

數學과 誤導된 敎育

—學校敎育課程의 改善을 위하여—

朴 漢 植·柳 喜 纂

編輯者註: 이 論文은 CRAIG McGARVEY. "MATHEMATICS AND MISEDUCATION" Mathematics Teacher 74 (Feb. 1981) pp. 90~95 를 번역한 것임.

1959년, 나는 펜실베니아 하버타운에 있는 公立中學校 1學年 學生이었는데 새로운 數學을 배우는 우수班中の 한 班에 속해 있었다. 算數공부를 계속하는 대신에, 메릴랜드大學 數學研究會에서 편찬한 現代的 觀點에서의 代數와 幾何에 대한 二年過程의 入門書를 공부했다. 두번째 과정에서 C학점을 맞는 바람에, 그 당시 3학년에 배우는 中級代數의 종래 학급으로 옮겨가게 되었으나, 高等學校 2學年에 올라가서 다시 現代化된 數學을 접하게 되었다. 이때에는 大學敎授와 예일大學 出身의 中高等學校 敎師들로 구성된 學校數學 研究會(SMSG)의 노란색 종이 카바로 된 幾何책을 배웠다. 그후, 우리는 高等學校 3學年에 代數 2(三角函數)를 전통적 접근 방식으로 되돌아 學習했고, 微積分을 1年 동안 배운후 中等學校敎科過程을 마쳤다.

전통적 數學敎科課程은 물론 그 당시 많은 비난을 받고 있었다. 그것은 연습에만 치중했지, 學生들의 경험이나 동기유발에는 그다지 큰 비중을 두지않고 있었다. 그때 배운바로는, 數學이란, 연결되지 않는 技能이나 技術의 모입처럼 느껴졌다. 代數의 思考方法은 幾何의 思考方法과 관련이 없었고, 數學的 思考가 敎室밖의 實生活과 관련이 없었다.

전통적 敎育課程은 19世紀부터 시작되었는데,

그동안 그것은 大學水準에서부터 서서히 이어져 내려왔었다. 이 전통적 敎育課程은 우리 世代의 前半期에서는 社會的 격변과 새로운 學習方法 變化에 대한 조직적이고 연속적인 勸告들에 의해 제기된 壓力에, 상당히 주목할만한 成果를 갖고 맞설수 있었으나, 戰後 改革者들에 의해 그 位置를 상실하게 되었다.

50年代 初期에는 새로운 技術革新의 유래없는 팽창속에서 歷史上 가장 빠르고 거대한 變化를 맞게되었다. 變化를 이끄는 사람들은 戰爭을 위해 軍人들에게 中等敎育課程을 준비시키도록 要請받았던 大學敎授들인데, 그들은 大學에 등록한 學生들에게서 똑같은 準備不足 現狀을 느끼고 있었다. 또한 그들은 戰後時代에 유행처럼 번졌던, 大學에서 數學을 專攻하고자 하는 學生들의 폭발적인 增加를 지켜보고 있었다. 그 당시 그 상황은 끝없이 계속될 것처럼 느껴졌다. 캔사스大學 數學科 學科長이었던 프라이스(G. Baley Price)는 1961年 全美數學敎師協議會(NCTM)에서 발간한 「학교 수학의 革命」에서 "잘 훈련된 수학자를 社會에서 必要的 만큼 언제 충분히 배출할 수 있을지 예측하기가 힘들다"고 말했다(Price, p. 10).

그 革命에서 우리는 變化의 要請에 政治的으로 민감했던 輿論의 분위기를 발견할 수 있다.

冷戰은 절정에 달하고 있었으며, 學校數學教育課程은 항상 爭點이 되고 있었다. 같은 NCTM 발행물인 「학교수학의 革命」에서 保健·文教·厚生部(HEW)의 數學專門家인 브라운(Kenneth Brown)은 소련이 美國에게 教育競爭을 해오고 있다고 말했다(Brown, p. 15). 그는 “數學은 社會질서의 가장 根本的인 構造가 되었고, 사실 우리의 生存이라고까지 말할 수 있는 그 構造의 強度는 中等學校에서 얼마만큼 數學을 가르치느냐에 달려있다”고 말했다(Brown, p. 16).

