.

Leibnitz 公式(2)에 의하여

$$\frac{\partial F(u)}{\partial u}=1-\frac{\partial}{\partial u}\left[\alpha\cdot\int_{\alpha}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-\frac{(x-u)^2}{2\sigma^2}}dx\right]$$
$$=1-\alpha\int_{\alpha}^{\infty}\frac{(x-u)}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-\frac{(x-u)^2}{2\sigma^2}}dx$$
$$=1-\frac{\alpha}{\sqrt{2\pi}\sigma}\exp\left[\frac{-(x-u)^2}{2\sigma^2}\right]\cdots\cdots(2)$$

式(2)를 0로 놓고 u에 관하여 定理하면 費用을 最小로 하는 計量基準値(u^*)는 다음과 같이 나타내어진다.

$$u^*=\alpha+\sigma\sqrt{2\ln\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\left(\frac{\sigma}{\alpha}\right)^{-1}}\cdots\cdots(3)$$

또한 最適計量餘裕量(S^*)는 $u^*-\alpha$인

$$S^*=\sigma\sqrt{2\ln\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\left(\frac{\sigma}{\alpha}\right)^{-1}}\cdots\cdots(4)$$

가 된다.

이제 式(3)과 式(4)의 양변을 各各 α와 σ로 나누면

$$\frac{u^*}{\alpha}=1+\frac{\sigma}{\alpha}\sqrt{2\ln\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\left(\frac{\sigma}{\alpha}\right)^{-1}} \quad \cdots\cdots (5)$$

$$\frac{S^*}{\sigma}=\sqrt{2\ln\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\left(\frac{\sigma}{\alpha}\right)^{-1}} \quad \cdots\cdots (6)$$

여기서 품질기준한계(α)와 저울의 오차(σ)는 사전에 定해진 값이므로 **最適計量基準値** u^* 및 **最適計量餘裕量** S^*는 式(5)와 式(6)의 右변의 값에다 α와 σ를 各各 곱하여 얻는다. 결국 u^*와 S^*는 다음과 같은 형태이다.

$$u^*=m_1\cdot\alpha$$
$$S^*=m_2\cdot\sigma \quad \cdots\cdots (7)$$

이때 multiplier m_1과 m_2는 σ와 α의 비(ratio)의 함수이므로 저울의 **相対誤差**가 同一하면 그 값은 同一하다. 그림 3과 그림 4는 m_1과 m_2의 σ/α에 대한 관계를 보여준다.

한편 不良率(p')은 다음과 같은데

$$p'=\Phi\left(\frac{u-\alpha}{\sigma}\right) \quad \cdots\cdots (8)$$

式(8)에 u^*를 代入하면 最適不良率 p^*를 求할수 있다. 즉

$$p^*=\Phi\left(\frac{u^*-\alpha}{\sigma}\right)$$
$$=\Phi\left(\frac{\alpha+\sigma\sqrt{2\ln\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\left(\frac{\sigma}{\alpha}\right)^{-1}}-\alpha}{\sigma}\right)$$
$$=\Phi\left(\sqrt{2\ln\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\left(\frac{\sigma}{\alpha}\right)^{-1}}\right) \quad \cdots\cdots (9)$$

