Journal of the KSQC
Vol. 9, No. 1, 1981

計數 選別型檢査 設計의 經濟性에 관한 研究

A Stuby on the Economical Design of Sampling Plan for Rectifying Inspection by Attribute

金 允 善*
黃 義 徹**

ABSTRACT

This paper deals with an economical sampling plan, recently being concentrated on and, namely, investigates how to determine the basic concepts to settle the sampling plan of a minimum cost.

On an inspection of sampling, a Linear Cost Model of a cost function which is concerned with the representative cost dements, is established and by the investigation of its possible solution economical single sampling plan for recitying inspection by attribute is suggested.

I. 序 論

現代의 工業製品 生産이 大量生産의 體制化로 전환되면서부터 品質保證이 매우 중요한 문제로 浮刻되게 되었다.

消費者는 가능한한 좋은 品質의 제품을 供給 받고자하고 生産者는 좋지 못한 품질은 그의 製品의 信賴度를 떨어뜨리며 나가서는 그 企業의 존폐를 가름하는 중요한 문제가 되므로 되도록이면 좋은 品質의 製品을 적은 費用으로 生産, 販賣하고자 한다.

이러한 理由때문에, 제품의 檢査를 통하여 品質이 좋은것을 많이 받아들이고 낮은 品質의 製品은 가능한 한 不合格시키려는 노력이 경주되어 왔다.

그러나 大量生産體制下에서는 모든 製品을 하나하나 檢査하는 일은 거의 不可能하거나 그렇지 않으면 막대한 費用을 必要로 하는 경우가 대부분이므로, 必然的으로 샘플링檢査의 理論이 發達하게 되었다.

製品의 設計, 生産, 檢査, 販売, 市場調査등 綜合的 品質管理의 모든 분야에서 샘플링檢査理論의 必要性이 높아져가고 있는 것은 이러한 점에서 볼때 당연한 結果라 하겠다.

샘플링 검사에서 필연적으로 대두하는 概念이 檢査特性曲線(Operating Charcteristic Curve)이다.

이것은 어떤 검사절차와 基準이 주어졌을때 각 品質 로트가 合格되는 確率을 나타내는 曲線이 되는것이다.

결국, 最小費用 샘플링檢査方式을 決定하는 것이란 검사절차를 결정하고 정해준 基準에 따르는 全體費用을 결합한 費用函数를 만들어 이것이 最小가 되도록 OC曲線을 정해주는 것을 뜻한다.

*漢陽大學校大學院 産業工學科
**漢陽大學校産業工學科 教授

본 研究에서는 이러한 시점에서 샘플링 計劃의 決定에 있어서 최근 관심이 집중되고 있는 샘플링計劃의 經濟性, 즉 最小費用 샘플링계획의 수립에 있어서의 基本的인 槪念을 살펴보고 샘플링檢査時의 대표적인 費用要素를 고려한 費用函數의 模型을 定立하고 그 可能解를 살펴봄으로써 經濟的인 計數 選別型 샘플링檢査計劃을 수립하는데 主要目的이 있다.

Ⅱ. 最小費用 샘플링檢査方式決定

Ⅱ-1. Model에 있어서의 假定

(1) 모든 샘플은 랜덤(randon)하게 抽出되었다.

(2) 檢査는 非破壞檢査로서 良, 不良品으로 判定한다.

(3) 檢査는 定해진 順序에 의해서 實施된다.

(4) 샘플을 檢査하는 費用, Screen하는 費用, 不良品을 良好品으로 代替해주거나 修正해 주는 費用은 모두 그에 해당하는 製品數에 비례한다.

(5) 샘플에서 發見된 不良品은 良品으로 代替, 또는 수정해 준다.

(6) 合格된 로트안에 들어있는 不良品으로 인한 손실비용은 그 不良品數에 비례하는 것으로 假定한다.

(7) 이 檢査는 納品者側에서 最終出荷檢査로 실시하며 購入者는 검사를 하지 않는 것으로 한다.

Ⅱ-2 檢査節次

(1) 주어진 로트에서 n個의 샘플을 취해서 檢査(非破壞)를 행한다.

(2) 만약, 이중에서 不良品의 数가 nPo(Po; 点推定不良率)보다 작거나 같으면 그 로트는 合格시키고 nPo를 초과하면 不合格시킨다.

만일, 샘플을 전부 檢査하기 전에 不良品의 数가 nPo를 넘어섰을 경우에도 그대로 n個의 샘플을 모두 검사한다.

(3) 不合格된 로트는 100% 全数檢査하며 全数檢査過程에서 發見된 不良品은 모두 良好品과 代替해 주거나 必要한 修正을 해 준다.