이러한 國防에의 必要에 의해, 從前의 어떤 革新的의 움직임에서도 찾아볼 수 없는 “基金”이 확보되었다. 1961년까지 카네기財團은 50萬\$를 기부했고, SMSG는 국민조세로 설립된 全美科學財團(NSF)에 의해 뒷받침 받으며 성장했다. 이때 NSF는 SMSG에 400만\$를 보조했다(Brown, p. 16). 이 資金은 變化에 決定적으로 영향을 끼친 教科書 제작과, 實驗教科書 제작을 위한 會議운영, 教師를 위한 研修會, 出版物 發行을 위한 자금에 소요되었다.

新教科課程은 모델로서 大學水準의 數學을 택했다. 現時代에 있어, 數學의 움직임은 經驗의 근원보다는, 점차 抽象化되는 方向으로 進行되고 있다. 主된 思考의 하나는 보다 수준높은 數學을 위해 순수 論理學的 기초를 진설하는 것이었고 新教科課程의 中心을 公理的 접근 方法에 두고 있었다. 算術과 代數, 幾何, 三角函數의 原理는 演繹의 觀點을 통해 엄격히 발전하게 되었고 새 教科書의 어휘들은 가능한 엄밀히 쓰여졌다. 전통적 教育課程의 숙달을 위한 연습은 體系의 構造를 理解시키는 方向으로 變해갔다. 그리고 新教科課程에는 集합론과 같은 새로운 要素들이 들어있었는데 이들은 보다 水準높은 數學을 再定立하는데 매우 必要한 것으로 알려졌었다. 무엇보다 그것은 더 나은 教育을 위한 教育課程이었다. HEW의 브라운의 말을 빌면 學生들로 하여금 더 많은 數學을 배우게 하고 數學學習을 촉진시키는데 도움을 줄수 있는 상당한 능력을 갖춘 教育課程이었다.

革命的 結果

브라운이 論文을 발표한지 10년이 지나서, 그리고 나 자신이 高等學校를 卒業한지 6년만에, 나는 中等學校教育課程에서의 革命的 結果를 살펴볼 기회를 가질 수 있었다. 授業參觀차한 高等學校 教室에 들어갔었는데 너무나 많은 變化가 있었음을 實感할 수 있었다(어떤 面은 거의 變하지 않았지만). 그때의 教育課程은 나의 經驗을 想起시켜 주었는데 어떤 것은 상당히 낡았고, 어떤 것은 새롭게 느껴졌다. 한 편 50년대의 영향을 벗어나지 못한 책들은 거의 찾을 수 없었으며 사실, 教科書들이 마치 한곳에서 發行된 것처럼 一貫性이 있음에 상당히 놀랐다. 거기에는 새로운 要素와 어휘의 確實性, 엄격성, 公理構造등을 찾아볼 수 있었다. 그러나 내가 전통적 教育課程의 短點이라 믿었던 점들도 찾을 수가 있었는데, 그것은 代數와 幾何가 分離되어 있고 重要한 數學이 技能—내가 중학교 3학년 代數時間부터 기억하고 있는 거의 같은 순서의 같은 技能—의 연속보다 덜 강조 . 되고 있으며 主題의 빈곤, 技能指導에 대한 동기 유발의 부족, 教育的 상상력을 유도하는데 소홀한 점 등등이었다. 50년대와 60년대初期에 確信되었던 革命은 어떤 面에서는 거의 失敗한 것처럼 보였다.

그리고, 나는 新教育課程을 좀더 세밀히 접할 수 있었는데, 그것이 만든 變化가 教育的으로 타당하다고 확신할 수가 없었다. 어휘의 엄밀성을 놓고보자. 물론 學生들은 水準높은 數學에서 어휘가 차지하는 비중과 그 이유를 理解하여야 할 必要는 있지만 이러한 어휘들을 반드시 가르쳐야 하는 것인지? 現行 教科書는 어휘에 너무 많은 신경을 쓰고 있었다. 좀더 확실히 定義를 하면 할수록 더 복잡한 記號로 概念을 表現하게 되고 그렇게 될수록 學生들은 더 理解하지 못하는 것처럼 느껴졌다. 이 授業參觀에서 느낀 점이 있다면 나 자신이 번역자가 되는 것이었다. 어휘를 限定시키기 보다는 擴張시켜야 했으며, 明確한 좀 더 많은 어휘—학생들의 經驗에 맞

는 소통될 수 있는 어휘——들을 찾는 것이었다.

