

移動荷重이 一定速度로 作用하는 單純보에서 Prebending Moment에 의한 動的特性

(Dynamic Characteristics of a Simple Beam Subjected to Prebending Moments and Moving Loads with Constant Velocity)

姜 鎭 先*·金 贊 默**

(Jin-Sun Kang, Chan-Mook Kim)

Abstract

This paper presents the dynamic behaviour of a simple beam subjected to moving loads and prebending moments.

The velocity of the moving loads is assumed constant, and the prebending moment is assumed to be M .

The fundamental equation of motion of the beam is derived from the principle of virtual works and solved by using Duhamel's Integral.

In this paper we found that the dimensionless deflection at the middle of beam was related with prebending moment (M), velocity (V) and magnitude of the moving load (F); that is

$$\frac{y}{y_0} = \frac{1}{1-\beta^2} - \frac{\pi M}{Fl}$$

The faster the velocity becomes, the deeper the maximum deflection becomes. And the maximum deflection at the middle of beam was occurred after the moving load passed the midpoint of beam.

1. 序 論

最近 移動荷重이 作用하는 보나 構造物에서 動的特性에 관한 研究動向은 prestress를 받고 있는 보의 移動荷重 問題를 주로 취급하고 있고 특히 앞으로 到來할 宇宙航空 時代に 즈음하여 超 高速으로 移動荷重이 作用하는 로켓트 발사대 등의 設計에서 移動荷重으로 인한 영향을 무시할 수 없게 되었다. 이러한 移動荷重이 作用하는 보에 대한 研究는 J. T. Kenney¹⁾가 一定速度로 移動荷重이 作用할 때 임계속도에서 점성감쇠의 효과를 고려하여 共振 그래프와 그 解를 定常狀態에서 나타내었다. 그후 C. S. Steel²⁾은 移動荷

重이 作用하는 보에서 剪斷力과 回轉慣性力의 효과를 고려하여 研究하였고 또한 A. D. Kerr³⁾은 軸荷重을 받는 보의 自由振動特性을 考察하였다. 최근 C. T. Sun⁴⁾은 prestress를 받고 있는 Timoshenko Beam에 대하여 Trefftz와 Biot의 3차원 이론에 근거를 두어 그 유도방정식을 나타내었다. 본 研究에서는 prebending moment를 받고 있는 單純보에서 Rayleigh 에너지 法則에 의한 假想일의 原理로서 一定速度 移動荷重과 prebending moment가 作用했을때의 새로운 運動方程式을 세웠고, Duhamel's Integral을 使用하여 一般解를 구했다.

또한 移動荷重으로 인한 처짐을 줄이기 위하

* 正會員, 國民大學校 大學院 機械工學科

** 正會員, 國民大學校 工科大學 機械工學科

여 prebending moment 항을 첨가시켜, 速度와 移動荷重에 의한 變位の 관계식을 유도하여 電子計算機로 動的 처짐을 求하고, 本 實驗에서 求한 實驗値와 比較檢討하였다. 그 結果 보의 中央點에서 처짐과 移動速度, prebending moment, 그리고 移動荷重과의 關係를 無次元函數式 (式13)으로 求했다. 또 이것을 數値解析으로 理論値를 求함으로써 prebending moment 항이 보의 最大처짐을 줄임을 알게 되었다. 또 보의 中央點에서 最大처짐은 임계속도내에서 移動速度가 增加할수록 커지며 β 가 1에 가까우면 危險速度로 될을 알 수 있었다. 또한 보의 中央點에서 最大처짐은 移動荷重이 中央點을 넘어서 일어남을 알게 되었다.

2. 記號說明

- V : 移動速度
- $\frac{\partial y}{\partial x}$: 變形曲線의 기울기 $\frac{\partial y}{\partial x} = \psi - \alpha$
- ψ : 純粹 bending 回轉角
- α : prebending moment로 인한 回轉角
- M : prebending moment
- β : 速度變數 $\left(\frac{VI}{ix\alpha}\right)$
- ρ : 固有圓振動數 $\left(\frac{i^2 \pi^2 a}{l^2}\right)$
- a : 傳波速度 $(\sqrt{EI/\rho A})$
- F : 移動荷重
- t : 時間
- l : 보의 길이
- A : 보의 斷面積
- E : 彈性係數
- I : 斷面 2次모우멘트
- y : 처짐
- y_0 : $\frac{2F\beta}{EI\pi^2}$ (移動荷重 F가 集中力으로 作用할 때 처짐. $\approx \frac{F\beta}{48EI}$)
- y_{st} : prebending moment가 作用할 때 中央點의 靜的처짐. $\left(\frac{Ml^2}{16EI} - \frac{F\beta}{48EI}\right)$
- i : 첨자(整數)