Ⅱ-3 Linear Cost Model의 수립

앞에서 설정한 假定下에서 고려할 수 있는 α-risk와 β-risk를 각각 費用化해서 이것을 線型 結合한 Linear Cost Model을 定立해 본다.

우선 α-risk에 해당하는 費用으로는 不良品의 修理費用이 여기에 해당한다.

첫째, 單位製品当 檢査費用을 Uc라고하면 여기에 平均 檢査量(ATI; Arerage Total Inspection)을 곱해준 값이 [illegible]檢査費用이 된다.

즉,

$Uc[n+(N-n)(1-Pa)]$ ……………………(1)

둘째, 檢査中 發見된 不良品을 修理, 혹은 交換을 假定했으므로 單位 製品当 修正 혹은 代置費用을 Rc라고 하면 總修正 또는 代置費用은 다음과 같다.

즉,

$Rc \cdot p[n+(N-n)(1-Pa)]$ …………… (2)

다음으로 生産者 입장에서 본 β-risk에 해당하는 費用은 合格된 로트중에 포함된 不良品으로 인한 總損失費用이 [illegible]이며 이것은 不良品 1個로 인한 損費用을 Dc라고 했을때 여기에다가 合格로트안에 포함된 不良品의 数를 곱해준 값이된다.

즉,

$Dc \cdot p \cdot Pa(N-n)$ ……………………………(3)

以上의 各 費用을 線型結合한 Linear Cost Model에 의한 總 費用 Tc는 다음과 같다.

$$Tc = Uc[n+(N-n)(1-Pa)] + Rc \cdot p[n+(N-n)(1-Pa)] + Dc \cdot p \cdot Pa(N-n) \quad \cdots\cdots (4)$$

단, p; 로트의 不良率

Pa; 不良率이 p인 로트가 合格할 確率

Ⅱ-4 Linear Cost Model에 의한 最適 샘플링 檢査計劃 樹立

샘플링 計劃의 수립에 있어서 工程平均不良率 $\bar{p}$가 parameter로 들어가게 된다.

그런데 기존의 샘플링計劃은 $\bar{p}$가 点推定 을 假定하여 왔으나 많은 경우 로트別 p가 일정하다고 假定하는 것은 非現實的이다. 예를 들면 어떤 特定제품을 生産하는 경우에 每 로트別 생산후 기계는 점검되고 보정된다.

따라서 特定製品의 로트의 p는 一定하다고 생각되나 각 로트별 p는 어떤 分布를 이룬다고 보아야 한다.

이 分布를 p의 事前分布(Prior distribution)라하며 p의 事前分布로 β分布를 假定한다.

$$f(p;\ \alpha,\ \beta)=\frac{(\alpha+\beta-1)!}{(\alpha-1)!\ (\beta-1)!}\ p^{\alpha-1}(1-p)^{\beta-1} \quad \cdots\cdots(5)$$

단, $0<p<1$, α, $\beta>0$

그러나 현실적으로 p의 事前分布의 推定은 다소 不確實하므로 事前分布의 變化가 總 샘플링費用에미치는 영향을 알아보는 것이 重要하다.

A. Hald[6]는 事前分布와 費用에 基礎를 든 샘플링 檢査方式에 대해서 理論的이며 體係的으로 집약시켰다.

J. pfanzagl[5]에 의하면 事前分布의 變化는 실제로 샘플링費用에 큰 영향을 미치지 않는다고 한다.

즉, 일반적으로 事前分布의 영향을 무시할 수는없는 것이지만 事前分布의 현저한 差異에 비해서 샘플링 費用은 매우둔감(insensitive)하다.

따라서 不良率 p의 事後分布로서 β分布를 仮定하여 工程平均 不良率 $\bar{p}$대신에 p의 期待値를 利用 할 수 있다.

本 研究에서는 샘플링 計劃樹立에 $\alpha=1$, $\beta=1$인 β分布, 즉 矩形分布(uniform distribution)인 $f(p)=1$을 使用하기로 한다.