엄격한 公理的 접근 方法에 대해 생각해 보자. 公理的 접근 方法이 古代 그리스 사람들에 의해 시도된 이래로 演繹的 證明은 數學的 思考의 가장 強力한 道具가 되어왔다. 확실히 그것은 教育課程에서 重要的 비중을 차지하고 있다. 그러나 수학적 思考方法이 演繹的 方法뿐일까? 歸納的 思考, 類推, 一般化는 무엇인가? 演繹的 思考로 概念을 발전시키는 것이 반드시 教育的으로 意味있는 것인가? 나의 생각은 점차 否定的으로 변해갔다. 물론 모든 경우에서, 中等學校 범주에서 부정적인 것은 아니었지만. 大學水準에서 완전하게 보였던 公理的 접근 方法을 中等學校水準에서 똑같이 기대한 것이 잘못된 것이었다. 확실히 學生들은 實數가 公理的으로 展開될 수 있음을 理解해야 하지만 그 속에 있는 無限히 많은 多樣한 樣相들을 應用하고 研究할 수 있어야 한다. 公理的 方法이 數學으로부터 生活을 짓누르고 있지는 않는지? 그것은 數學者들이 발견한 精神, 내가 教室에서 잃지 않게 되기를 바랬던 정신에 위배되는 것이다. 클라인(Morris Kline)이 지적한 바와 같이 $3+5=5+3$ 은 덧셈의 交換法則에 의해 成立하는 것이 아니라, 반대로 $5+3=3+5$ 가 成立하기 때문에 交換法則이 成立되는 것이다.

新 教育課程은 무서운 數學이 아니다. 오히려 그것이 무서운 教育을 유발시켰다고 보는 편이 나을 것이다. 大學에서 數學을 體系的으로 계속 工夫하고자 하는 優秀한 學生들은 별 問題가 없었다. 優秀한 學生들의 洞察力을 없애는 일은 어렵기 때문이다. 그러나 대부분의 우수한 학생들이 더욱 發展할 수 있는 餘地를 없애버린 꼴이 되어버렸다. 그리고 수많은 학생들이 數學이란 막막하고 자기들과는 거리가 멀고, 어렵고, 非理性的이며 지루한 것이라고 단정을 내리게끔 만들었다.

처음 新 教育課程을 設計한 사람조차도 이 革命은 失敗한 것으로 이야기하고 있다. 革命的 50年代의 두 主役인 美國數學協會(MAA)와 美國數學會(AMS)를 포함한 12개 專門學會의 聯

合體인 數學科學協議會(CBMS)는 최근 심각한 狀況을 보고하고 있다(Fey, Albes, Jewett). 一流大學에서 數學講義를 신청하는 수가 70년부터 5년동안 32%가 減少했는데, 反面 美國文敎部 보고에 의하면 이 期間동안 4年制大學의 學生數는 11%의 增加를 보이고 있다는 것이다. 數學概論을 신청하는 學生들도 거의 모든 大學에서 全體 學生數의 증가율보다 많은 비율로 감소하고 있는 實情이다. 그리고 數學을 전공하는 대부분의 學生이 學費를 보조받지 못하고 있으며 研究지원금은 줄고, 數學에 대한 一般의 관심도 줄어들고 있다. 1961年 數學의 強勢가 끝없이 계속되리라 예언했던, 캔사스大學에서 退職한 프라이스의 정신도 땅에 떨어지고 말았다. “高等 教育史”의 最近版을 보면 다음과 같은 귀결이 있다. “全體가 分解되어 버렸는데, 아무도 그것을 再結合하는 方法을 찾지 못하고 있다”(Roark, p.3).

改善策

만약 學校數學敎科課程에 의문점을 제기하여 새로운 時代를 맞을 수 있고, 내가 強力히 희망하는 것처럼 될 수 있다면 根本的 重要性에 대해 한번쯤 의문을 제기해 볼지 할 것이다. 무엇을 가르쳐야 할 것인가? 그리고 어떻게 그것을 지도해야 하는가? 근본적인 기술을 가르친다고 되는 것은 아닐 것이다. 사용되지 않는 技術은 잊어버리게 마련이다. 즉 우리는 變化되고 있는 社會에서 무엇이 重要한지를 決定해야만 한다. 그리고 처음부터 完全하게 指導하지 않으면 學習되지 않음을 銘心해야 할 줄 안다. 내 생각으로는 전통적 教育課程이나 新 教育課程이나 技術獲得에 따른 동기유발에 失敗했다. 두가지 모두 主眼點을 잘못 設定하고 있다. 만약 당신이 친지나 상사에게 2次方程式의 根의 公式을 물어본다면 아마 비웃음을 사게 될 것이다. 만약 그들이 新敎科課程으로 공부했다해도 根의 公式의 證明에 대해 質問을 한다면 마찬가지로의 反應을 보일 것이다. 자! 다음 질문을 해 보라. “수학의 公式이 왜 重要한가?” 만약 이 質問에 시