3. 理論解析

3.1 Prebending moment를 받고 있는 單純보의 自由振動

(가 정)

- 가) 보의 상태는 彈性限界를 넘지 않는다.
- 나) 보에 作用하는 prebending moment는 $x=0$ 인 點에 作用한다.
- 다) 斷面積에 비해 길이가 充分히 길다. 즉 剪斷力의 影響은 無視한다.
- 라) 荷重이 移動할 때 보에 發生하는 마찰과 減衰는 無視한다.

Prebending moment가 作用할 때 자유진동하는 보의 運動方式은

$$EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + \rho A \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0 \dots\dots\dots(1)$$

$$EI \frac{\partial^3 \psi}{\partial x^3} - EI \frac{\partial^2 \alpha}{\partial x^2} + \rho A \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0 \dots\dots\dots(1)'$$

A. D. Kerr에 의한 종래의 운동방정식과 比較할 때 prebending moment로 인한 剪斷力項이 더 첨가되어 있고 prebending moment를 加하지 않았을 때 즉 $EI \frac{\partial^3 \alpha}{\partial x^3}$ 항을 0으로 놓으면 一般보의 自由振動 方程式과 一致한다³⁾. 이 prebending moment를 받고있는 보의 解는 식 (2)와 같이 可定할 수 있다.

$$y_{(x,t)} = X_{(x)} \cdot (A \cos pt + B \sin pt) \dots\dots\dots(2)$$

식 (2)를 식 (1)에 代入하여 微分式을 整理하면,

$$\frac{d^4 X}{dx^4} - \frac{p^2}{a^2} X = 0 \dots\dots\dots(3)$$

$$\frac{d^4 X}{dx^4} - k^2 X = 0 \dots\dots\dots(3)'$$

단, 여기서 $k^2 = \frac{p^2}{a^2}$

식 (3)'의 解를 $X_{(x)} = ce^{nx}$ 라고 하면 (3)'식은 $e^{nx}(n^4 - k^2) = 0$.

따라서 $n = \pm k$, $n = \pm jk$ 가 되므로 (3)'의 解는 $X_{(x)} = c_1(\cos kx + \cosh kx) + c_2(\cos kx - \cosh kx) + c_3(\sin kx + \sinh kx) + c_4(\sin kx - \sinh kx) \dots\dots\dots(4)$

가 된다. 單純支持보의 境界條件은

$$(X_{i,x})_{x=0} = 0, \left(\frac{d^2 X}{dx^2}\right)_{x=0} = 0, (X_{i,x})_{x=l} = 0, \left(\frac{d^2 X}{dx^2}\right)_{x=l} = 0,$$

따라서 境界條件을 浬식에 代入하면, $c_1 = c_2 = 0, c_3 = c_4, \sin k_i l = 0, k_i l = i\pi, p_i = k_i^2 a = \frac{i^2 \pi^2 a}{l^2}$

그러므로

$$X_i = 2c_3 \sin \frac{i\pi x}{l} = c \sin \frac{i\pi x}{l}$$

직교성의 原理에 의해

$$\int_0^l X_i X_j dx = \begin{cases} 0 & (i \neq j) \\ 1 & (i = j) \end{cases} \quad \int_0^l (X_i'')^2 dx = k_i^4$$

積分하여 상수 c 를 求하면 $c = \sqrt{2/l}$ 이다. 그러므로 變位函數 X_i 는

$$X_i = \sqrt{2/l} \sin \frac{i\pi x}{l} \dots\dots\dots (5)$$

식(2)의 y 를 級數解의 형태로 나타내면 $y = \sum_{i=1}^{\infty} \phi_i X_i$ 단, ϕ_i 는 시간의 函數이다. 여기서 假想變位 $\delta y_i = \delta \phi_i(t) X_i(x)$ 라 놓으면 作用하는 假想일은 慣性力으로 인한 假想일

$$\delta W_{li} = - \int_0^l (\rho A dx) \frac{\partial^2 y_{x,t}}{\partial t^2} \delta y = - m \ddot{\phi} \delta \phi_i$$

