

振動加速度計의 周波數應答特性 改善에 關한 研究
Study on Improvement of Frequency Response
Characteristics of Accelerometer

韓應教* · 趙珍鎬**
(Eung-Kyo Han, Jin-Ho Cho)

Abstract

There are three types in frequency response accelerometer; one is lightly damped piezo type, another is oil damping strain gauge type and the third is electro induction type accelerometer within electromagnetic damping.

The usable frequency range of lightly damped accelerometers is limited to 0.2 of their mounted natural frequency for amplitude distortion of less than 5 percents.

There have been situation where the measured motion contains unforeseen high-frequency components, which are regarded as such due to the accelerometer transfer function.

There are several way to overcome amplitude distortion of the higher than anticipated frequency components:

- (I) to make use of the accelerometer with natural frequency three times and more as high as the measured frequency,
- (II) to establish data-analysis techniques which will account for the amplitude distortion,
- (III) to set up a notch filter circuit which has a transfer function that is the reciprocal of the accelerometer transfer function, and so on.

This paper makes a report of the method as to (III), i. e., set up a few notch filter circuits, it is discussed what happens when the transfer functions are in discord as to natural frequency of the filter and accelerometer damping vs. filter damping.

And especially as for the cantilever strain gauge type accelerometer made by oneself with ease, it was compared and discussed between the ideological value and the experimental value of actual designed circuit in case of the mismatching of the transfer functions, and it was considered whether to be practicable or not, the result of which was as following; the useful frequency range of the accelerometer can be extended to near resonance if (a) the accelerometer mounted natural frequency and the filter center frequency are matched within ± 2 percent and (b) the damping ratios are matched within two factors.

Therefore, we obtained the good result in improvement for extending frequency response characteristics of accelerometers.

* 正會員, 漢陽大學校 工科大学 精密機械工學科

** 正會員, 漢陽大學校 工科大学 機械工學科

1. 序 論

一般的으로 사용되고 있는 震動型 加速度計는 가벼운 制動을 加한 피에조(piezo)型和 기름制動을 하는 스트레인게이지型 및 電磁制動式인 動電型 加速度計가 있다. 가벼운 制動을 한 이와 같은 加速度計의 使用周波數範圍는 振幅歪를 5%以內로 억제하기 위해서는 加速度計의 固有振動數에 대하여 0.2周波數까지가 限度로 되어 있다.

따라서 使用範圍를 擴大하기 위하여 여러가지 方案이 講究되고 있으나, 가장 많이 使用되고 있는 方法으로서는 기름制動인 스트레인 게이지型和 固有振動數가 비교적 높고도 出力이 좋은 피에조型이 있다. 本 研究는 기름制動에 따른 周波數特性和 피에조型的 周波數特성을 比較하여 그 實用面에 대한 得失을 究明함으로써, 앞으로의 周波數特性改善의 資料로 삼고자 한 것이다.

制動에 있어서 특히 스트레인 게이지型은 많은 實驗值를 根據로 한 技術資料를 必要로 하고 있는데 비하여 피에조型은 固有振動數가 높고 出力도 커서 使用周波數의 數倍의 固有振動數를 가진 것을 使用하면 問題될만한 것이 없다. 그러나 손쉽게 自作이 可能한 스트레인 게이지型 加速度計에 대해서는 周波數特性改善이 實際的인 面에서 매우 有益하여, 制動없이 電氣的 補償回路인 能動型 濾波回路를 外部로부터 삽입만 해서 使用周波數範圍를 擴大코저 시도하였다. 本 論文에서는 피에조型和 스트레인 게이지型的 2가지에 대한 能動型 濾波 使用時의 周波數應答特性에 대한 比較檢討와 改善정도에 대하여 報告한다.