원한 답변을 하지 못한다면 그 사람은 교육을 잘 받았다고 이야기할 수 없을 것이다.

우리는 높은水準의 限定된 學生들만이 아닌 모든 學生들을 指導할 수 있는 教育課程을 만들어야 한다. 그것은 數學적으로 우수한 學生들을 희생시키지 않으며, 단순히 숙련만을 강조하지 않는 것이어야하며 數學的 思考에 최열을 느끼게 하고, 歷史나 未來, 生活을 創造하는 道具, 數學의 힘과 制限點을 인식시킬 수 있는 教育課程이어야 할 것이다. 數學은 單純한 形式的 技能이 아니다. 그것은 詩와 같이, 人間思考의 형태이며 世界를 보는 方法인 것이다. 自然이 數學적으로 움직이는 것처럼 보인다면 그것은 우리가 自然世界에 속해 있기 때문일 것이다. 核物理學者나 事務員, 리틀리그 야구선수들, 中學校 交響樂團의 바이올린 奏者등등 우리 모두는 數學적으로 생각한다. 教育課程은, 이 점에 염두를 두고서, 성장을 돕고, 통찰력을 계발하고, 기술을 연마하고 思考를 우아하게 하는데 도움을 줄 수 있도록 만들어져야 할 것이다.

가능성을 研究하는데 아이디어의 부족 現象을 느끼는 것은 아니다. 19世紀말 全美教育協議會(NEA)에 의해 작성된 中等教科課程으로 되돌아 갈수도 있을 것이다. 그 때의 권고대로 代數와 幾何를 대등하게 指導함으로써 數學에서 關係를 강조해 볼 필요가 있다(Coxford, Jones).

혹은 1902年 AMS의 會長職을 물러나면서 무어(E. M. Moore)에 의해 제안된, 代數와 幾何사이의 區分을 없애는 方法도 고려할 수 있을 것이다. 이 제안은 나중 시카고大學의 實驗學校에서 메이어(G. Meyers)와 브레스리히(Ernest Breslich)에 의해 實行된 바 있다(Coxford, Jones, Crosswhite, Osborne).

대수와 기하의 전통적 差異點은 과연 타당성이 있는 것일까? 언제 이 둘사이의 關係를 맺을 것인가를 한번쯤 생각해 보지 않을까? 언젠가, 이러한 전통적 思考를 제거할 수 있다면 우리는 우리의 教科課程을 主題別로 再構成할 수 있으며 數學的 思考의 特別한 形態에 관한 發展된 過程들—예를 들어 代數와 幾何의 主題

를 동시에 指導할 수 있고, 數學에서 一般化可概念이 강조되는 過程 혹은 歸納的 思考나 演繹的 過程을 제시할 수 있을 것이다. 中等教科課程에서 가장 重視되어야 할 점은 經驗的 事實로부터 抽象化되어가는 數學의 지속적인 움직임일 지도 모르겠다.

무어(Moore)의 권고에서 우리에게 興味를 끄는 것은 英國王立科學院에서 페리(J. Perry)에 의해 거의 같은 시기에 提案된 후 (Coxford, Jones)크라인에 의해 現在 큰 反應을 얻고 있는 사항이다(Kline). 그것은 經驗的 根源으로부터 數學을 가르치는 것이다. 다시 말해 科學과 함께 數學을 가르치는 것이다. 왜냐하면 모든 數學的 發見의 첫번째 동기는 科學에서 수학이 필요했다는 점이기 때문이다. 이 數學, 科學 教育課程은 實驗室的 접근방법—Moore가 提案한 것과 같은 탐구정신에 의한 학습방법—을 사용하거나 歷史的 觀點으로부터 組織될 수도 있을 것이다. 아마 우리는 메릴랜드 아나폴리스에 있는 산타존스大學의 哲學과나 뉴멕시코의 산타페에 있는 大學의 教育課程에서 많은 점을 배울수 있을 것이다. 산타존스大學 學生들은 數學을 문학을 배우는 것처럼—마치 古典을 다룰때 처럼 學習하고 있다.