檢査 로트의 眞不良率을 p, p의 事前分布의 p.d.f를 $f(p)$, 点推定不良率[(sample중의 不良品数/sample数)$=\frac{d}{n}$]를 $\hat{p}$, 合格判定不良率을 Po라고 하면, 合格되어야 할 로트가 不合格할 確率 즉, 生産者 위험율 α는 다음과 같이 定義된다.

$$\alpha=1-Pa[n,\ Po \mid p<Po]$$
$$=1-Pr[\hat{p}<Po \mid p<Po]$$

이것은 條件附 確率이므로

$$1-[Pr(\hat{p}<Po,\ p<Po)\,/\,Pr(p<Po)] \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(6)$$

가 되며, 母集団의 로트가 비교적 적을때 点推定 不良率 $\hat{p}$는

$$Pr(\hat{p}=\frac{d}{n})=\frac{\binom{Np}{d}\binom{N-Np}{n-d}}{\binom{N}{n}} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(7)$$

인 Hypergeometric distribution[7]을 하므로

$$\alpha=1-\left\{\int_0^{p_0}\sum_{d=0}^{np_0}\frac{\binom{Np}{d}\binom{N-Np}{n-d}}{\binom{N}{n}}f(p)\,dp \Big/ \int_0^{p_0}f(p)\,dp\right\} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(8)$$

가 된다.

또한, 나쁜 製品임에도 불구하고 合格할 確率, 즉 消費者 위험율 β는 다음과 같이 定義된다.

$$\beta=Pa[n,\ Po \mid p>Po]$$
$$=Pr[\hat{p}<Po \mid p>Po]$$
$$=Pr[\hat{p}<Po,\ p>Po]\,/\,Pr(p>Po)$$
$$=\int_{Po}^{1}\sum_{d=0}^{nPo}\frac{\binom{Np}{d}\binom{N-Np}{n-d}}{\binom{N}{n}}f(p)\,dp \Big/ \int_{Po}^{1}f(p)\,dp \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(9)$$

마찬가지로 合格할 確率의 期待値는 다음과 같다.

$$E[P_a]=\int_0^1\sum_{d=0}^{nPo}\frac{\binom{Np}{d}\binom{N-Np}{n-d}}{\binom{N}{n}}f(p)\,d_p \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(10)$$

이 경우는 α-risk와 β-risk가 모두 費用化되어서 Model상에 반영되어 있으므로 각 n에 대한 總費用을 計算하여 이것이 最少가 되는(n, Po)가 最適샘플링 檢査計劃이 될것이며 이때의 α-risk와 β-risk는 最適 OC曲線을 決定해 줄것이다.

以上의 結果에 의거해서 非破壞検査의 費用 Model을 다시 써보면 다음과 같다.

$$Tc=Uc\ [n+(N-n)(1-Pa)]f(p)\,dp$$
$$+Dc\int_0^1 p\cdot Pa(N-n)f(p)\,dp$$
$$+Rc\int_0^1 p[n+(N-n)(1-Pa)]f(p)\,dp \quad \cdots\cdots(11)$$

II-5 Model의 最適解—最少費用 샘플링 檢査方式의 決定

Linear Cost Model의 最適解를 求하는 計算過程에 있어서 로트의 크기가 1,000以上이 될 경우 手計算으로 일일이 計算한다는 것은 時間과 努力面에서 많은 낭비가 있으며 로트의 크기가 대단히 클 경우에는 手計算이 거의 不可能한 상태가 된다.

따라서 로트가 대단히 큰 경우 Computer를 利用한 Linear Cost Model의 最適化 過程에 대한 FlOW-DIAGRAM은 다음과 같이 図示할 수 있다.

Ⅲ. Model의 最適解—最少費用 샘플링 檢査方式의 決定—

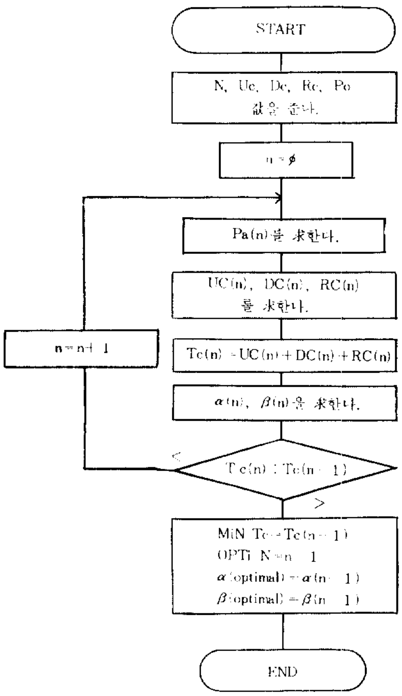
計數選別型 1回檢査에 있어서 N=100, Po=0.05 Uc=100원, Dc=1,000원, Rc=500원일때 費用이 最少가 되는 結果値는 〈Table. 1〉과 같다.

〈Table. 1〉에서 알 수 있듯이 n=7에서 총 비용 Tc가 최소가 되는 点이 유일하게 存在함을 알 수 있다. 따라서 Tc=34,482원으로서 最少 費用이 되므로 (n, Po)=(7, 5%)가 最適샘플링 計劃이다.

