韓國OR學會誌
第6卷 第2號
1981年 10月

—研究論文—

多數의 補修形態를 갖는 시스템에서의 檢査·補修政策

(An Inspection-Maintenance Policy for a System with Various Types of Maintenance)

李 昶 勳*
洪 性 熹**

Abstract

An inspection-maintenance policy is investigated for a system having various states. A policy is characterized by the type of maintenance and the next inspection time. Maintenance actions are classified into various types according to the depth of maintenance. Policy evaluation criterion is the expected cost accumulated up to the failure of the system. The problem is formulated as a Markov decision process and an optimal policy is found by using a policy improvement procedure. A numerical example illustrates the policy for a system having five states.

I. 서 론

일반적으로 예방보수(preventive maintenance)는 시스템의 신뢰성이나 성능의 유지 개선을 목표로 하는 모든 Service 활동의 총체를 의미한다. 이러한 Service 활동에는 시스템 및 부품의 대체(replacement), 보수(repair), 검사(inspection) 등이 포함된다. 그런데 Service 활동을 취할 때, 보수자가 예방보수의 횟수나 depth(throughness)를 결정하는데 있어, 선택의 여지가 있게 된다. 따라서 적정정책을 구하기 위해서 예방보수 모형에 관한 연구가 많이 행해지고 있다.

예방보수 모형의 분류는 시스템의 상태를 어떻게 구분하는가에 따라 두 가지로 대별될 수 있다. 시스템의 상태를 고장상태와 작동상태로 구분하는 경우와, 시스템이 고장상태와 작동상태 사이에 중간상태로 퇴화상태들을 가질 수 있는 경우이다. 전자의 경우 대표적인 검사모형에는 Barlow와 Proschan의 것이 있다[1, 2].

Barlow와 Proschan은 고장은 검사를 통해서만 발견된다고 가정하고 검사와 검사 사이의 각 구간에서 시스템을 고장의 상태에 두는 비용과 검사비용의 합의 기대치를 최소로 하는 적정검사 일정을 찾았다. 그리고 후자의 경우와 같이 시스템의 상태를 다수로 구분하여 예방 대체정책을 고려한 모형들이 많이 연구되어 있다[3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 11, 12].

이들 모형들에서는 시스템의 상태를 0, 1, …, n으로 구분하고 '0'은 good, '1'…'$n-1$'은 degraded, 'n'은 failure 상태를 나타내주고 있다. 아울러 시스템이 'n'의 상태에 있는 것이 발견되면 즉시 '0' 상태의 새것으로 대체해주고 검사를 통해서만 시스템의 상태를 결정할 수 있다는 가정하에서 비용을 최소로 하는 적정 검사주기 또는 시스템이 어떤 상태 이상이면 새것으로 대체해 주는가 하는 문제를 선행연구에서는 다루고 있다. 특히 Flehinger[5]는 검사가 고정주기 시간마다 행해질 때, 시스템의 상태가 'm'($m=1, \cdots, n$) 이상이면 대체해 주는 Control limit rule에 관해 연구하였다.

그러나 Flehinger[5] 등의 Control limit rule의 모

*서울大學校 工科大學
**國土開發硏究院

형에서는 검사 사이의 구간이 고정되어 있고 'm'(m=1, …, n) 상태이상 퇴화하면 무조건 대체해 주게 되어 있다. 본 연구에서는 시스템이 작동상태와 고장상태 사이에 퇴화의 정도에 따른 여러 중간상태를 갖는 경우 검사를 통하여 시스템의 퇴화된 정도, 즉 상태를 발견하고 그 상태에서 어느 상태로 보수를 할 것인가를 결정하고 아울러 다음 검사시기를 결정하는 보다 일반적인 보수 검사정책에 대하여 고찰하고자 한다.