2. 原 理

振動加速度計에 대한 傳達函數와 그 電氣的 表現은 다음과 같다.

$$\frac{L\{e\}}{L\{y\}} = Ha'(s) = \frac{k'}{S^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} \dots\dots\dots(1)$$

여기서

$L\{e\}$: Laplace 傳達函數의 出力電壓

$L\{y\}$: 加速度의 Laplace 傳達函數

k' : 系の 定數

ξ : 加速度計의 減衰比

ω_n : 加速度計의 固有振動數

$Ha'(s)$: 加速度計의 傳達函數

定常狀態의 正弦波運動에 대해서는 $s \rightarrow j\omega$ 로 代換할 수 있으므로

$$Ha(jr) = \frac{k}{1-r^2 + 2\xi rj} \dots\dots\dots(2)$$

여기서

r : 周波數比 ω/ω_n

$$k = \frac{k'}{\omega_n^2}$$

이때 생각하는 notch(notch) 濾波장치와 加速度計를 直列로 연결하여, 上記의 關係式을 이 全體에 걸친 傳達函數로 表示하면

$$\frac{e_o}{y} = H_f(jr_f) Ha(jr) = \frac{1-r_f^2 + 2\xi_f r_f j}{1-r^2 + 2\xi rj}$$

여기서

$r_f = \omega/\omega_c$: 濾波의 周波數比

ω_c : notch 濾波의 中心周波數

ξ_f : 濾波의 制動比

上記한 關係式에서 보면 $r=r_f, \xi=\xi_f$ 이면 어느 周波數영역에서도 精確히 補償될 수 있는 것이다. 그러나 실제로는 다음과 같은 問題點이 있다.

- 1) 上記와 같은 傳達函數를 갖는 notch 濾波를 만들 수 있느냐 하는 問題點
- 2) $\xi=r_f$ 와 $r=r_f$ 되는 notch 濾波가 제기능을 하며, 周波數나 制動이 合致될 수 있느냐 하는 것이 問題點이다.

3. notch 濾波

研究對象이 되고있는 것은 能動型 notch 濾波이다. 能動型 notch 濾波에는 증폭기가 使用되며, 利得은 $10^4 \sim 10^8$ 이고, 入力임피던스는 $10^5 \sim 10^{12}$

Ω 이며, 周波數영역범위는 100KH~100 MKH 이다.

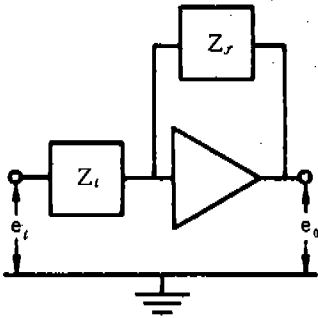


Fig. 1 Schematic of operational amplifier.

Fig. 1에 표시되어 있는 증폭기에 대한 入力에 대한 出力의 Laplace 傳達函數는 다음과 같이 表示된다.

$$\frac{L[e_o]}{L[e_i]} = - \frac{L[z_f]}{L[z_i]} \dots\dots\dots(4)$$

여기서

- z_i : 入力임피던스
- z_f : feed back 임피던스
- e_i : 入力電壓
- e_o : 出力電壓

上記式에 대한 回路構成에 있어서는 여러가지 組合方法이 있을 수 있다. 2가지 回路만을 表示하면 Fig. 2와 같다.

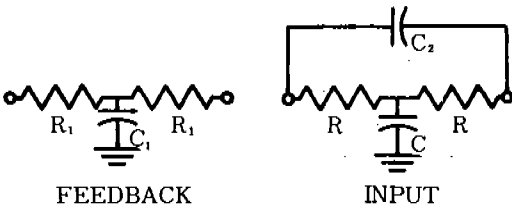


Fig. 2 RC feedback and input elements.

3-1 RC 回路網

R(抵抗)과 C(容藏)를 使用하면 이 配列에 대한 임피던스 傳達函數는 다음과 같이 表示할 수 있다.

$$L[Z_f] = 2R_1 \left(\frac{R_1 C_1}{2} S + 1 \right) \dots\dots\dots(5)$$

그리고

$$L[Z_i] = \frac{2R \left(\frac{RC}{2} S + 1 \right)}{(R^2 C C_2 S^2 + 2RC_2 S + 1)} \dots\dots\dots(6)$$

上記 關係式을 式(4)에 代치시켜서, 式(1)에 代사하면

$$G_f'(S) = \left[\frac{R_1 \left(\frac{R_1 C_1}{2} S + 1 \right)}{R \left(\frac{RC}{2} S + 1 \right)} \right] (R^2 C C_2 S^2 + 2RC_2 S + 1) \dots\dots\dots(7)$$