彈性力으로 인한 假想일

$$\delta W_{Ei} = - \frac{\partial U}{\partial \phi_i} = \delta \phi_i = - EIK^4 \phi_i \delta \phi_i = - mp_i^2 \phi_i \delta \phi_i$$

Prebending moment로 인한 假想일

$$\delta W_M = M \delta y' = M \delta \phi_i X_i'$$

위의 세가지 假想일에 의한 運動方程式을 세우면,

$$\ddot{\phi}_i + p_i^2 \phi_i = \frac{M}{m} X_i' \dots\dots\dots (6)$$

(6)식을 Duhamel's Integral을 使用하여 ϕ_i 를 구하면,

$$\phi_i = \frac{X_i'}{mp_i} \int_0^t M(t') \sin p_i(t-t') dt' \text{로 되고}$$

$$y = \frac{2\pi}{ml^2} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{i}{p_i} \sin \frac{i\pi x}{l} \cdot \int_0^t M(t') \cdot \sin p_i(t-t') dt' \dots\dots\dots (7)$$

로 된다. 식(7)은 prebending moment가 作用하

는 單純보의 처짐식이다.

3.2 一定速度의 移動荷重과 prebending moment가 作用할 때의 強制振動

Prebending moment가 作用하는 單純보에 荷重이 一定速度로 移動할 때 假想變位를 $\sigma y_i = \sigma \phi_i(t) X_i(x)$ 라 놓으면 作用하는 假想일은 慣性力으로 인한 假想일, 彈性力으로 인한 假想일, prebending moment로 인한 假想일, 移動荷重으로 인한 假想일 등이다. 여기서 使用된 보의 次元과 좌표는 Fig. 1과 같다.

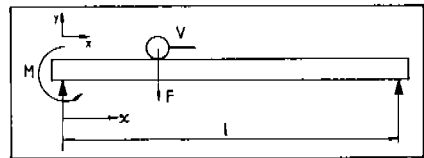


Fig. 1 Dimensions and Co-ordinates of the beam

앞에서 나타낸 바와 같이 관성력으로 인한 假想일은 $-m\ddot{\phi}\delta\phi_i$, 탄성력으로 인한 假想일은 $-mp_i^2\phi_i\delta\phi_i$, 그리고 prebending moment로 인한 假想일은 $M\delta\phi_i X_i'$, 일정속도로 이동하는 하중으로 인한 假想일은 $-F \cdot \sqrt{\frac{2}{l}} \delta\phi_i \cdot \sin \frac{i\pi x}{l}$ 으로, 運動方程式을 세우면

$$\phi_i + p_i^2 \phi_i = \frac{MX_i'}{m} - \frac{F}{m} \cdot \sqrt{\frac{2}{l}} \cdot \sin \frac{i\pi vt}{l} \dots\dots\dots (8)$$

과 같이 된다. 또한

$$y_{x,t} = \sum_{i=1}^{\infty} \phi_i(t) \cdot X_i(x)$$

$$= \frac{2\pi}{ml^2} \cdot \sum_{i=1}^{\infty} \frac{i}{p_i} \sin \frac{i\pi x}{l} \cdot \cos \frac{i\pi x}{l} \cdot \int_0^t M(t') \cdot \sin p_i(t-t') \cdot dt' - \frac{2Fv}{m\pi^2} \cdot \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{i\pi x}{l}}{i^2(i^2\pi^2 a^2 - v^2 l^2)} \cdot \sin \frac{i\pi vt}{l} + \frac{2Fv}{m\pi^2 a} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{i\pi x}{l}}{i^2(i^2\pi^2 a^2 - v^2 l^2)} \sin \frac{i^2 \pi^2 at}{l^2} \dots\dots\dots (9)$$

이 級數解는 一定速度로 移動荷重이 prebending moment가 作用하는 單純보 위를 이동할 때의 強制振動의 解이다.

첫 항은 prebending moment로 인한 解이고,

두번째 항은 移動荷重으로 인한 解이며 세번째 항은 自由振動의 解가 된다.