본 연구에서는 우선 퇴화된 정도를 검사를 통하여 발견하고 보수를 해주게 되기 때문에 퇴화과정의 모형화가 선행되어야 한다. 퇴화과정의 모형화는 'new' 상태와 'failure' 상태사이에 퇴화의 정도에 따른 여러 중간상태(intermediate state)들을 설정하여 시스템의 상태변화가 Markov Process를 따른다고 함으로써 이루어질 수 있다. 이러한 설정하에서는 한 상태에서 보다 덜 퇴화된 여러 다른 상태로의 보수가 가능하게 되며, 본 연구에서는 보다 덜 퇴화된 다른 여러 상태로의 보수를 각각 보수의 형태라 하였다. 즉 보수의 형태는 보수의 정도(depth)에 따른 구분으로써 보수후에는 시스템이 'new'와 'failure'의 중간 상태로도 될 수 있으며, 비용이 많이 드는 보수 형태를 취할수록 보수후의 시스템은 'new' 상태에 가까와진다고 생각할 수 있다.

본 연구에서는 다음 검사까지의 시간이 이산적 정수값(discrete integer value)을 갖는 경우에 국한하였다. 따라서 검사의 결과 시스템의 상태가 발견되었다면 여러 가능한 보수 형태 및 여러 가능한, 보수후 다음 검사까지의 시간들의 대안들 중에서 어느 하나를 결정하여야 한다. 즉 본 연구에서는 검사시 발견되는 시스템의 각 상태에서 가능한 여러 대안중 고장 발견시까지의 비용기대치를 최소로 하는 대안을 모든 상태에 대하여 구해 보았다.

Ⅱ. 모 형 화

Ⅱ-1 용어 및 기호 설명

i, j : 시스템의 상태를 표시하는 index,
  i, j=0, 1, …, n,
  0은 'new' 1, …, $n-1$은 'degraded', n은 'failure' 상태를 나타낸다.

λ_i : i 상태로부터 $i+1$ 상태로의 transition rate,
  i=0, 1, …, $n-2$

μ_i : i 상태로부터 고장상태 n으로의 transition rate
  i=0, 1, …, $n-1$

K : 이번 검사로부터 다음 검사까지의 시간구간, K는 1, 2, …, 의 discrete integer value를 가진다.

P_{ij} : 1-step transition probability, 즉 $P_r\{$system is in state j at $k+1|$system was in state i at $k\}$

P^k_{ij} : k-step transition probability

C_I : 검사 비용

C_F : 고장 비용

$\varphi(i)$: 검사에서 시스템이 i 상태에 있을 때 보수에 의하여 변화되는 상태 $\varphi(i)\leq i$, 만약 $\varphi(i)=i$ 이면 보수를 하지 않는 것이 됨.

$C_{i\varphi(i)}$: 검사에서 시스템이 i 상태에 있을 때 $\varphi(i)$의 상태로 보수를 해주는데 드는 비용, 만약 $\varphi(i)=i$ 이면 $C_{i\varphi(i)}=0$

σ_i : 검사에서 시스템이 i 상태에 있을 때 택하는 보수의 형태 및 보수후 다음 검사까지의 시간을 나타냄. 즉 $\sigma_i=(\varphi(i), k)$로 표현됨.

정책σ : 검사후 발견된 시스템의 각 상태 i에서마다 decision σ_i를 결정해 주는 rule,
  i=0, 1, …, $n-1$

v_i : policy improvement procedure에서 어떤 주어진 policy에 대한 i 상태의 'relative value'

Ⅱ-2 가 정

앞에서 살펴본 퇴화과정은 다음과 같이 정립할 수 있다.

(i) 시스템은 0, 1, …, n 중의 어느 한 상태를 가질 수 있다.

(ii) 0와 n의 중간 상태들은 시스템의 퇴화정도를 반영하여 1에서 n으로 갈수록 퇴화가 심한 상태를 나타내게 된다.

(iii) 시스템 상태의 변화는 transition rates λ_i 및 μ_i에 의해 정의되는 time homogeneous markov process를 따른다.

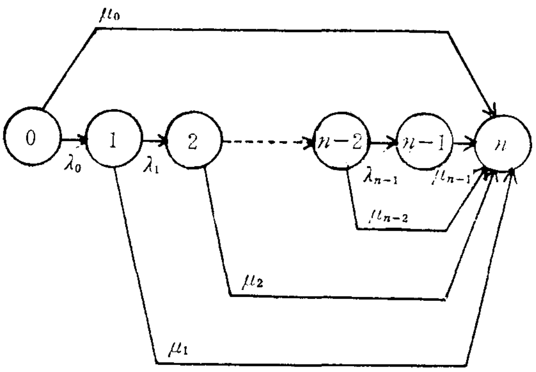
(iv) n은 'absorbing'상태로서 P_{nn}은 1이다. 이 process의 transition diagram은 〈그림 1〉과 같다.

