Journal of the KSQC
Vol. 9, No. 1, 1981

와이블分布 母數推定의 컴퓨터 프로그램

A Computer Program for Weibull Parameter Estimation

嚴 泰 元*
鄭 秀 一**

ABSTRACT

This paper deals with the estimation of the Weibull parameters, which have a close relation with product reliability characteristics.

Among the many kinds of estimation methods, Ishikawa's Weibull Probability Paper (WPP) is commonly used. The WPP is very convenient, but it has a great disadvantage in estimation accuracy by plotting method. It is very difficult to get the same results even if one use the same data several times.

A computer program for the regression method is used for the parameter estimation to reduce these errors.

I. 緒 論

1. 研究目的

現在, 一般 工産品에 대한 소비자들의 인식이 많이 바뀌어 가고 있다. 즉 모든 製品에 대해 信賴性, 安全性, 高品質 등을 요구하고 있으며 이들이 결여된 제품은 소비시장에서 외면을 당하게끔 되었다. 이에 따라 각 업체들은 품질보증업무에 박차를 가하게 되었으며 高信賴度 部品의 研究, 開発에 착수하게 되었다.

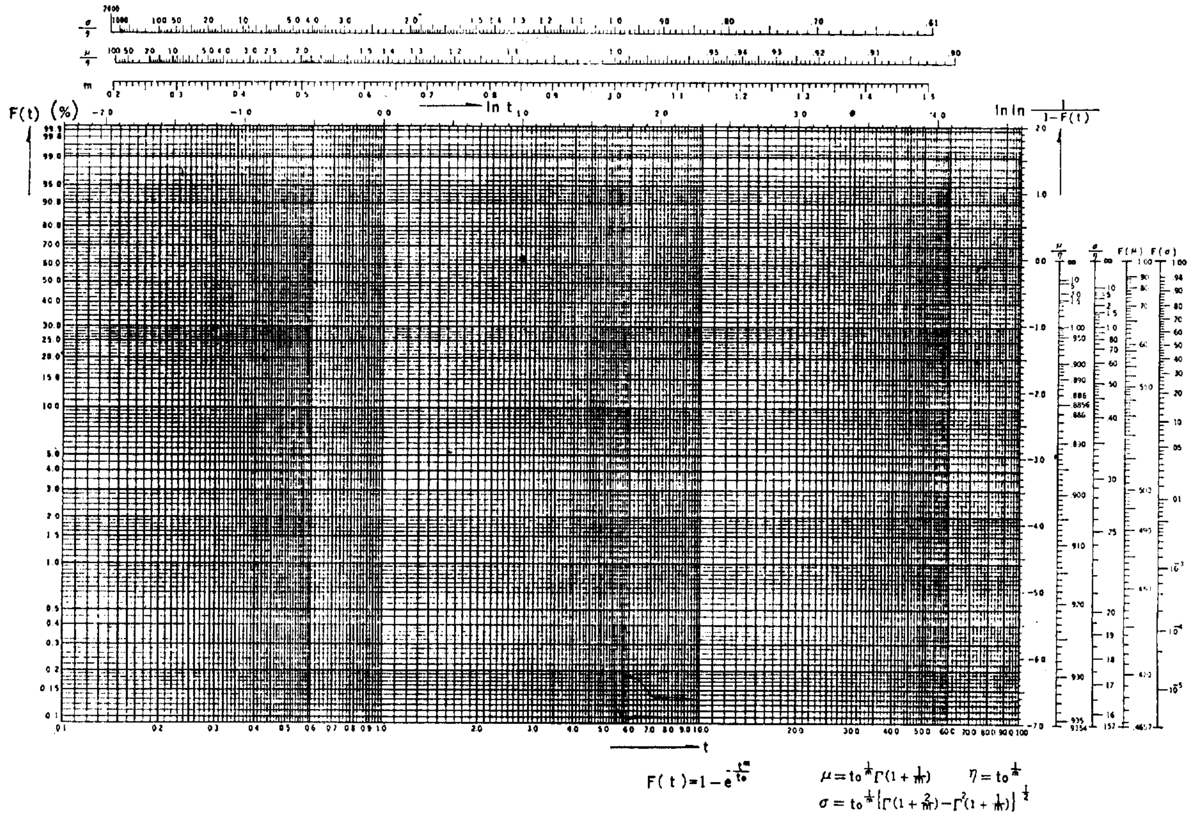
本 研究는 이러한 움직임에 맞추어 많은 製品의 신뢰성 특성을 나타내 주는 와이블分布의 母數들을 보다 正確하게 추정함으로써 그들 제품의 신뢰성 管理를 보다 효율적으로 이끌어 나가는데 도움을 주고자 한다.

