低 Froude數에 있어서 船体의 造波抵抗

金 仁 喆*

Wave Resistance of a Ship at Low Froude Numbers

In-chull Kim

Most existing theories on ship waves and wave resistance are based on the perturbation of the flow field by a small parameter which specifies the slenderness of the ship hull.

Since however, ship hulls in practice are neither so slender nor thin enough to secure the validity of the linearized theory, the agreement between the theoretical prediction and the experimental result is not generally satisfactory.

The author pointed out that the contribution by the non-linear term in the free surface condition can be represented by some source distribution over the still water plane.

This paper leads to a formula for the wave resistance of not slender ships at low Froude numbers and deals with the asymptotic expression. As a numerical example, the wave resistance of Wigley model is calculated, and the result is compared with experimental values.

It is concluded that the wave resistance coefficient varies in the rate of Fn^6 at low speed limit in general. A comparison with the result derived from the linearized free surface condition shows that the non-linearity of the free surface is important at low speed.

緖 論

船体의 造波抵抗에 關하여 現存하는 대부분의 理論들은 自由表面에서의 境界條件을 線型化하는 假定에 기초를 두고 있다. 그러나 實際의 船型들은 線型化된 理論의 정당성을 충분히 보장할 만큼 그렇게 細長型이거나 薄型이지도 않기 때문에, 理論的인 예측과 實驗結果가 一般的으로 만족스럽게 일치하고 있지는 않다.

Michell(1898)의 Thin ship theory는 배와 같은 物体의 造波抵抗에 대하여 가장 合理的인 一次 近似値를 주고 있지만, 低 Froude數에서는 다소의 不一致를 나타내고 있다. 계산된 Michell抵抗(鄭, 1975)과 實測된 값과의 比較에 의하면 Thin ship theory는 만약에 船幅과 船長의 比가 1/15보다 작으면 충분히 정확하다. 그러나 이 條件은 船幅과 船長의 比가 보통 1/7보다 큰 實際의 船型에 對한 경우는 아니다.

最近에 波型分析에 의한 造波抵抗의 實驗的인 測定(Eggers, 1976)이 개발되어 오고 있는데, 이것은 造波抵抗의 實際量에 믿을만한 評價를 내리고 있다. 低速에서 波型分析에 의하여 決定된 造波抵抗은 Michell抵抗보다 다소 작다는 것이 관칠되었다.

이와같은 理論과 실험의 不一致는, 첫째 粘性效果에

*釜山水產大學 National Fisheries University of Busan.

起因하고 있다. (Wigley, 1937) 따라서 점성효과에 대하여 여러차례 修正(Maruo, 1976)을 시도해 왔으나 이에 대하여 一貫性있는 進步는 없다. 그러한 不一致의 다른 原因은 실제 현상에 있어서 非線型効果(Ogilvie, 1976) 때문이다. 실제로 船体는 그렇게 細長型이 아니므로 有限幅의 効果가 다소의 誤謬를 일으키는 原因이 된다는 것은 쉽게 이해할 수 있을 것이다.

Baba와 Takekuma(1975)는 船体 周圍의 自由表面 흐름에 低速限界의 Ogilvie(1968)의 理論을 適用시켜 非線型項을 포함하는 造波抵抗式을 提案하였다. 또 Maruo(1977)는 静水面위에 sources를 分布시켜 非線型項을 表示했다.

本 論文에서는 線型化한 流動場에서 船体表面에 sources와 dipoles를 表面分布 시키고, 水線下 斷面의 길이에 따라 sources와 dipoles를 線分布시켜 自由表面條件의 非線型項을 求하였다. 그리고 低 Froude數에서 2次式 數式船型에 대하여 數値計算을 行하였다.

理 論 解 析

1. 非線型 解析

流体는 非粘性이고 非回轉 運動을 한다고 假定한다. z軸을 鉛直上方向으로 하는 直交座標系를 취한다. 그리고 x軸과 y軸은 静水面上에 取한다. 流体의 速度는 船速 U에 의하여 定常化되고, 그러면 重力加速度는 重力의 動的係數 $\gamma_0=g\ell/U^2$로 表示되며, $\gamma_0=1/(2F_n^2)$의 관계가 成立한다. 여기서 F_n은 Froude數이다.

x軸 方向으로 平行流의 流速을 U로 잡고 물은 無限遠方으로 펼쳐져 있다고 假定한다. 船体가 한 点에 固定되어 있을 때 流動場은 速度 potential $x+\phi$로 表示된다. 船体의 存在로 因한 攪亂速度 potential ϕ는 流体空間에서 調和函數이다.