가) Prebending moment가 零일때의 動特性 prebending moment가 作用하지 않는 경우라면 식 (9)는

$$y = \frac{-2Fl^3}{m\pi^2} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{i\pi x}{l}}{i^2(i^2\pi^2 a^2 - v^2 l^2)} \sin \frac{i\pi vt}{l} + \frac{2Fl^3 v}{m\pi^2 a} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{i\pi x}{l}}{i^3(i^2\pi^2 a^2 - v^2 l^2)} \sin \frac{i^2\pi^2 at}{l^2}$$

이 식을 $\beta = \frac{Vl}{ina}$ 를 사용하여 整理하면

$$y = \frac{-2Fl^3}{EI\pi^2} \sum_{i=1}^{\infty} \sin \frac{i\pi x}{l} \cdot \frac{1}{i^2(1-\beta^2)} (\sin \frac{i\pi vt}{l} - \beta \sin \pi t) \dots \dots \dots (10)$$

로 된다. 식 (10)은 移動荷重이 作用하는 單純波의 처짐식이다.

이 식을 定常狀態 (steady state)에서 基本派로 나타내면 다음과 같다.

$$y = \frac{-2Fl^3}{EI\pi^2(1-\beta^2)} \sin \frac{\pi x}{l} \cdot \sin \frac{\pi vt}{l} \dots \dots \dots (11)$$

여기서 $x = \frac{l}{2}$, $t = \frac{l}{2v}$ 일때 最大처짐이 일어나며 $y = \frac{-2Fl^3}{EI\pi^2} \cdot \frac{1}{(1-\beta^2)} \dots \dots \dots (11)'$ 로 된다.

식 (11)'에서 速度函數 β 가 增加하면 처짐이 增加하고 β 가 1인 점에서 危險速度가 되는 共振이 일어난다.

또한 (10)식에서 속도 v 가 $\frac{\pi a}{l}$ 에 수렴할때 분모 분자가 0이 되므로 그때의 극한값은 분자와 분모를 속도 v 로 微分하고,

$v = \frac{\pi a}{l}$ 를 代入하면,

$$y = \frac{Fl^3}{EI\pi^2} \left(\frac{\pi vt}{l} \cos \frac{\pi vt}{l} - \sin \frac{\pi vt}{l} \right) \sin \frac{\pi x}{l}$$

로 되고 여기서

$$t = \frac{l}{v}, x = \frac{l}{2}$$

에서 처짐이 最大가 되며,

$$y_{max} = \frac{Fl^3}{EI\pi^2} \text{이다.}$$

즉 共振일 때 最大처짐은 靜的인 처짐 $\frac{Fl^3}{48EI}$ 보다 약 57% 크다.

나) Prebending moment가 M 일 때의 動特性

식 (9)를 積分하면

$$y = \frac{2l^2 M}{\pi^2 a^2 m} \sum_{i=1}^{\infty} \sin \frac{i\pi x}{l} \frac{1}{i^3} \left(1 - \cos \frac{i^2 \pi^2 at}{l^2} \right) - \frac{2Fl^3}{m\pi^2} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{i\pi x}{l}}{i^2(i^2\pi^2 a^2 - v^2 l^2)} \sin \frac{i\pi vt}{l} + \frac{2Fl^3 v}{m\pi^2 a} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{i\pi x}{l}}{i^3(i^2\pi^2 a^2 - v^2 l^2)} \sin \frac{i^2 \pi^2 at}{l^2} \dots \dots \dots (12)$$

$i=1$ 인 基本波를 求하면

$$y = \frac{2Fl^3}{EI\pi^2} \sin \frac{\pi x}{l} \left\{ \frac{\pi M}{Fl} \left(1 - \cos \frac{\pi^2 at}{l^2} \right) - \frac{1}{(1-\beta^2)} \left(\sin \frac{\pi vt}{l} - \beta \sin \frac{\pi^2 at}{l^2} \right) \right\} \dots \dots \dots (12)'$$

(12)'식의 動的特性을 高찰하여 보면, 定常狀態에서

$$y = \frac{2Fl^3}{EI\pi^2} \cdot \sin \frac{\pi x}{l} \left(\frac{\pi M}{Fl} - \frac{1}{(1-\beta^2)} \sin \frac{\pi vt}{l} \right)$$

로 되고 中央點에서 처짐은 $x = \frac{l}{2}$, $t = \frac{l}{2v}$ 을 代入함으로써

$$y = \frac{-2Fl^3}{EI\pi^2} \left(\frac{1}{1-\beta^2} - \frac{\pi M}{Fl} \right)$$

로 되고, 여기서

$$y_0 = \frac{2Fl^3}{EI\pi^2}$$

이라 하면, 위식은 無次元式

$$\frac{y}{y_0} = \left(\frac{1}{1-\beta^2} - \frac{\pi M}{Fl} \right) \dots \dots \dots (13)$$

로 된다.