2. 研究方法

分布의 母数를 추정하는 데는 여러가지 方法이 있으나 本 研究에서는 이들중 가장 손쉽고 便利한 와이블確率紙를 擇하였으며 여러종류의 確率紙중에서도 α, β, γ Scale이 표시되어 있어 母数推定을 가장 容易하게 할 수 있는 石川의 形式(그림 참조)을 참고 하였다.

그리고 와이블確率紙의 盲点으로 지적되고 있는 plotting한 점들을 直線 또는 曲線으로 fitting시키는데 있어서의 개개인 및 작도상의 오차를 최대한으로 줄이기 위해 line fitting을 regression을 利用하여 컴퓨터 프로그램으로 作成하였다. 또한 와이블확률지에 의한 母数推定値와 컴퓨터 프로그램을 이용한 母数推定値의 效率을 比較, 検討하였다.

* 柳韓工業專門大學 工業經營學科 教授
** 仁荷大學校 產業工學科 教授



와이블 確率紙(石川 形式)

Ⅱ. 理論的 考察

1. 信 賴 性

신뢰성이라는 개념은 抽象的으로는 시스템, 제품 또는 부품기능의 時間的 안정성을 나타내는 程度 또는 性質이라고 정의되지만 실제로 시스템이나 製品의 信賴性을 측정하고, 개선하고 관리하는 立場에서는 구체적인 確率로서의 定義가 필요하다.

信賴度란 시스템, 제품 또는 부품이 어떤 규정의 조건 아래서 의도하는 期間中 규정의 기능을 고장없이 수행하는 確率로 정의된다. 이 정의에서 중요한 것은

① 対象은 무엇인가

② 機能이란 무엇이며, 기능을 잃고 있는 故障이란 무엇인가

③ 規定의 時間이란 무엇인가

④ 規定의 使用條件이란 무엇인가

를 명확하게 해야 한다.

信賴度 R(t)는 t=0에서 쓰기 시작한 제품의 몇 %가 그 시점에서 고장나지 않고 남아있는가라는 残存率에 해당된다. 한편 時間 t까지 全体의 몇 %가 고장났는가를 나타내는 不信賴度 F(t)는 1-R(t)이다

또한 故障 發生時間의 밀도함수 f(t)는 단위 시간당 全体의 몇 %가 고장났는가 하는 頻度를 나타내는 것이며, 数学的으로는 F(t) 또는 -R(t)의 일차도함수이다.

$$f(t)=\frac{dF(t)}{dt}=-\frac{dR(t)}{dt}$$

그런데 信賴性에는 Q. C. 에서의 不良率에 상당하는 것으로 時間 t까지 故障없이 살아남은 부분, 즉 R(t)중에서 다음의 단위시간에 몇 %가 고장나는가라는 조건부밀도를 나타내는 故障率이라는 尺度를 자주 쓰게 되며 다음과 같이 定義된다.

$$\lambda(t)=\frac{f(t)}{R(t)}=\frac{\frac{-dR(t)}{dt}}{R(t)}$$

$$R(t)=\exp[-\int_0^t \lambda(t)dt]$$

2. 와이블分布[2)]

와이블分布는 많은 실제적인 現象으로부터 일어나는 time-to-failure 데이타를 fitting시키는데 있어서의 다양한 융통성으로 인하여 信賴性, 수명시험 등의 분야에 넓게 利用되고 있으며 또한 Weibull plot가 이질의 또는 mixed distribution들을 보여 주는데 민감하기 때문에 指数分布, 正規分布들도 와이블分布에 의해 근사시킬 수가 있다.