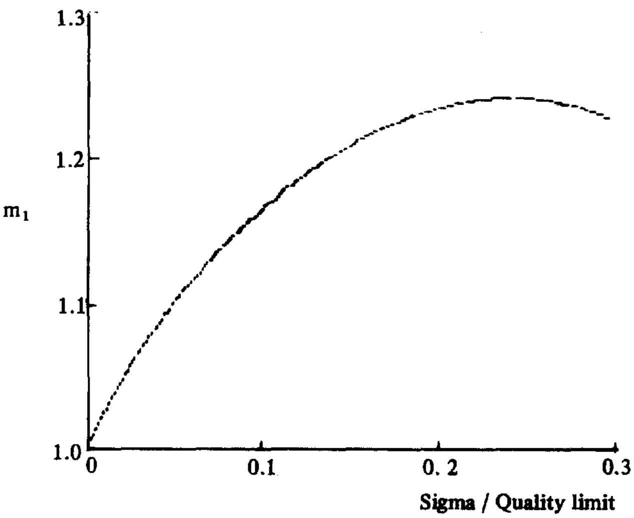

Figure 3. m_1 vs. Ratio σ/α

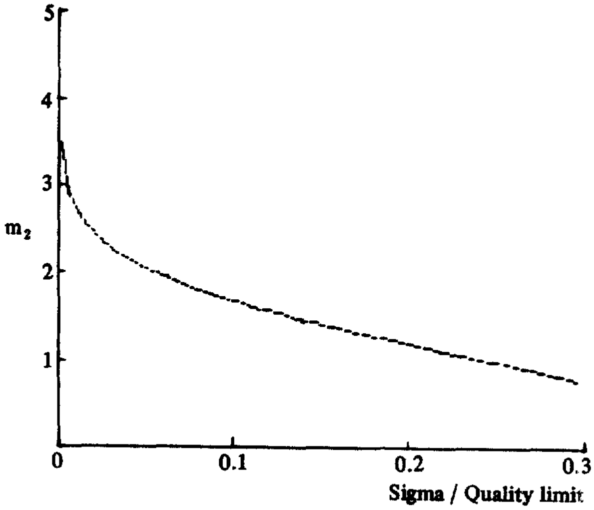

Figure 4. m_2 vs. Ratio σ/α

p^* 또한 σ/α에 의하여 決定되며 兩者의 관계가 그림 5에 圖示되어 있다.

이와같은 最適不良率下에서의 單位當 損失費用은 式(1)로부터

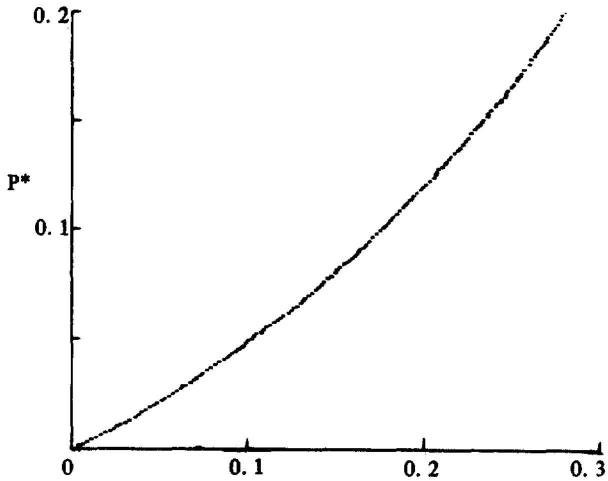

Figure 5. Optimum defective rate vs. Ratio σ/α

$$F(u^*)=u^*-\alpha\int_{\alpha}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-\frac{(x-u^*)^2}{2\sigma^2}}dx$$
$$=u^*-\alpha\cdot(1-p^*) \quad \cdots\cdots (10)$$

이 된다.

Ⅳ. 應用事例

1. 自動計量 (Autoscaling)

품질기준한계가 1,000g인 고무신을 만드는 공장에서 고무신틀에 注入하는 용융고무액을 $\sigma=2.5$인 自動계량기로 달아 넣을때 計量基準値를 제품不良率에 근거하여 맞추는 경우와 式(7)을 사용하여 맞추는 兩案의 경제성을 비교해 보면 우선 제품의 不良率에 근거할 경우 不良率 1%일 때의 單位當 費用은 式(8)로부터 求해진 $u=1005.82$g을 式(1)에 代入하면

$$F(u)=u-a\int_a^\infty \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-u)^2}{2\sigma^2}}dx$$

$$=u-a\cdot(1-p')$$

$$=1005.82-1000\times(1-.01)=15.82$$

같은 方法으로 얻은 0.5%, 0.1%, 및 0.01%에 대한 費用이 表1에 나타나 있다.

Defective rate	1%	0.5%	0.1%	0.01%
Total loss per unit	15.82	11.44	8.73	11.04

Table 1. Total loss per unit under different defective rates 1%, 0.5%, 0.1%, and 0.01%

한편 最適計量餘裕量의 개념을 쓰면 式(7)로부터

$$u^*=m_1\cdot a$$

$$=1.00796\times1000$$

$$=1007.96$$

(m_1은 그림 3으로부터 직접 읽을 수도 있고 式(3)에서 계산을 하여 구할 수도 있다.) 單位當 費用은 式(10)으로부터

$$F(u^*)=u^*-a\cdot(1-p^*)$$

$$=1007.96-1000\times(1-.0007)$$

$$=8.66$$

이 된다.

이와같은 工場에서 年間 100萬 켤레의 고무신을 生產하며 單位当 原価가 5원이라면 불량률을 거의 0로 한 경우(表1)와의 年間 原価차액(C_d)은

$$C_d=(11.04-8.66)\times₩\,5\times10^6\times2$$

$$=₩\,23,800,000$$

에 이른다.