4. 數值解析

本 研究에서는 보의 中央에서 動的인 最大 처짐과 시간(t)과의 關係를 다음의 두가지 경우에 示 고찰하였다.

1. 荷重이 一定速度로 移動하고 $M=0$ 일때
 2. 荷重이 一定速度로 移動하고 M 가 一定할때
- 數値解는 (12)'식을 利用하여 電子計算機로 解를

구하였다.

4.1 荷重이 一定速度로 移動하고 $M=0$ 인 경우
 最大 처짐은 보의 中央에서 發生하며 荷重在
 $x=0$ 에서 $x=l$ 까지 도달하는 데 걸리는 시간은
 $0 \leq t \leq \frac{l}{v}$ 이다, 여기서 $l=1m$, $a=14.8m/s$ 로 實
 驗장치와 같은 수치를 選定하였다.

(12)식에서 $x=\frac{l}{2}$, $M=0$ 이라 놓으면 單純보
 에서 荷重이 一定速度로 移動할 때 보의 中央에
 서 처짐식이 된다.

이것을 無次元數 $\frac{y}{y_0}$, $\frac{vt}{l}$ 를 두 軸으로 하고 速
 度變數 β 값에 따른 그래프를 구하면 Fig. 2와
 같다.

Fig. 2에서 β 값을 0에서 부터 0.4까지 變
 하였을 때 速度變數 β 값이 增加할수록 $\frac{y}{y_0}$ 의 값도
 커짐을 알 수 있었다. 즉 中央點의 最大變位는
 移動速度에 크게 關係함을 알 수 있다.

또한 移動荷重在 中央點에 到達하였을 때 中
 央點의 처짐이 最大가 되지 않고 移動荷重在 中
 央點을 지난후에 最大가 되며 速度變數 β 값이 클
 수록 더 右側으로 지나침을 볼 수 있다.

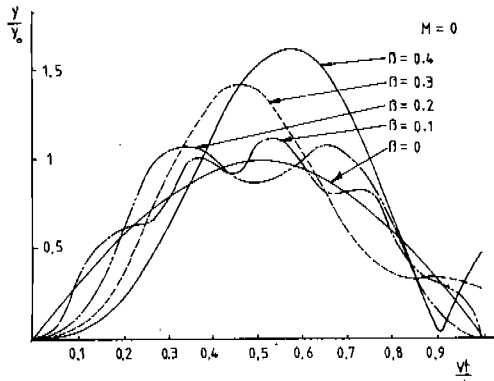


Fig. 2 Relationships between $\frac{y}{y_0}$ and $\frac{vt}{l}$ at $x=\frac{l}{2}$ for the Case $M=0$

4.2 荷重이 一定速度로 移動하고 M 가 一定한
 경우

(12)식에서 $x=\frac{l}{2}$, $l=1m$, $a=14.8m/s$ 로 하면
 임계속도는 $46.5m/s$ 이다. Prebending moment
 를 $\frac{FL}{10}$ 로 하고 中央點에서 처짐을 無次元數
 $\frac{y}{y_0}$, $\frac{vt}{l}$ 를 두 軸으로 할 때, 速度變數 β 값에
 따른 그래프가 Fig. 3과 같다.

Fig. 3에서 prebending moment ($\frac{FL}{10}$)을 加한
 보의 兩端近處를 移動荷重在 지난 때 中央點에
 서 變位無次元數는 陰數가 되고있다. 즉 보에
 prebending moment가 加해 있으므로 移動荷重
 이 보의 兩端에 있을 때에는 中央點의 變位는
 陽數가 되고, 移動荷重在 中央點을 通過할때 陰
 數가 됨을 보여주고 있다. 여기서도 速度變數 β
 값이 增加할 때 中央點의 變位는 커지며, 最大
 變位는 速度가 클수록 移動荷重在 中央點을 지
 나서 나타나게 된다.