와이블分布는 다음과 같은 누적분포함수 F(t) 및 확률밀도함수 f(t)를 갖는 分布이다.

$$F(t)=1-R(t)=1-\exp[-(t-\gamma)^{\beta}/\alpha]$$

$$f(t)=\frac{\beta(t-\gamma)^{\beta-1}}{\alpha}\exp[-(t-\gamma)^{\beta}/\alpha]$$

윗 式에는 母数가 3個 있고, 各各 다음과 같이 정의된다.

α : 尺度의 母数(scale parameter)

β : 型의 母数(shape parameter)

γ : 位置의 母数(location parameter)

$y=(t-\gamma)/\alpha^{\frac{1}{\beta}}$ 로 놓고 y의 확률밀도함수 f(y) 를 구하여 보면 $dt=\alpha^{\frac{1}{\beta}}dy$가 되므로

$$f(t)dt=\beta\left(\frac{t-\gamma}{\alpha^{\frac{1}{\beta}}}\right)\cdot\exp\left[-\left(\frac{t-\gamma}{\alpha^{\frac{1}{\beta}}}\right)^{\beta}\right]\cdot\frac{dt}{\alpha^{\frac{1}{\beta}}}$$

$$=\beta y^{\beta-1}\cdot\exp[-y^{\beta}]dy$$

$$\therefore f(y)=\beta y^{\beta-1}\cdot\exp[-y^{\beta}]$$

이상으로 γ나 α는 어느것이나 時間軸의 大小에만 관계되는 母数로서 本質的인 모수는 β라는 것을 알 수 있다. 즉 β가 크면 확률밀도함수가 뾰족해짐과 동시에 모든 제품의 특성이 비슷하다는 것을 나타낸다. 또한 $\beta>1$, $\beta=1$, $\beta<1$에 따라서 故障의 발생상태가 고장률증가형, 고장률일정형, 고장률 감소형과 같이 형상적으로 구별되는 것도 와이블分布의 便利한 점이라고 할 수 있다.

그런데 데이타를 와이블分布에 맞추어서 取扱하려면 α, β, γ의 세가지 모수를 推定하지 않으면 안된다. 이들이 推定되면 β의 값에 따라 故障의 性質이 파악된다거나, 임의의 時間 t까지의 信賴度 등을 알게 된다.

실측데이타로부터 이들의 母数를 推定하는 가장 실용적인 方法은 와이블확률지를 使用하는 方法이다.

3. 와이블確率紙의 構成 및 母数推定方法[2)]

와이블확률지의 구성은 다음과 같이 되어 있다.

$F(t)=1-\exp[-(t-\gamma)^{\beta}/\alpha]$에서 $\gamma=0$로 놓고 移項하면

$$1-F(t)=\exp[-t^{\beta}/\alpha]$$

가 되고 양변의 자연대수를 取하면

$$\ln[1-F(t)]=-t^{\beta}/\alpha$$

가 된다. 이것을 $\ln\frac{1}{1-F(t)}=t^{\beta}/\alpha$로 변형하고, 다시 한번 양변의 자연대수를 取하면

$$\ln\ln\frac{1}{1-F(t)}=\beta\ln t-\ln\alpha$$

가 된다. 변수 t를 包含한 項을

$$\ln\ln\frac{1}{1-F(t)}=Y,\quad \ln t=X$$

로 생각하면 윗 式은 Y=AX+B와 같은 形이 된다.