(v) $\mu_0<\mu_1\cdots<\mu_{n-1}$

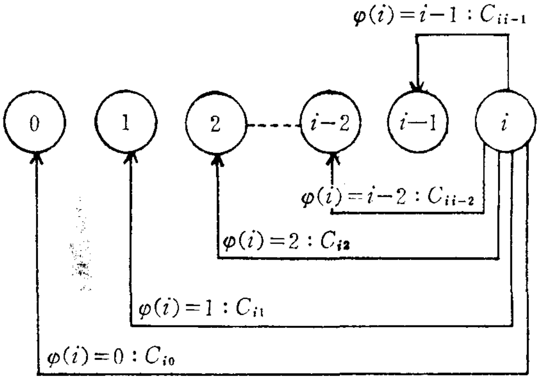
이러한 퇴화과정을 가진 시스템의 검사시, 시스템이 i 상태에 있는 것이 발견됐다면 이때 가능한 예방보수의 형태는 i 상태에서 0 상태로 보수하는 형태에서부터 i 상태에서 $i-1$ 상태로 보수하는 형태까지 존재하게 된다.

〈그림 2〉는 검사시 시스템의 상태가 i일 때에 가능한 보수의 형태 및 각 보수형태에 따르는 비용을 나타내었다.

아울러 이 모형은 다음과 같은 가정을 지니게 된다.



〈그림 1〉 Transition Diagram



〈그림 2〉 다수의 보수형태

(i) 시스템의 상태는 검사를 통해서만 발견된다.
(ii) 검사는 과오없이 시스템의 상태를 발견한다(perfect).
(iii) 다음 검사까지의 시간 k가 가질 수 있는 값의 집합은 유한집합(finite set)이다. 즉, $\{k|k=1, 2, 3, \cdots\}$은 finite set이다.
(iv) 검사 및 보수소요시간은 가동시간에 비해 무시할 정도로 짧다.

Ⅱ-3 모형의 전개

본 모형에서 비용이 발생할 수 있는 경우는 검사시 시스템의 상태를 발견할 때 뿐이다. 즉 검사를 통하여 시스템의 상태를 발견할 때의 검사비용, 보수비용, 그리고 고장상태 발견시의 penalty비용 등은 검사시에 발생하므로 검사시점에만 관심을 두기로 한다.

이번 검사에서 시스템의 상태가 i일 때 다음 검사에서의 시스템상태가 j일 확률을 구하기로 한다. 이번 검사에서 시스템 상태가 i였다고 하면 $\varphi(i)$로 보수를 해주게 되므로 실제로는 $\varphi(i)$ 상태로부터의 transition이 발생하게 되며, $\varphi(i)$로 보수를 해준후 다음 검사는 k단위시간후에 하게 되므로 다음 검사에서 시스템상태가 j일 확률은 k단위시간후에 시스템상태가 j일 확률이다. 따라서 이번 검사에서 시스템의 상태가 i일 때 다음 검사에서 시스템상태가 j일 확률은 $\varphi(i)$상태로부터 k단위시간동안 j상태로 갈 확률이 된다.

따라서 이때의 확률은

$$P^k_{\varphi(i)j} \qquad \cdots\cdots\cdots(1)$$

로 주어진다.

이번 검사에서 시스템의 상태가 i일 때 다음 검사에서 시스템의 상태가 j일 경우 발생할 수 있는 비용은 다음과 같다.

(i) $j \neq n$인 경우

즉 고장이 발생하지 않을 경우에는 보수비용 $C_{i\varphi(i)}$ 및 검사비용 C_I가 들므로 이때의 총 발생비용은

$$C_{i\varphi(i)}+C_I \qquad \cdots\cdots\cdots(2)$$

로 주어진다.

(ii) $j=n$인 경우

즉 고장이 발생할 경우는 보수비용 $C_{i\varphi(i)}$, 검사비용 C_I, 고장비용 C_F가 들므로 총 발생비용은

$$C_{i\varphi(i)}+C_I+C_F \qquad \cdots\cdots\cdots(3)$$

로 주어진다.