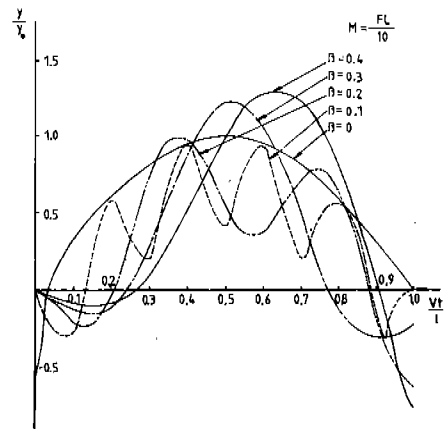


Fig. 3 Relationships between $\frac{y}{y_0}$ and $\frac{vt}{l}$ at $x=\frac{l}{2}$ for the Case $M=\frac{FL}{10}$

Fig. 4는 速度變數 ($\beta=0.3$)를 一定하게 하였
 을 때 無次元數 $\frac{y}{y_0}$, $\frac{vt}{l}$ 를 두 軸으로 하고 pre-
 bending moment 를 變化시켰을 때의 그래프이
 다. 이 그래프에서 prebending moment가 增加
 할수록 보의 中央點에서 最大變位는 작아지며
 變位값이 陽數로 되는 구간이 넓어짐을 볼 수 있
 다. 즉 보의 兩端에서 $\frac{y}{y_0}$ 의 값이 陰數가 되는
 폭이 넓어지고 있다.

또한 靜力學的으로 單純 보에 集中荷重 F 와
 moment (M)이 作用한다고 보았을 때 계산치 (y_{st}
 $= \frac{Ml^2}{16EI} - \frac{Fl^2}{48EI}$)와 同 모델에서 動力學的 계
 산치와 비교하면 Table 1과 같다. 여기서 보면
 prebending moment값이 커질수록 두 계산치의
 差가 커지므로 prebending moment가 作用하는
 보에서는 靜力學的 계산치를 그대로 쓸 수 없음

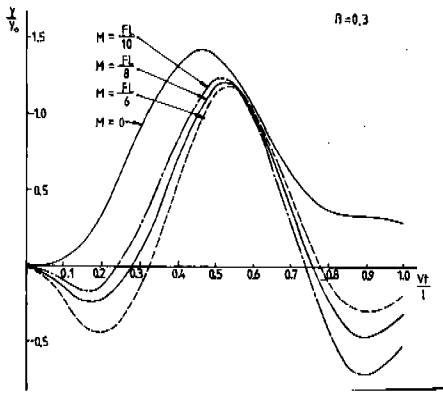


Fig. 4 Relationships between $\frac{y}{y_0}$ and $\frac{vt}{l}$ at $x = \frac{l}{2}$ for the Case $\beta = 0.3$

을 보여 주고 있다.

이상 결과를 종합하여 보면 이동속도가 임계 속도 이하일 때 속도의 증가에 따라 보의 중앙점에서 최대처짐은 증가하고, prebending moment가 증가할 수록 최대처짐은減少함을 알 수 있다. 또 중앙점에서 최대처짐은 속도가 클수록 이동荷重이 중앙點 右側に 到達하였을 때 나타남을 알 수 있다.

Table 1. Comparison of static values and dynamical values

M	O	$\frac{FL}{10}$	$\frac{FL}{8}$	$\frac{FL}{6}$
$\frac{y - y_{st}}{y_{st}}$	40%	78.4%	83.2%	94.2%

5. 實驗 및 考察

1. 實驗方法

Fig. 5는 本研究의 實驗裝置로 Brüel & Kjær의 機器로 使用하였다. 實驗에 使用된 보의 材料는 斷面積 $A = 1.3 \times 1 (\text{cm}^2)$ 되게 加工하고 길이 $l = 1 \text{ m}$ 로, 보의 윗면 中央에는 볼록부분을 만들어 이동荷重의 隴러부분의 흔과 맞도록 밀링가공을 하였다. 보의 끝부분을 60cm 연장하여 40cm 되는 곳과 60cm 되는 곳에서 prebending moment를 가할 수 있도록 加工하여 볼트를 이동하여 모우멘트를 가하도록 하였다. 이동荷重

속도는 레코더 (recorder)의 Drive shaft II에 連結하여 一定速度를 얻을 수 있었다. 단속보의 支持部는 knife edge로 加工하였다. 變位測定方法은 보의 中央에 加速度計를 부착시키고 移動荷重이 보 위를 通過할 때의 測定한 加速度를 Conditioning Amplifier에서 증폭시킨 후 Measuring Amplifier에서 측정된 Response를 Level Recorder에서 기록하였다. 實驗에서 使用한 移動荷重은 $F = 4 \text{ kg}$, Prebending moment는 $0.5 \text{ kg} - m \left(\frac{FL}{8} \right)$, 移動速度는 0.06 m/s 로 하여 이동하중 통과시간은 16.7초로 하였다.