上記式에서 ※部가 1(즉, $R = R_1$, $RC = R_1 C_1$)이 된다면

$$G_f(jr_f) = 1 - r_f^2 + 2\xi r_f j \dots\dots\dots(8)$$

여기서

$$r_f = \frac{\omega}{\omega C_1} \dots\dots\dots(9)$$

$$\omega C_1 = \frac{1}{R\sqrt{CC_2}}$$

$(R^2 C C_2 S^2 + 2RC_2 S + 1)$ 의 關係式과 이를 逆變換시킨 $(1 + r_f^2 + 2\xi r_f j)$ 를 대응시켜 보면

$$\left(RC - \frac{1}{\xi_f \omega C_1} \right)$$

C와 C_2 와의 關係는 다음과 같이 된다.

$$C_2 = \xi_f^2 C \dots\dots\dots(11)$$

3-2 LRC 回路網

또하나 생각할 수 있는 notch filter로서는 LRC를 使用하는 回路가 있을 수 있다. 이에 대한 關係式은 다음과 같다. (Fig. 3 參照)

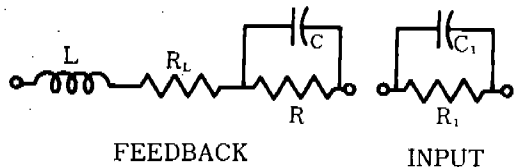


Fig. 3 LRC feedback and input elements.

$$L(Z_f) = R \frac{\left[LCS^2 + \left(R_L C + \frac{L}{R} \right) S + 1 + \frac{R_L}{R} \right]}{(1 + RCS)} \quad (12)$$

그리고

$$L(Z_i) = \frac{R_i}{1 + R_i C_i S} \quad (13)$$

式(12)와 式(13)을 式(4)에 代入하면

$$G_f(s) = \frac{R}{R_i} \frac{(1 + R_i C_i S)}{(1 + RCS)} \left[LCS^2 + \left(R_L C + \frac{L}{R} \right) S + 1 + \frac{R_L}{R} \right] \quad (14)$$

여기서 $R = R_i$, $C = C_i$ 이고 R_L/R 이 1에 대해서 대단히 작다면 式(14)에서

$$\left(\frac{R}{R_i} \right) \left(\frac{1 + R_i C_i S}{1 + RCS} \right) = 1.0 \quad (15)$$

$\left[LCS^2 + \left(R_L C + \frac{L}{R} \right) S + 1 + \frac{R_L}{R} \right]$ 을 $(1 - r^2 + 2\xi_r j)$ 와 比較하여 볼때, notch필터 中心 周波數는

$$\sqrt{LC} = \omega = r_f = \frac{\omega}{\omega_{c2}}$$

이며

$$\omega_{c2} = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (16)$$

上記式으로부터

$$\begin{aligned} \xi_r &= \frac{1}{2} \omega_{c2} \left(R_L C + \frac{L}{R} \right) \\ &= \frac{1}{2} \omega_{c2} \frac{L}{R} \left(\frac{R_L}{L} (RC) + 1 \right) \\ &\approx \frac{1}{2} R_L \cdot C \cdot \omega_{c2} \quad (17) \end{aligned}$$

(다만, 여기서는 $\frac{R_L (RC)}{L} \gg 1$ 인 경우임)

따라서

$$R_L = \frac{2\xi_r}{C\omega_{c2}} \quad (18)$$

의 關係式을 구할 수 있다.

4. 不合致成分의 誤差分析

本章에서는 LRC notch필터의 誤差分析에 대

하여 언급한다. 이에 대한 모든 傳達函數는 다음과 같이 表示할 수 있다.

$$G(jr) = K \frac{R}{R_i} \underbrace{\left(\frac{1 + j\alpha T_0 r}{1 + jT_0 r} \right)}_{G_3(jr)} \underbrace{\left(\frac{1 - (1 + \beta)r^2 + 2j(1 + \beta)\gamma\xi_r}{1 - r^2 + 2j\xi_r} \right)}_{G_4(jr)} \quad (19)$$