따라서 이때의 비용기대치는

$$\sum_{j=0}^{n-1}(C_{i\varphi(i)}+C_I)P^k_{\varphi(i),j}+(C_{i\varphi(i)}+C_I+C_F)P^k_{\varphi(i),n}$$

$$=(C_{i\varphi(i)}+C_I)\sum_{j=0}^{n}P^k_{\varphi(i),j}+C_F P^k_{\varphi(i),n}$$

$$=(C_{i\varphi(i)}+C_I)+C_F P^k_{\varphi(i),n} \qquad \cdots\cdots\cdots(4)$$

로 주어진다.

본 연구에서의 정책은 검사를 행하는 시각과는 무관하고(time independent), 상태에 따라 변화하므로(state dependent), Markov stationary policy가 된다. 따라서 검사를 행한 시각과는 관계없이 검사시 시스템상태가 i이면 항상 v_i의 기대비용이 고장 발견시까지 발생하게 된다[6, 7].

이번 검사에서 시스템 상태가 i였을 때 다음 검사에서 시스템 상태가 j일 경우 고장 발견시까지의 발생비용 기대치 v_i는 다음 검사까지의 발생비용 기대치와 다음 검사에서 시스템의 상태가 j이므로 v_j의 기대치의 합이 된다. 따라서

$$v_i=[C_{i\varphi(i)}+C_I+C_F P^k_{\varphi(i),n}]+\sum_{j=0}^{n-1}P^k_{\varphi(i),j}\, v_j \qquad (5)$$

$$i=0, 1, \cdots, n-1$$

이 된다.

이제 여러 가능한 정책들중 v_i, $i=0, 1, \cdots, n-1$의 값이 최소가 되도록 하는 적정정책을 찾는다.

Ⅱ-4 Policy Improvement Procedure

적정 policy를 찾기 위해서는 policy enumeration의 방법을 사용할 수 있다. 즉 가능한 여러 policy 중 각 policy에서마다 v_i, $i=0, 1, \cdots, n-1$를 식 (5)에 의해 구하여 v_i, $i=0, 1, \cdots, n-1$을 최소로 하는 policy를 찾으면 된다.

그러나 만약 상태의 수가 크고 K값도 커지면 가능한 policy의 수도 아주 큰 값을 취하게 된다. 즉 n상태가 'absorbing' 상태라 할 때의 policy수는

$$K\cdot(2K)\cdot(3K)\cdots\cdots(nK)=n!K^n \quad \cdots\cdots\cdots(6)$$

으로 주어져 이 방법은 효과적이지 못하므로 Howard [7]에서의 policy improvement procedure를 사용하기로 한다.

Policy Improvent Procedure

v_i를 다음과 같이 정의한다.

$$v_i=(C_{i\varphi(i)}+C_I+C_F P^K{}_{\varphi(i),n})+\sum_{j=0}^{n-1} P^k{}_{\varphi(i),j}\ v_j \quad \cdots\cdots\cdots(7)$$

Step 0 : 임의의 policy를 선택한다.

Iteration Cycle

Step 1 : 현재의 policy에서 아랫식을 만족하는 v_i를 모든 i에 대해 ($i=0.\ 1, \cdots, n-1$) 계산한다.

$$v_i=(C_{i\varphi(i)}+C_I+C_F P^k{}_{\varphi(i),n})+\sum_{j=0}^{n-1} P^k{}_{\varphi(i),j}\ v_j$$

Step 2 : 각 상태에서마다 Step 1으로부터 계산된 v_j값들을 사용하여

$$v_i=(C_{i\varphi(i)}+C_I+C_F P^k{}_{\varphi(i),n})+\sum_{j=0}^{n-1} P^k{}_{\varphi(i),j}\ v_j$$

를 최소로 하는 $(\varphi(i), K)$를 구한다.

이를 모든 i에 대해 ($i=0, 1, \cdots, n-1$) 반복하면 new policy를 얻는다.