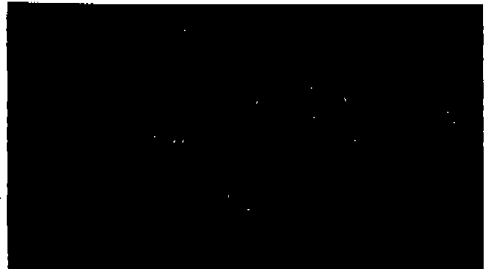


Fig. 5 (a) Experimental Apparatus

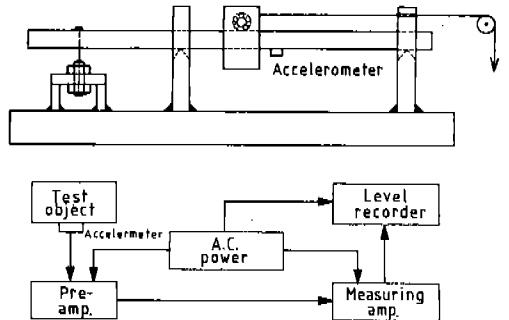


Fig. 5 (b) Block Diagram of Experimental Apparatus

2. 實驗結果

Prebending moment를 받고 있는 보위를 一定速度로 移動荷重이 作用할 때 測定된 加速度를 變位로 換算하여 그린 것이 Fig. 6과 같다. 이때 使用한 諸元은 prebending moment를 $0.5 \text{ kg} - m \left(\frac{FL}{8} \right)$ 로 하고, 移動速度는 0.06 m/s 로 하였다. 이 諸元들을 使用하여 (12)식에서 理論值

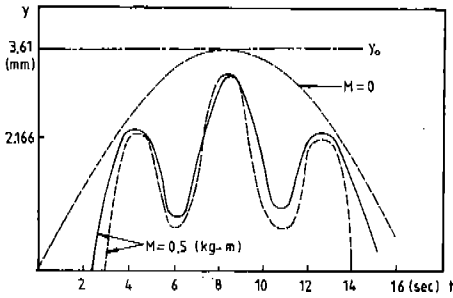


Fig. 6 Comparison of theory Values and experiment Values at $x = \frac{l}{2}$ for the Case $V = 0.06 \text{ m/s}$

를 구하여 Fig. 6에서 파선으로 그리고, 實驗値는 實線으로 그려 비교하였다. 일점쇄선은 하중이 中央지점에 作用할 때의 靜的인 처짐을 나타내고 있다. 비교적 實驗値와 理論値가 잘 一致하고 있다.

6. 結 論

1. Prebending moment를 加할수록 動的인 最大처짐은 減少하며 中央點에서 처짐과, 移動速度와 prebending moment와의 관계를 無次元式 $\left(\frac{y}{y_0} = \frac{1}{1-\beta^2} - \frac{\pi M}{Fl}\right)$ 으로 表現하였다.
2. 臨界速度内에서는 移動速度(V)가 增加할수록 中央點의 最大처짐은 增加하며 또한 最

大처짐은 移動荷重이 中央點을 지난뒤에 나타난다.

3. Prebending moment가 增加할수록 靜的처짐량 y_{st} 와 動的처짐량의 差가 커지므로 靜的처짐식은 그대로 쓸 수 없다.

參 考 文 獻

- (1) J. T. Kenney Jr.; Steady - State Vibration of Beam on Elastic Foundation for moving Load. Journal of Applied Mechanics. December, 1954, pp. 359-364.
- (2) C. Steel; The Finite Beam with a Moving Load. Journal of Applied mechanics. 1968, Vol. 35, pp. 481-488.
- (3) A. P. Kerr; The Continuously Supported Rail Subjected to an Axial Force and A Moving Load. International Journal of Mechanical Science. 1972, Vol. 14, pp. 71-78.
- (4) C. T. Sun; On the Equation for A Timoshenko Beam Under Initial Stress. Trans. of the ASME. 1972, pp. 282-285.
- (5) S. Timoshenko, D. H. Young and W. Weaver. Jr; Vibration Problems in Engineering. 4th Edition, 1974 pp. 363-502.
- (6) L. Meirovitch; Analytical Methods in Vibrations. 3rd. Printing, 1971, pp. 126-166.