혹은 우리는 過去의 모든 생각들이 教室에서 適用되기에는 적절하지않다거나 現在 變化하는 時代가 너무나 다양한 많은 教育方法을 요구하고 있다고 結論지어도 무방할 것이다. 그러나 그 생각을 좀 발전시켜보자. 學校教育課程에서 실제로 必要한 것은 創造的 行動을 촉진시킬 수 있는 분위기이다. 어떻게 보면 教科書의 새로운 方向提示는 出版을 담당하는 出版社의 일처럼 보일지 모르나 그 出版社가 教科書를 發刊할 수 있겠끔 다음 教育課程의 市場性을 開拓하는 것은 전적으로 教育담당자의 일인 것이다. 變化는 教育담당자들이 요청할 때만 그리고 그들이 앞으로의 變化에 대한 상황들을 예측할 수 있을 때만 發生할 것이다. 現在 學生들 세대뿐 아니라 教師들 세대까지도 담당했던 新 教育課程은 그 教育課程을 실제로 運營했던 教師들에게서

創造性を 유발시키지 못했다. 최근, 한 인터뷰에서 나는 모든 1學年 代數 教科書가 없어졌다는 것을 가정하고, 中等學校 教師 지원자들에게 다음과 같은 질문을 한 적이 있다. “만약 우리가 처음부터 다시 시작한다면 中學校 3學年 學生들에게 무엇을 가르치겠는가?” 거기에 대답하는 사람은 거의 없었다. 代數를 무엇과 대체하고자 하는 생각은 결코 해보지 않았었다.

우리는 다음 變革 때에는 50年代의 유례없는 기금보조와 같은 열의를 기대할 수는 없을 것이다. 아마 우리는 그것없이도 向上될 수 있을 것이다. 이제 우리가 원하는 것은 國防의 必要에 서가 아니라 國家의 福祉를 위한 教育課程인 것이다. 분명히, 우리는 戰後改革者들의 최우선 전제했던 “우리는 生活이 점차 數學에 의해 左右되는 世界로 學生을 排出시키고 있다”는 事實과 다를 생각은 없다. 어쨌든 그 의견의 긴급성은 지난 여러해 동안 팽배되었고, 그동안 統計나 컴퓨터 분야에서 괄목할 만한 성장이 있었다. 지금은 學校數學의 革命을 필요로 하고 있다. 그러나 그 革命은 數學을 人間조건의 가장 넓은 것으로 理解시킬 수 있고 未來 社會의 必要에 대해 이야기 할 수 있으며 學生들의 마음을 개발시키는데 도움을 줄 수 있는 革命이어야 한다. 그 革命은 數學의 새로운 指導方法을 제공해 줄 수 있는 사려깊고 상상력이 풍부한, 진정한 革命이어야 할 것이다.

<參考文獻>

- Brown, Kenneth E. “The Drive to Improve School Mathematics” *The Revolution in School Mathematics*, pp. 15-29. NCTM. 1961.
- Coxford, Arthur F., and Philip S. Jones. “Mathematics in the Evolving Schools.” *A History of Mathematics Education in the United States and Canada*, pp. 3-29. NCTM. 1969.
- Crosswhite, F. Joe, and Alan R. Osborne. “Forces and Issues Related to Curriculum and Instruction, 7-12.” *ibid.* pp. 155-297.
- Fey, James T., Donald J. Albers, and John Jewett. *Undergraduate Mathematical Sciences in Universities, Four-Year Colleges, and Two-*

Year Colleges 1975-76, Vol. V of the Report of the Conference Board of the Mathematical Sciences Survey Committee. Conference Board of the Mathematical Sciences, 1976.

Kline, Morris. *Why Johnny Can't Add: The Failure of the New Math.* New York; St Martins, 1973.

Price, G. Baley. “Progress in Mathematics and Its Implication for the Schcols.” *The Revolution in School Mathematics.* NCTM 1961.

Roark, Anne C. “Mathematics; Fundamental Changes Ahead.” *Chronicle of Higher Education*, 15 May 1978. pp. 3-4.