確率紙는 $\ln\ln\frac{1}{1-F(t)}$가 종축에 ln t가 횡축이 등간격 눈금으로 매겨져 있다. $\gamma=0$인 와이블分布를 따르는 데이타를 플로트하면 그 경사(slope)가 形의 母数β, 절편이 $-\ln\alpha$인 直線이 된다.

어떤 時間 t (아래 눈금)에서 n個中 r번째의 故障이 났다면 t와 F(t) 퍼센트(확률지의 좌측)의 눈금으로 $F(t)=r/(n+1)$에 對応하는 점에 타점한다. 이렇게 하여 구한 점들에 가장 알맞는 直線을 긋고 (fitting), 경사를 종축(확률지의 우측)의 눈금을 使用하여 읽으면 이것이 β이다. 또 α는 데이타에 適合시킨 직선이 t=1의 종의 주축과 만나는 점으로 부터 우측으로 횡축과 평행선을 그어 우측의 $\ln\ln\frac{1}{1-F(t)}$

의 눈금을 읽으면 이것이 -ln α이다. -ln α를 α로 고치기 위해서는 횡축의 위의 눈금과 아래의 눈금이 ln t와 t와의 관계를 나타내고 있으므로 ln α의 값을 위 눈금에서 取하고, 그 점으로부터 똑바로 내려와 t를 읽으면 이것이 α가 된다.

Ⅲ. 컴퓨터 프로그램의 작성

1. 프로그램의 개요

本 硏究에서 제시된 와이블分布의 母數를 추정하는 프로그램의 內容은 大別해서 γ가 0일 경우, γ의 값이 주어졌을 경우, γ의 값까지도 추정해야 하는 경우로 나눌 수 있으며 推定技法으로서 最小自乘法을 使用하였다.[1]

즉,

$$Y_i \doteq b_0+b_1x_i+\cdots\cdots+b_nx_i^n$$

이라 하면 오차자승의 합은

$$S=\sum_{i=1}^{n}(Y_i-y_i)=\sum_{i=1}^{n}(b_0+b_1x_i+\cdots\cdots+b_nx_i^n-y_i)^2$$

이 되고 이를 最小로 하기 위해서는

$$\partial S/\partial b_0=2\sum_{i=1}^{n}(b_0+b_1x_i+\cdots\cdots+b_nx_i^n-y_i)=0$$

$$\partial S/\partial b_1=2\sum_{i=1}^{n}x_i(b_0+b_1x_i+\cdots\cdots+b_nx_i^n-y_i)=0$$

$$\vdots$$

$$\partial S/\partial b_n=2\sum_{i=1}^{n}x_i^n(b_0+b_1x_i+\cdots\cdots+b_nx_i^n-y_i)=0$$

이어야 하며 이를 정리하면

$$b_0n+b_1\sum x_i+\cdots\cdots+b_n\sum x_i^n-\sum y_i=0$$

$$b_0\sum x_i+b_1\sum x_i^2+\cdots\cdots+b_n\sum x_i^{n+1}-\sum x_iy_i=0$$

$$\vdots$$

$$b_0\sum x_i^n+b_1\sum x_i^{n+1}+\cdots\cdots+b_nx_i^{2n}-\sum x_i^ny_i=0$$

가 된다.