2. 저울의 經済性

저울의 誤差는 두가지 面에서 費用을 발생시키는데 첫째는 誤差의 증가로 인한 費用의 損失이며 다른 하나는 誤差가 작은 저울로 교환을 하거나 誤差를 보정하는데 드는 費用이다. 아무리 좋은 저울일지라도 時間이 경과함에 따라 오차가 증가 — 즉 σ가 증가하는데 그림 6에는 여러가지 σ값에 대한 前述한 m_1값이 나와있다. 주어진 품질한계에서 σ 증분에 따른 단위당 손실 비용을 계산하는데 사용할 수 있다.

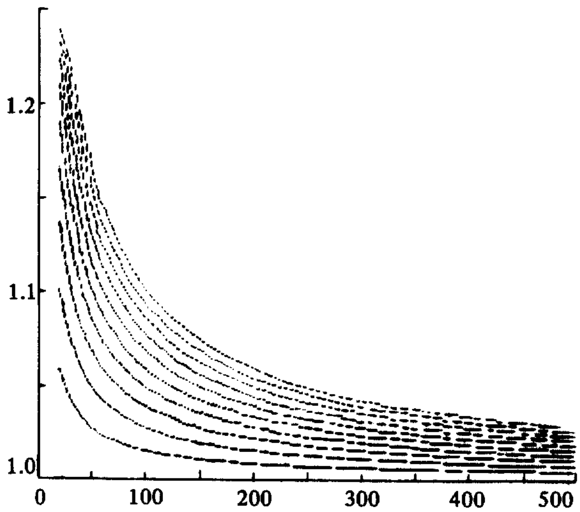

Figure 6. m_1 vs. Quality limit at various Sigma levels.

특히 化学工場과 같이 연속 생산을 하는 경우에는 저울의 교환이나 보정 時期가 매우 重要한 문제가 된다. 따라서 最適計量餘裕量의 개념을 응용하면 다음과 같이 최적교체(Optimal replacement) 期間을 산출해 낼 수 있다.

C_r : 교체에 들어가는 総費用

C_{e_j} : j번째 單位期間에서 σ의 증가로 발생한 손실

u_j^* : j번째 單位期間에서의 最適計量基準値

p_j^* : j번째 單位期間에서의 最適不良率

i : 利子率

교체에 드는 総費用의 現在価値와 σ증가로 인하여 발생될 損失合計의 現在価値가 동일하게 되는 期間이 最適교체 시기이므로

$$C_r-\sum_{j=1}^{n} C_{e_j}\cdot\frac{1}{(1+i)^j}=0\cdots\cdots(11)$$

式(11)을 만족하는 n이 最適교체期間이 된다. 이 때 C_{ej}는 式(10)으로부터

$$C_{ej} = F(u_j^*) - F(u_{j-1}^*)$$
$$= (u_j^* - u_{j-1}^*) - \alpha\cdot(p_{j-1}^* - p_j^*)$$

가 된다.

V. 結　　論

品質管理의 大전제가 불량률을 감소시키는 것이나 生産工程을 고려하지 않고 지나치게 不良率 저하만을 강조하는 경우에는 全体的인 生産原価가 증가하는 경우가 발생한다. 특히 저울을 사용하여 원자재를 다루는 工程에서 이러한 문제가 많이 발생된다. 따라서 生産原価를 最小化하는 不良率의 개념이 重要하다 하겠다.

本 硏究에서는 確率的 費用模型에 근거하여 費用을 最小로 하는 不良率과 最適計量餘裕量 p^*와 S^*를 求하였으며 이 값들을 오차(σ)와 품질 기준한계(α)의 비(ratio)만으로 쉽게 찾을 수 있는 方法을 제시하였다. 또한 例를 통하여 生産原価 절감에 이들이 미치는 영향을 살펴 보았으며 저울을 보정 또는 교체하는 최적교체시기를 산출하는데 應用할 수 있음을 보았다.

本 硏究에서는 σ가 일정한 경우만을 고려하여 p^*와 S^*를 決定하였으나 σ가 어떤 양상(Pattern) 을 가지고 변화할 때 이를 고려한 p^* 또는 S^*를 산정하는 것이 추후의 과제로 남아있다 하겠다. 또한 本 硏究에서는 제품의 良, 不良이 工程에서 全數 측석에서 판정되는 경우를 고려하였으나 Sampling plan 에 의하여 검사가 실시되는 경우에 대한 硏究도 앞으로 진행되어야 할 것이라 기대된다.

《參考文獻》

〔1〕. 尹 德均, 中小企業進興工団 技術指導보고서, 1981

〔2〕. Kaplan, Wilfred, *Advanced Calculus,* Reading, Mass., 1952