만약 new policy가 previous policy와 동일하면 그것이 optimal policy이다. 그렇지 않으면 new policy를 present policy로 하여 Step 1로 가서 반복한다,

Ⅲ. 적용 예제

시스템이 가질 수 있는 상태가 0, 1, 2, 3, 4의 5개이고 검사구간으로써 택할 수 있는 시간 K가 가질 수 있는 값이 1, 2, 3인 경우에 본 모형을 적용하여 보았다.

이때 가능한 정책의 수효는 식 (6)에 의하여 1,944개가 되며 적정검사 정책의 결정에 영향을 미칠 수 있는 parameter는 λ_0, λ_1, λ_2, μ_0, μ_1, μ_2, μ_3, C_I, C_F, C_{10}, C_{20}, C_{21}, C_{30}, C_{31}, C_{32}이다.

본 예제에서는 $C_F=5$, $C_I=0.2$, $C_{10}=C_{21}=C_{32}=0.3$, $C_{20}=C_{31}=0.6$, $C_{30}=0.9$로 하여 λ_i값들을 변화시켜 보았다.

i) $\lambda_0=\lambda_1=\lambda_2=1$
$\mu_0=0$, $\mu_1=0.5$, $\mu_2=1.5$, $\mu_3=3$
$\sigma^*=((0,3), (1,3), (2,3), (3,3))$

ii) $\lambda_0=1$, $\lambda_1=1$, $\lambda_2=2$
$\mu_0=0$, $\mu_1=0.5$, $\mu_2=1.5$, $\mu_3=3$
$\sigma^*=((0,3), (1,3), (2,3), (3,3))$

iii) $\lambda_0=1$, $\lambda_1=2$, $\lambda_2=2$
$\mu_0=0$, $\mu_1=0.5$, $\mu_2=1.5$, $\mu_3=3$
$\sigma^*=((0,3), (1,3), (2,3), (3,3))$

iv) $\lambda_0=1$, $\lambda_1=2$, $\lambda_2=3$
$\mu_0=0$, $\mu_1=0.5$, $\mu_2=1.5$, $\mu_3=3$
$\sigma^*=((0,3), (0,3), (2,3), (3,3))$

v) $\lambda_0=1$, $\lambda_1=2$, $\lambda_2=10$
$\mu_0=0$, $\mu_1=1$, $\mu_2=2$, $\mu_3=10$
$\sigma^*=((0,3), (1,3), (2,3), (3,3))$

각 상태에서의 퇴화율 λ_i들이 동일값을 가질 경우에는 (i)에서처럼 보수는 하지 않으며 검사시간을 늦추는 것이 적정정책이 된다. (ii) 및 (iii)의 경우에서처럼 λ_1 및 λ_2를 1씩 증가시켜도 적정정책은 변화하지 않았다.

λ_i값들이 i가 증가함에 따라 증가하는 (iv)의 경우에서는 검사시 시스템의 상태가 1일 경우 0상태로 보수를 하는 것이 적정정책이 된다.

(v)의 경우에서처럼 λ_2의 값을 급속히 증가시키면 step수에 거의 관계없이 각 상태에서 고장상태로 가는 확률이 거의 1에 가까와지게 되고 보수는 하지 않되 검사시간을 1 또는 2단위시간 후에 하는 정책과 적정정책의 비용기대치에 영향을 미치게 되어, 검사비용 자체만의 절대적 변화가 적정정책의 결정에 영향을 미치지 않았다. 일반적으로 퇴화율이 큰 값을 가질수록 각 상태에서 고장상태로 가는 확률이 Step 수에 관계없이 1에 근사해지고 이는 1단위후나 2단위후 또는 3단위후의 검사시, 시스템이 거의 고장 상태에 있게 됨을 의미한다. 이 경우에는 어떤 형태의 보수도 취하지 않는 것이 적정정책이 되는데 이는 보다 덜 퇴화된 상태로 보수를 하여도 다음 검사시에는, 보수를 하지 않은 경우와 거의 동일하게 시스템이 고장상태에 있게 되기 때문인 것으로 해석되어진다.