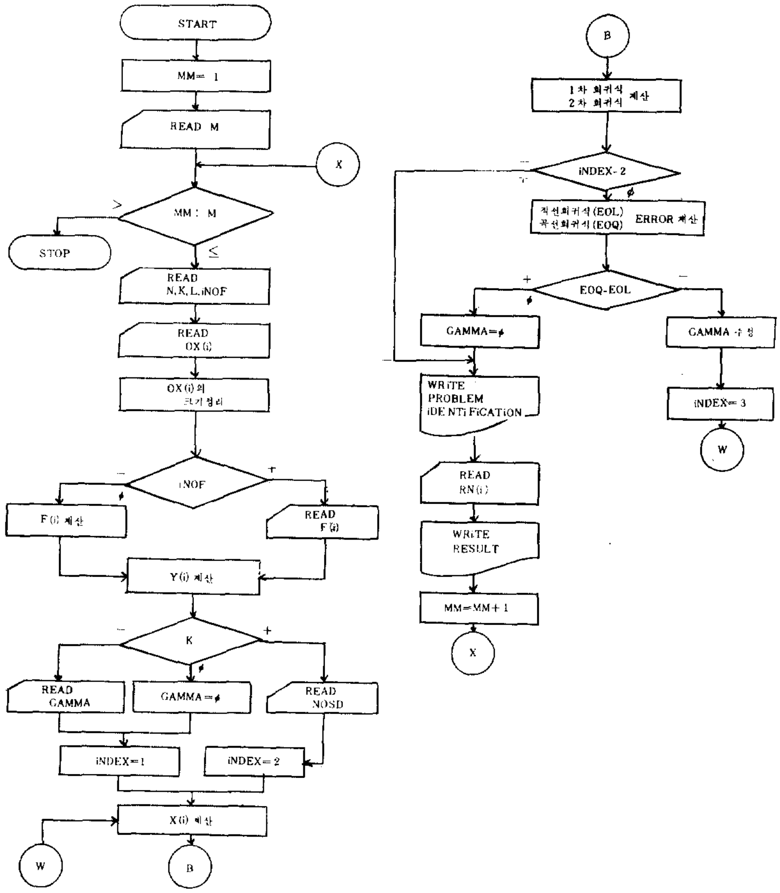
그러나 와이블확률지상에서 $\gamma=0$인 경우에는 1次式까지, $\gamma>0$인 경우에는 2次式까지만 利用해도 충분하므로 위의 방정식을 2次式까지만 풀어 Y_i의 계수 b_0, b_1, b_2를 구하였으며 이를 利用 다음과 같이 프로그램을 作成하였다.

- ○필요한 데이타(M : 풀려고 하는 문제수, N : 데이타수 등)를 읽어 들이는 부분
- ○γ가 0일때 α, β를 추정하는 부분
- ○γ를 주었을 때 α, β를 추정하는 부분
- ○γ를 모를 때 α, β, γ를 추정하는 부분
- ○problem identification을 인쇄해 주는 부분
- ○결과치를 인쇄해 주는 부분

本 프로그램에서는 풀려고 하는 問題의 數를 M의 값으로 지정해 주면 몇개든지 동시에 넣도록 하였고 original failure data OX(i)는 컴퓨터 내에서 크기순으로 정리하도록 하였다.

γ를 推定할 경우에는 error(각점들의 추정회귀곡선으로부터의 편차의 제곱의 합)가 가장 적은 두 γ값 사이에 정확한 γ값이 存在한다는 가정하에 時間 t=0에서 부터 처음으로 고장이 나는 時間 OX(1)까지를 잘게 나누어 각각의 區間마다 γ값을 지정해 주고 regression을 이용해 error가 가장 적은 경우의 γ값을 추출한 후 이 γ값으로 부터 OX(1)까지를 또 다시 세분해 유효숫자 자리만큼 反復계산을 하도록 하였다.

2. 흐름 도표



3. 데이타의 入力方法

데이타의 구성은 推定하려는 문제의 性格上 A) $\gamma = 0$일 경우 B) γ의 값이 주어질 경우 C) γ의 값을 추정해야 할 경우로 나눌 수 있다.

○ 첫째카드 : 풀려고 하는 문제수(i3)

○ 둘째카드

1 − 3 column : 데이타 카드수(i3)

4 − 6 column : γ의 추정여부를 지정(i3)

−값 : γ가 주어질 경우

0값 : γ가 0인 경우

+값 : γ를 추정하는 경우

7 − 9 column : input data이외의 점에서의 R(t) 의 계산(i3)

− 또는 0값 : 구하지 않는다.