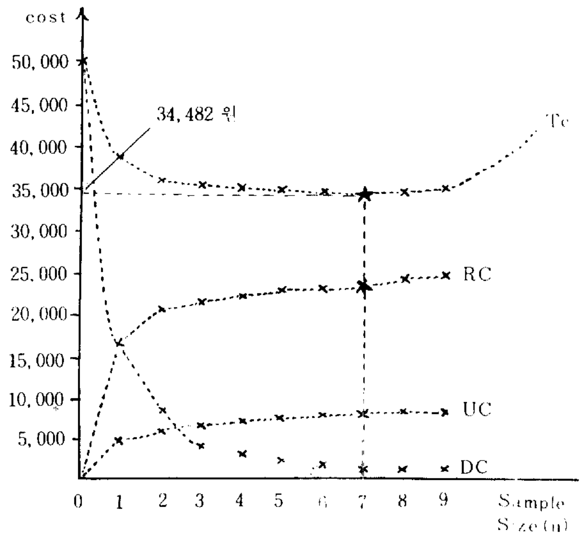
그리고 위의 결과를 利用해서 그래프로 표시 하면 〈Fig. 1〉과 같이 나타낼 수 있다.

〈Table 1〉 最適 샘플링 計劃

n	N-n	Pa	1-Pa	$\int_0^1 P.\,Pa\,dp$	α	β	UC	DC	RC	Tc
0	100	1	0	$\frac{1}{2}$	0	1-0	0	50,000	0	50,000
1	99	1-P	P	$\frac{1}{6}$	0.025	0.475	5,050	16,500	16,750	38,300
2	98	$(1-P)^2$	$1-(1-P)^2$	$\frac{1}{12}$	0.05	0.301	6,733	8,167	20,915	35,815
3	97	$(1-P)^3$	$1-(1-P)^3$	$\frac{1}{20}$	0.73	0.214	7.575	4.850	22.575	35,000
4	96	$(1-P)^4$	$1-(1-P)^4$	$\frac{1}{30}$	0.10	0.163	8,080	3,200	23,400	34,680
5	95	$(1-P)^5$	$1-(1-P)^5$	$\frac{1}{42}$	0.125	0.129	8,413	2,262	23,866.5	34,541.5
6	94	$(1-P)^6$	$1-(1-P)^6$	$\frac{1}{56}$	0.150	0.105	8.657	1,679	24,160	34,496
7	93	$(1-P)^7$	$1-(1-P)^7$	$\frac{1}{72}$	0.175	0.087	8,837	1,292	24,352.5	34,482 *
8	92	$(1-P)^8$	$1-(1-P)^8$	$\frac{1}{90}$	0.20	0.074	8,980	1,022	24,490	34,492
9	91	$(1-P)^9$	$1-(1-P)^9$	$\frac{1}{110}$	0.215	0.063	9,090	827	24,586.5	34,503.5



〈Fig 1〉 Computer Flow Diagram



〈Fig. 2〉 計數選別型 1回檢査의 費用函數 Graph

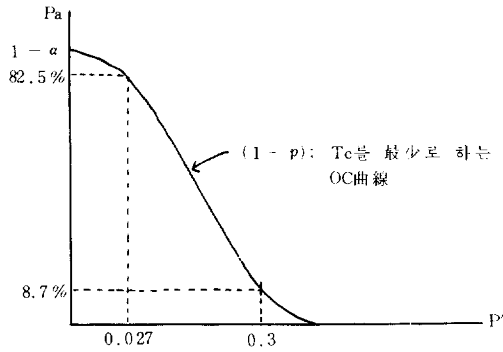
Ⅳ. 考　察

本 研究에서 最適 샘플링 計劃은 (n, Po) = (7, 5%)이며 이때 α-risk, β-risk는 각각 17.5%, 8.7%이다.