여기서

$$T_0 : RC\omega_n$$

$$\alpha = \frac{R_i C_i}{RC} \quad (\text{時定數의 比})$$

γ : 制動比

$$\omega_n = (1 + \beta)\omega_c$$

β : 필터中心周波數와 加速度計 固有振動數와의 合致에 대한 誤差

$$\xi_r = \gamma\xi$$

$$r = \frac{\omega}{\omega_n}$$

이것을 다시 쓰면 上記式은 다음과 같이 된다.

$$G(jr) = K_i G_3(jr) G_4(jr) \quad (20)$$

여기서

$$K_i = \frac{KR_i}{R_i}$$

이고, $G_3(jr)$ 을 보면 $T_0 r \ll 1$ 이면 1이 되고, $T_0 r \gg 1$ 이면 α 에 接近한다.

低周波數의 較正值 K_i 은 높은 周波數에 있어서는 $K_i \alpha$ 가 된다. 따라서

$$\begin{aligned} G_3(jr) &= \frac{1 + j\alpha T_0 r}{1 + jT_0 r} = \frac{1 + jR_i C_i \omega}{1 + jRC\omega} \\ &= |G_3(jr)| e^{j\phi} \quad (21) \end{aligned}$$

여기서 $|G_3(j\omega)|$ 는 크기, ϕ 는 位相角이다.

따라서 傳達函數의 誤差를 다음과 같이 表示할 수 있다.

$$G_3(jr)_{error} = [|G_3(jr)| - 1] \times 100\% \quad (22)$$

式(21)과 式(22)를 電子計算機에서 프로그래밍하여 α 의 값을 $\pm 1, 2, 5, 10, 20\%$ 變化시켰을때, 이에 대

한 不合致에 起因되는 誤差를 Fig. 4 에 수록하였다.

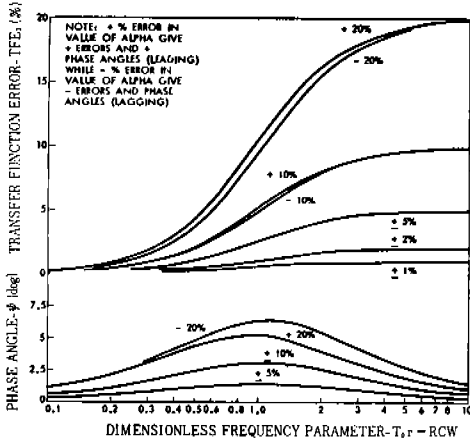


Fig. 4 Effect of mismatching RC time constants on transfer function $H_s(jr)$

4-1 $G_s(jr)$ 傳達函數

式 (19)의 $G_s(jr)$ 傳達函數에서 보는 바와 같이

$$G_s(jr) = \frac{1 - (1 + \beta)^2 r^2 + 2j(1 + \beta)\gamma \xi r}{1 + r^2 + 2j\xi r} \dots (23)$$

式 (23)에서는 傳達函數로서 필터中心周波數와 加速度計固有振動數와의 比와 制動比 두가지가 고려된다. 따라서 各 不合致에서 오는 영향을 各 分離해서 생각할 수 있으며, 만일 $\xi = 0.015$ ($Q = 33$)이라고 가정하여 比較檢討해 보았다.

이 값은 制動이 없는 스트레인 게이지型 振動 加速計에서 흔히 나오는 값이다.

4-2 不合致된 制動인 경우

不合致된 制動인 경우의 영향을 생각하기 위하여 式 (23)에서 $\beta = 0$ 로 하면

$$G_s(jr) = \frac{1 + r^2 + 2j\xi\gamma r}{1 + r^2 + 2j\xi r} \dots (24)$$

여기서, 傳達函數의 크기에 대한 百分率 誤差는 다음 式으로 表示된다. 즉

$$G_{(s)}(jr)_{error} = [|G_s(jr)| - 1] \times 100\% \dots (25)$$

式 (23), (24), (25)에서 傳達函數의 性能을 測定值를

통해서 制動比 $\gamma = 0.5$ 일 때와 $\gamma = 2.0$ 일 경우를 圖示한 結果를 Fig. 5로 表示한다.

이 그림에서

- ① 傳達函數의 크기는 周波數比가 0.9까지는 5% 以內이다.
- ② 位相角의 偏向을 5° 以內로 하면 역시 周波數比를 0.9까지 할 수 있다.