+값 : 구한다.

10 − 12 column : F(i)가 주어지는지의 여부(i3)

− 또는 0값 : 주어지지 않고 프로그램내 에서 계산

+값 : 주어짐

A) γ가 0일 경우

셋째카드 : original failure data(F11.5) 필요한 만큼 카드가 증가됨

넷째카드 : failure percent data(F11.5) 필요한 만큼 카드가 증가됨

다섯째카드 : other failure data(F10.3)

B) γ의 값이 주어질 경우

셋 째 카 드 : A)의 셋째카드와 동일

넷 째 카 드 : A)의 넷째카드와 동일

다섯째카드 : 주어진 γ의 데이타(F10.3)

여섯째카드 : A)의 다섯째카드와 동일

C) γ의 값을 추정할 경우

셋 째 카 드 : A)의 셋째카드와 동일

넷 째 카 드 : A)의 넷째카드와 동일

다섯째카[illegible] [illegible]정하고자 하는 유효숫자 자리수

[illegible]10)

여섯째 [illegible])의 다섯째카드와 동일

문제의 数를 나타내는 첫째카드를 deck의 맨위에 놓고 둘째카드를 각각 포함한 A), B), C), 의 set를 임의로 섞어 하나의 data deck를 만들 수 있다.

Ⅳ. 와이블確率紙에 의한 結果와 컴퓨터 프로그램에 의한 結果의 比較

＊ Data＊

	例 1		例 2		例 3	
α	23.45		21.80		175,722.10	
β	1.00		1.90		1.62	
γ	0.00		2.00		1,249.00	
	t	F(t)	t	F(t)	t	F(t)
	2.76198	0.111	3.15732	0.066	1,400	0.02
	5.89326	0.222	5.85027	0.334	1,600	0.07
	9.50803	0.333	7.35716	0.714	1,800	0.13
	13.78340	0.444	9.32857	0.879	2,000	0.24
	19.01650	0.556	11.52348	0.969	2,400	0.44
	25.76260	0.667	13.57360	0.989	3,000	0.70
	35.27090	0.778	15.75914	0.999	4,000	0.88
	51.52500	0.889			5,000	0.96

表에 제시된 故障時間 t에 대한 data는 실측 data가 아니고, 프로그램의 성능검토 및 graphical method와의 비교를 위해 다음과 같이 작성한 인위적인 data이다.

$R(t)=\exp[-(t-\gamma)^{\beta}/\alpha]$

에서 양변의 ln을 取하면

$\ln R(t)=-(t-\gamma)^{\beta}/\alpha$

이 되는데 양변에 -1을 곱하고 다시 한번 ln을 取하면

$\ln[-\ln R(t)]=\beta\ln(t-\gamma)-\ln\alpha$

가 되고

$\ln(t-\gamma)=[\ln[-\ln R(t)]+\ln\alpha]/\beta$

$t-\gamma=\exp\{[\ln(-\ln R(t))+\ln\alpha]/\beta\}$

$t=\exp\{[\ln(-\ln Rc(t))+\ln\alpha]/\beta\}+\gamma$

이 되므로 이 式에 미리 지정된 α, β, γ와 R(t)를 대입하여 t를 구한다.

表에서의 인위적인 data를 이용하여 Graphical method와 Computer method에 의해 母数들을 推定한 結果 다음과 같았다.

	例 1		例 2		例 3	
	Graphical	Computer	Graphical	Computer	Graphical	Computer
α	24.0	23.45	25.20	21.78	169,460.595	175,722.056
β	1.0	1.0	2.02	1.89	1.610	1.622
γ	0.0	0.0	2.00	2.00	1,250.000	1,248.800

例 1과 2의 경우 거의 무시할 수 있을 程度의 차이를 보여 주었다. 그러나 例 3의 γ까지도 推定해야 될 경우에는 비교적 큰 오차를 수반하였다. 그 原因을 分析해 본 結果, 역시 γ를 추정하는 작도과정에서의 오차가 주원인이었다.