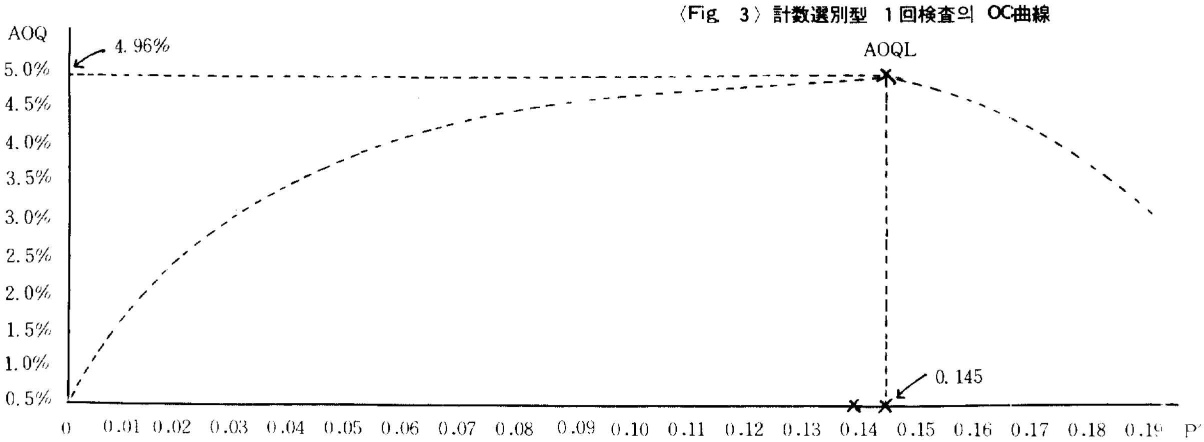
最適 OC曲線에 대한 그래프는 다음과 같다.

또한 AOQ(平均出檢品質) 曲線을 그래프로 나타내면 다음과 같다.

따라서 이 檢査를 통과한 로트의 平均 不良率은 4.96%를 초과하지 않는다.



〈Fig. 3〉 計數選別型 1回檢査의 OC曲線



〈Fig. 4〉 計數選別型 1回檢査에 있어서 AOQ曲線

〈Table 2〉 AOQ Table

P′	nP′	Pa	AOQ
0.01	0.07	0.9325	0.00867225
0.05	0.35	0.705	0.0327825
0.07	0.49	0.6132	0.03991932
0.09	0.63	0.5382	0.04504734
0.10	0.7	0.497	0.046221
0.110	0.77	0.4674	0.04781502
0.115	0.805	0.4479	0.047902905
0.120	0.84	0.4314	0.04814424
0.125	0.875	0.417	0.04847625
0.130	0.91	0.403	0.0487227
0.135	0.945	0.389	0.04883895
0.140	0.98	0.3756	0.04890312
0.145	1.015	0.3679475	0.04961772
0.150	1.05	0.3505	0.04889475

Ⅴ. 結　論

앞에서 언급한 바와 같이 샘플링 計劃을 決定하는 것이란 結局 OC曲線을 決定하는 것인데 α, β-risk가 決定되면 이것을 滿足하는 (n, c)가 決定되며 따라서 OC曲線도 決定된다.

計数 規準型 1回 샘플링 檢査方式에서와 같이 α β를 임으로 정하여 주거나 혹은 「Dodge-Romig」시스템처럼 단지 檢査費用만이 最少化되도록 α, β를 決定하여 주는 方法으로 샘플링 計劃을 設計할 것이 아니라 本 研究에서 定立한 Model을 利用함으로써 α, β를 적절하게 費用化시켜주고 또한 기타 要求品質水準이 滿足되는 條件下에서 總 費用函数를 最少化하도록 OC曲線을 決定하여 주는 것이 바람직 함을 알았다.

本 研究에서는 이러한 方法으로 最適샘플링 計劃을 求하는데에 図表를 利用하여 例示하는데 그쳤으나 이에 대한 解析的인 方法 및 2回 샘플링 計劃에

서의 最適샘플링 計劃 및 破壞検査에서의 샘플링 計劃等이 앞으로 硏究되어야 할 과제이다.

本 硏究의 Model에서 로트의 크기(lot size)가 1,000 以上이 될때의 最適 샘플링 計劃은 手計算 으로는 거의 不可能하며, 이때에는 〈Fig. 1〉에서 表示한 바와 같은 Flow Diagram에 의한 computer 処理를 하여야 될 것이다.

参 考 文 献

1. 黃義徹, "最新品質管理", 博英社, 1977.
2. Duncan, Acheson J. "Quality Control and Industrial Statistics", 4th ed., Richard D. Irwin, Inc., Homewood, Illinois, 1974, pp. 1~11.
3. Ladany, Shaul P. "Least Cost Acceptance Sampling Plans for Destructive Testing", Journal of Quality Technology, Vol. 7, No. 3, July 1975, pp. 123~126.
4. Mandelson, J. "Estimation of Optimum Sample Size in Destructive Testing by Arributes", Industrial Quality Control, 3, Nov. 1946, pp. 24~26.
5. Pfanzagl, J. "Sampling Procedures Based on Prior Distributions and Costs," Technometrics, Vol. 5, No. 1, February 1963, pp. 47~61.
6. Hald, A. "The compound hypergeometric distribution and a system sampling inspection Plans based on prior distribution and costs," Technometrics, Vol. 2, No. 3, Aug 1960, pp. 275~339.