그러므로 γ 가 2 이하인 경우는 周波數比를 0.9까지 상승하여도 커다란 영향을 주지는 않는다.

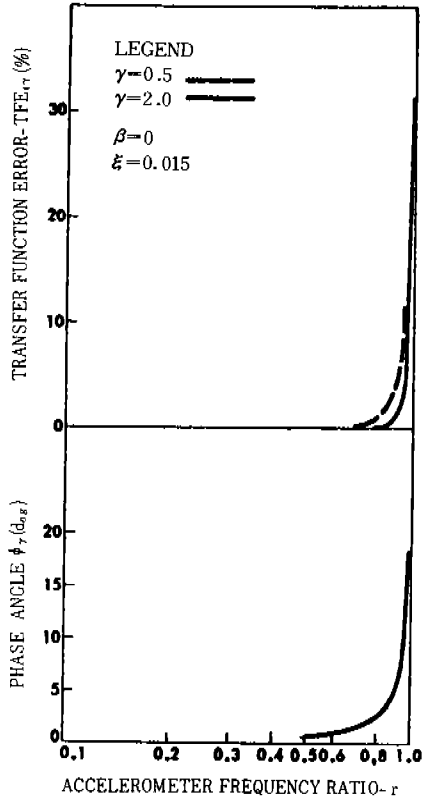


Fig. 5 Effect of mismatching accelerometer and filter damping ratio on transfer function $H_s(jr)$ ($\beta = 0$)

4-3 notch filter의 周波數와 加速度系의 固有振動數

制動比가 合致된다고 가정하면, 즉 $\gamma = 1.0$ 이면 式 (23)인

$$G_s(jr) = \frac{1 - (1 + \beta)^2 r^2 + 2j(1 + \beta)\gamma \xi r}{1 - r^2 + 2j\xi r}$$

에서

$$G_{4\beta}(j\omega) = \frac{1 - (1 + \beta)^2 r^2 + 2j(1 + \beta)\xi r}{1 - r^2 + 2j\xi r} \dots (20)$$

中心周波數의 不合致影響에 대하여 β 를 파라미터로서 $\beta = \pm 20\%$ 로 하고 圖示한 것이 Fig. 6이다. 이 그림에서 보논바와 같이 β 가 (+)인 영역에서는 加速度計의 共振點 위에서 notch가 나타나며, 이 상태에서는 位相角도 늦어진다. 反對로 β 가 (-)인 경우에는 notch는 共振點 앞에서 나타나며 位相角은 빨라진다. 역시 notch필터 中心周波數 바로 前까지나 ($\beta < 0$) 加速度計 共振周波數 바로 前까지에는 別로 特記할 만한 位相歪는 일어나지 않는다. 이러한 내용으로 볼 때 振動歪는 加速度 共振($\beta < 0$)이나, 또는 필터 中心周波數 ($\beta < 0$)에 가까운 周波數에서는 位相歪를 制御할 수 있는 것이다.

傳達函數 誤差는 다음과 같이 表示된다.

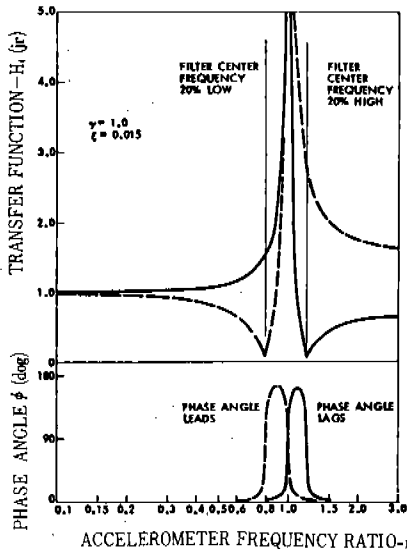


Fig. 6 Effect of mismatching accelerometer natural and filter center frequency by ± 20 percent on transfer function $H_4(jr)$

$$G_{4\beta}(j\omega)_{error} = [|G_{4\beta}(j\omega)| - 1] \times 100\% \dots (27)$$

이에 대한 구체적인 圖示는 Fig. 7에 表示한다. 이 그림에서 다음과 같은 事項을 알 수 있다. 즉 β 가 1 ~ 5%까지에서는 振動歪는 거의 생기