V. 結　　論

Graphical method에 의한 母數推定의 경우, β가 0일 때와 β의 값이 주어졌을 때에는 error가 비교적 작았으나 β의 값까지도 推定해야 할 경우에는 데이타의 자릿수가 많은데에도 原因이 있겠으나 α의 값이 너무나 작게 나왔다. 그러나 컴퓨터에 의한 結果는 정확하게 이론적인 수치를 얻을 수 있었다.

그러나 各各의 推定方法에 있어서 데이타의 상태에 따라 그 효율이 달라진다. 例를 들면 Least-square estimation은 transform data에서, Maximum-likelyhood estimation은 group data에서 효율이 좋다고 알려져 있다.[6] 그러므로 차후에 데이타의 상태에 구애받지 않고도 효율이 우수한 方法이 研究되어야 하겠다.

參考文獻

1. 朴景洙, "信頼度工學 및 整備理論", 塔出版社, 1978, pp. 6 - 313.
2. 黃義徹, "最新品質管理", 貿易經營社, 1980, pp. 166 - 167.
3. Bain, L. J. and Antle, C. E., "Estimation of Parameters in the Weibull Distribution", Technometrics, (Vol 9, 1967), pp. 621-27.
4. Berrettoni, J. N. "Practical Application of the Weibull Distribution", Industrial Quality Control, (Vol 21, 1964), pp. 71-79.
5. Ireson, W. G. "Reliability Handbook", McGraw-Hill Book Company, 1966, pp. 2-15~4-64.
6. Kao, J. H. K., "Computer Methods for Estimating Weibull parameters in Reliability Studies", Transactions of IRE-Reliabilty and Quality Control, (Vol 13, 1958), pp. 15-22.
7. Kao, J. H. K., "A Graphical Estimation of Mixed Weibull Parameters in Life-Testing Electron Tubes", Technometrics, (Vol 1, 1959). pp. 389-407.
8. Kimball, B. J., "On the Choice of Plotting Positions on Probability Paper", Journal of the American Statistical Association, (Vol 55, 1960), pp. 546-60.
9. Nelson, L. S., "Weibull Probability Paper", Industrial Quality Control, (Vol 23, 1967), pp. 452-43.

부록 : 1. COMPUTER PROGRAM (학회지 사정으로 생략함)

2. COMPUTER OUTPUT

=*-*= PROBLEM 1=*-*=

INPUT FAILURE TIME :			
	2.76198	5.89326	9.50803
	13.78340	19.01650	25.76260
	35.27090	51.52500	

GAMMA IS ZERO.
AND ALPHA & BETA WILL BE ESTIMATED

** *** PRELIMINARY WORK *****

N=8　　K=0　　L=8　　INOF=0

F(I)=I/(N+1)
X(I)=LN OX(I)
Y(I)=LNLN 1/(1-F(I))

	OX(I)	F(I)	X(I)	Y(I)
I=1	2.76198	0.11111	1.01595	-2.13891
I=2	5.89326	0.22222	1.77381	-1.38105
I=3	9.50803	0.33333	2.25214	-0.90272
I=4	13.78340	0.44444	2.62346	-0.53139
I=5	19.01650	0.55556	2.94531	-0.20957
I=6	25.76260	0.66667	3.24892	0.09405
I=7	35.27090	0.77778	3.56306	0.40818
I=8	51.52500	0.88889	3.94207	0.78720

****
RESULT
****

ALPHA = 23.449
BETA = 1.000
GAMMA = 0.000
REGRESSION LINE : Y= -3.154847 + 0.999992X

RELIABILITY AT OX(I)		**RELIABILITY AT OTHER POINTS**	
INPUT DATA	*R(T)*	*TIME*	*R(T)*
2.76198	0.888888	6.42183	0.760443
5.89326	0.777778	12.92475	0.576278
9.50803	0.666669	15.05249	0.526292
13.78340	0.555559	23.78017	0.362736
19.01650	0.444441	35.27951	0.222139
25.76260	0.333332	41.38912	0.171189
35.27090	0.222221	45.32875	0.144716
51.52500	0.111112	51.51123	0.111178