Ⅳ. 결 론

본 연구에서는 Markov degradation property를 도입하고 다수의 예방 보수형태를 고려하여 모형을 설정하였다. 이러한 모형의 설정하에서 검사 및 보수정책을 고려하였다. 실상 본 연구에서 가장 중요한 것은 정책의 구조인데 이러한 구조는 각 상태에서의 다수의 보수형태 중의 한 형태의 선택 및 다음 검사시기의 선택을 각 상태에서의 decision의 한 형식으로 표현케 하여 Markov decision Process로써의 전개를 가능케 하였다. 이에 따라 다수의 가능한 정책중 비용을 최소로 하는 적정정책을 찾는 문제로 귀착되었는데 이는 policy improvement procedure의 사용으로 용이하게 해결될 수 있었다. 이러한 모형 및 정책의 구조는 현실적으로도 의미를 가진다고 생각된다.

즉 퇴화상태에 따라 검사시기를 다르게 설정해 주는 것은 periodic한 검사정책보다 현실적이라고 생각된다. 또한 본 모형에서의 정책의 구조는 'control limit policy' 형태의 정책구조를 다음과 같이 특수한 한 경우로써 포함하게 된다. 즉 'control limit policy'에서의 정책구조 σ는 control limit를 m이라 할 때

$$\sigma=((0,\ K),\ \cdots(m-1,\ K),\ (0,\ K),\cdots(0,\ K))$$

로 표현된다. 'control limit policy'하에서는 검사 사이의 시간 구간이 K로 fixed되고, 즉 periodic형태의 검사정책을 적용하고, m상태이상 퇴화하면 무조건 대체해 주게 되어 있기 때문이다.

따라서 정책의 구조상에서는 본 모형의 정책구조가 더 일반적인 경우가 되겠다.

또한 예방 보수후 시스템의 상태가 'new'와 'failure' 사이의 상태가 된다는 것이 특이할 만하다.

본 모형에서는 검사 사이의 시간을 단위시간의 정수배로 하였는데 단위시간의 크기가 작아지면 가능한 대안의 수효가 크게 증가되므로 이 때에는 검사 사이의 시간을 continuous하게 설정하여 모형을 세우는 것이 바람직하겠다.

참 고 문 헌

(1) Barlow, R.E. and F. Proschan, *Mathematical Theory of Relialility*, John Wiley & Sons Inc., New York, 1965.

(2) Barlow, R.E., L.C. Hunter, and F. Proschan, "Optimal checking procedure," *J. Soc. Indust. Appl. Math.*, Vol. Ⅱ, No. 4, 1963, pp. 1078—1091.

(3) Derman, C. and J. Sacko, "Replacement of periodically inspected equipment," *Naval Research Logistics Quarterly*, Vol. 7, No. 4, 1960, pp. 597—607.

(4) Derman, C., "Optimal replacement and maintenance under Markorvion deterioration with probability bounds of failure," *Mgmt. Sci.*, Vol. 9, No. 3, 1963, pp. 478—481.

(5) Flehinger, B.J., "A Markovian model for the analysis of the effects of marginal testing on system reliability," *Annals of Mathematical Statistics*, Vol. 33, June, 1962, pp. 754—766.

(6) Gertsbakh, I.B., *Models of Preventive Maintenance*, North-Holland Publishing Co., Amsterdam, 1977.

(7) Howard, R.A., *Dynamic Probabilistic Models*, Vols. 1—2, John Wiley & Sons Inc., New York, 1971.

(8) Jewell, W.S., "Markov-renewal programming, Ⅰ and Ⅱ," *Oper. Res.*, Vol. Ⅱ, Dec. 1963, pp. 938—971.

(9) Kao, E., "Optimal replacement and rules when changes of state are Semi-Markovian," *Oper. Res.*, Vol. 21, No. 6, 1973, pp. 1231—1249.

(10) Mine, H. and H. Kawai, "An optimal maintenance policy for a 2-unit parallel system with degraded States," *IEEE Transactions on Reliability*, Vol. R-23, June, 1974, pp. 81—86.

(11) Mine, H. and H. Kawi, "Preventive replaement of a 1-unit system with a wearout state," *IEEE Transactions on Relialility*, Vol. R-23, No. 1, 1974, pp. 24—29.

(12) Mine,H. and H. Kawai, "An optimal inspection and replacement policy," *IEEE Transactions on Relialility*, Vol. R-24, No. 5, 1975, pp. 305—309.