지 않으나, 5% 이상에서는 (+), (-)의 別個의 曲線이 나타나게 된다. 이때 誤差는 (+)일 때가 더 줄어든다. 이러한 內容에서 알 수 있듯이 좋은 결과를 얻기 위해서는 notch中心 周波數를 加速度計의 固有振動數와 같게 하거나, 약간 더 높게 調整되어야 한다. Fig. 7에서 알 수 있듯이 加速度計의 性能을 向上시키려면 2개의 中心周波數가 1 ~ 2% 以內로 合致되어야 한다.

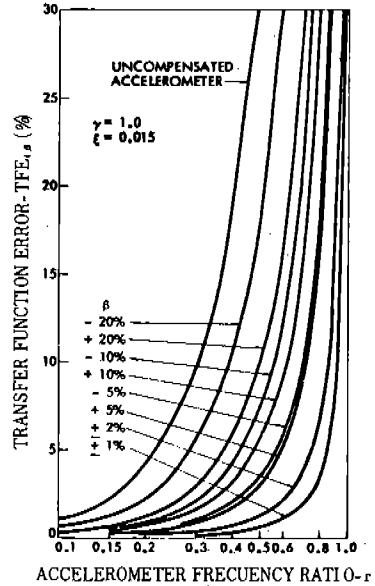


Fig. 7 Effect of mismatching accelerometer natural and filter center frequency on transfer function $H_4(jr)$

5. 스트레인 게이지식 加速度計에의 適用

스트레인 게이지식 加速度計는 比較的의 自作하기가 쉽다. 따라서 Fig. 8과 같은 加速度의 수감체를 캔틸레버 (Cantilever)에다 스트레인 게이지를 接觸하여 풀브리지 (Full Bridge)로 構成하고, 이를 能動型 notch필터에 연결하여 應答周波數特性 實驗裝置 (Brüel & kjaer)에 걸어 試驗하였다.

Table 1은 스트레인 게이지型 수감체의 值數이다.

Table 2는 notch필터 回路의 各 要素의 값을 表示한 것이다.

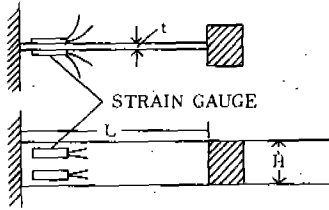


Fig. 8 Sencing Element of Straine Gauge Type Accelerometer.

Table 1. Dimension of sensor.

	Dimension (mm)
thickness:	0.4
L	42.0
H	25.3

Table 2. Value of elements and filter.

	Value
	127.8 Hz
Q	58.4
C = C	6.825 F
C	586 pF
R = R	20 Kohm

Fig. 9는 試作한 notch필터의 設計回路圖를 表示한 것이며 加速度計의 固有振動數가 127.8Hz에 대해서 notch필터의 中心周波數도 같은 값으로 하여 算出한 것이 Table 2에 提示되고 있다.

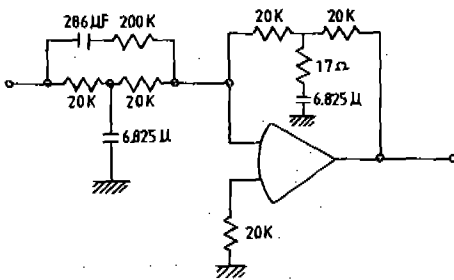


Fig. 9 Diagram of Design Circuit of Notch Filter

試作된 notch필터나 스트레인 게이지型 加速度變換器의 周波數 應答特性을 Fig. 10과 같은 周波數應答特性 實驗裝置 (東京工大 安田研究室, B & K製)로 實驗한 결과를 Fig. 11에 表示하였다. Fig. 11에서 ①은 制動없는 狀態의 加速度變換器의 特性曲線이며, ②는 notch필터의 周波數應答特性曲線이다. ③은 加速度變換器에 周波數應答特性을 改善하기 위하여 試作한 notch필터를 使用해서 實驗한 결과이다. 이 曲線 ③에서와 같이 使用周波數範圍가 擴大되어 改善되고 있음을 알 수가 있다.