=*-*=PROBLEM 2=*-*=

INPUT FAILURE TIME:	3.15732	5.85027	7.35716
	9.32857	11.52348	13.57360
	15.75914		

GAMMA IS GIVEN. (GAMMA =2.000)

AND ALPHA & BETA WILL BE ESTIMATED

*****PRELIMINARY WORK*****

N= 7   K=-7   L= 7   INOF= 7

F(I)=I/(N+1)

X(I)=LN OX(I)

Y(I)=LNLN 1/(1-F(I))

	OX(I)	F(I)	X(I)	Y(I)
I=1	3.15732	0.06600	0.14611	-2.68416
I=2	5.85027	0.33400	1.34814	-0.90026
I=3	7.35716	0.71400	1.67843	0.22455
I=4	9.32857	0.87900	1.99178	0.74762
I=5	11.52348	0.96700	2.25376	1.22708
I=6	13.57360	0.98900	2.44873	1.50627
I=7	15.75914	0.99900	2.62170	1.93264

****

RESULT

****

ALPHA = 21.784

BETA = 1.891

GAMMA= 2.000

REGRESSION LINE : Y= -3.081191 + 1.891483X

** RELIABILITY AT OX(I) **		** RELIABILITY AT OTHER POINTS **	
INPUT DATA	*R(T)*	*TIME*	*R(T)*
3.15732	0.941278	3.42186	0.914547
5.85027	0.555493	4.23081	0.811074
7.35716	0.333520	6.23741	0.494255
9.32857	0.137214	7.63745	0.298421
11.52348	0.038384	8.65789	0.190811
13.57360	0.008969	10.25743	0.082980
15.75914	0.001447	14.03697	0.006236

=*-*= PROBLEM 3 =*-*=

INPUT FAILURE TIME : 1400.00000 1600.00000 1800.00000
2000.00000 2400.00000 3000.00000
4000.00000 5000.00000

NOSD = 5

AND ALPHA, BETA & GAMMA WILL BE ESTIMATED

*****PRELIMINARY WORK*****

N = 8 K = 8 L = 8 INOF = 8

F(I) = I / (N+1)

X(I) = LN OX(I)

Y(I) = LNLN 1 / (1-F(I))

	OX(I)	F(I)	X(I)	Y(I)
I = 1	1400.00000	0.02000	5.01860	-3.91194
I = 2	1600.00000	0.07000	5.86136	-2.62319
I = 3	1800.00000	0.13000	6.31210	-1.97140
I = 4	2000.00000	0.24000	6.62167	-1.29303
I = 5	2400,00000	0.44000	7.04856	-0.54504
I = 6	3000.00000	0.70000	7.46806	0.18563
I = 7	4000.00000	0.88000	7.71979	0.75154
I = 8	5000.00000	0.96000	8.22983	1.16903

****
RESULT
****

ALPHA = 175722.056

BETA = 1.622

GAMMA = 1248.800

WARNING

THE FAILURE DATA MAY NOT SUIT WEIBULL DISTRIBUTION

** RELIABILITY AT OX(I) **		** RELIABILITY AT OTHER POINTS **	
INPUT DATA	*R(T)*	*TIME*	*R(T)*
1400.00000	0.980640	1500.00000	0.956431
1600.00000	0.926147	1700.00000	0.891187
1800.00000	0.852651	1900.00000	0.811465
2000.00000	0.768433	2500.00000	0.547347
2400.00000	0.590674	3500.00000	0.209537
3000.00000	0.353519	3800.00000	0.147412
4000.00000	0.114876	4500.00000	0.058589
5000.00000	0.027922	4700.00000	0.043904