Fig. 10 Experimental Apparatus (B & K)

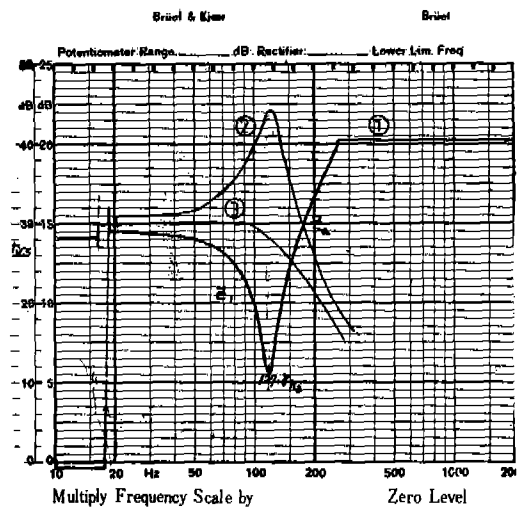


Fig. 11 Result of Response Characteristics of Trial Notch filter.

6. 考察 및 結論

RC 回路와 LRC 回路는 거의 同一한 傳達函數를 보여준다. 理論의 뒷받침에 따른 計算値와 試作된 notch필터와 加速度變換器로 실제로 實驗한 結果는 매우 근사하게 立證하였다. 그리고 實驗結果는 다음과 같다.

- 1) RC 時定數는 $G_s(jr)$ 定數의 影響을 1% 以內로 억제하기 爲해 1% 以內로 合致調整될 必要가 있다. 이렇게 될 경우 RC 時定數가 1% 不合致될 경우 位相變化도 最大 1° 以下이다.
- 2) 制動比 γ 는 2 까지 임의로 조정될 수 있으며 周波數比를 0.9까지 上昇시켜도 別로 振幅歪가 發生하지 않는다.
- 3) 5% 以內의 振幅歪를 維持하려면 加速度計의 固有振動數와 notch필터 中心周波數間의 周波數 不合致는 1~2% 以內여야만 한다.
- 4) 試作된 스트레인 게이지式 加速度計에 있어는 上記한 것과 같은 條件을 充足시키기 爲하여 Q의 값을 되도록 크게 ($Q > 50$) 하여야 한다는 技術的인 어려운 點이 있다.
- 5) notch필터를 使用함으로써 電氣的으로 振動加速度計의 周波數應答特性改善을 爲하여 實用化를 立證하였다. 단, 實用價値面에서 는 經濟的인 而도 고려하여 檢討할 必要가 있다.
- 6) 加速度計의 固有振動數와 notch필터 中心周波數의 一致만으로는 計算대로 使用周波數의 擴張이 되지 않는 Q (共振狀態의 피크 패턴)의 값에도 問題가 있으며, 이에 關한 實驗研究가 계속 必要하다.

參考文獻

- 1) Krigman, A., "Instrument and Control Systems" Reference Book, 69-02. "Analog Systems" Rimbach Publications, Philadelphia, Pa., 27-29 (1969).
- 2) Applications Manual for Operational Amplifiers for Modeling, Measuring, Manipulating, and Much Else, Philbrick/Nexus Research, Dedham, Mass., Second Edition, 10-12 (1965).
- 3) Kenneth G. McConnell, "Active Notch Filters for Extending Frequency Response of Accelerometers"; Experimental Mechanics (1972).
- 4) Chestnut, H. and Mayer, R. W., "Servomechanisms and Regulation Systems," John Wiley and Sons, Inc., N. Y., 1, 560 - 571 (1951)
- 5) Thomson, W. J., "Vibration Theory and Applications," Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N. J., 75-78 (1965).
- 6) Pennington, D., "Piezoelectric Accelerometer Manual," Endevco Corp., Pasadena, Calif., 63-66 (1965).
- 7) P. Dransfield, "Engineering Systems and Automatic Control Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N. J. 150-194 p. (1968).
- 8) 櫻井, 白江: 變換 檢出器, エロナ社 (1975).
- 9) 山賀, 中根: オペレーショナルアンプ應用技術讀本, オーム社 (1973)
- 10) 韓應教: 스트레인 게이지-理論과 應用-Ⅲ 應用變換器, 普成文化社 (1976).