$$\nabla^2\phi=0,\quad z<\zeta \cdots\cdots(1)$$

여기서 $z=\zeta$는 自由表面을 나타낸다. 船体 表面의 境界條件은

$$\partial\phi/\partial n=-\partial x/\partial n\cdots\cdots(2)$$

가 되고, 여기서 n은 船体表面에 대하여 外向法線方向이다. ζ는 x와 y의 函數이며 動的條件은 다음과 같다.

$$(1+u)\frac{\partial\zeta}{\partial x}+v\frac{\partial\zeta}{\partial y}-w=0\cdots\cdots(3)$$

壓力一定의 조건은 Bernoulli 의 方程式으로 부터

$$u+\frac{1}{2}(u^2+v^2+w^2)+\gamma_0\zeta=0,\quad z=\zeta\cdots\cdots(4)$$

가 되고, (3)과 (4)에서 ζ를 소거하고 非回轉관계를 사용하면,

$$\frac{1}{2}\left(2\frac{\partial}{\partial x}+u\frac{\partial}{\partial x}+v\frac{\partial}{\partial y}+w\frac{\partial}{\partial z}\right)(u^2+v^2+w^2)+\frac{\partial u}{\partial x}+\gamma_0 w=0\cdots\cdots(5)$$

를 얻는다. 위의 方程式은 表面 $z=\zeta$에서 만족되므로 境界條件은 完全非線型이다.

Green函數 $G(P,Q)=G(x,y,z;x',y',z')$를 낮은 半空間에서 정의한다. 이것은 Laplace의 方程式과 다음의 境界條件을 만족하고

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x'^2}+\gamma_0\frac{\partial}{\partial z}\right)G(P,Q)=0,\quad z=0$$

$$\frac{\partial}{\partial n}G(P,Q)=0,\quad \Sigma_B\text{에서}\cdots\cdots(6)$$

점 $P(x,y,z)=Q(x',y',z')$에서 單極을 갖는다.

Green 정리는 낮은 半空間에서 배의 表面 S部分과 배를 둘러싼 커다란 수직 원통 Σ와 수평면 Σ_O의 부분과 원통내의 海底面 Σ_B의 部分으로 구성되는 폐쇄계에 의하여 경계지워진 공간에 적용된다. Σ_B에서 $\partial\phi/\partial n=0$, $\partial G/\partial n=0$이므로 Σ_B에 관한 積分의 기여는 없어진다. 또 Σ에 대한 적분도 원통의 반경이 무한할 때 없어진다. 그러면 点 P에서 속도 potential에 대한 식은 다음과 같이 된다.

$$\phi(P)=-\frac{1}{4\pi}\iint_S\left[G(P,Q)\frac{\partial\phi(Q)}{\partial n_Q}-\phi(Q)\frac{\partial G(P,Q)}{\partial n_Q}\right]dS_Q-\frac{1}{4\pi}\iint_{\Sigma_o}\times\left[G(P,Q)\frac{\partial\phi(Q)}{\partial n_Q}-\phi(Q)\frac{\partial G(P,Q)}{\partial n_Q}\right]dS_Q\cdots(7)$$

또

$$\left(\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2}+\gamma_o\frac{\partial\phi}{\partial z}\right)_{z=0}=-\Phi(x,y)\cdots\cdots(8)$$

이라 두면 속도 potential은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\phi(P)=-\frac{1}{4\pi}\iint_S\left[G(P,Q)\frac{\partial\phi(Q)}{\partial n_Q}-\phi(Q)\frac{\partial G(P,Q)}{\partial n_Q}\right]dS_Q+\frac{1}{4\pi\gamma_o}\int_{L_o}\left[G(P,Q)\frac{\partial\phi(Q)}{\partial x'}-\phi(Q)\frac{\partial G(P,Q)}{\partial x'}\right]_{z'=0}dy'-\frac{1}{4\pi\gamma_o}\int_{\Sigma_o}\Phi(x',y')\,G(P,Q)\Big|_{z'=0}dx'dy'\cdots(9)$$

위식의 마지막 項은 船体 外部의 静水面 위에서 유속밀도 $\Phi(x,y)/\gamma_o$의 source 分布를 의미한다. (5)와 (8)을 결합하면, $\Phi(x,y)$는

$$\Phi(x,y)=\left[\frac{1}{2}\left(2\frac{\partial}{\partial x}+u\frac{\partial}{\partial x}+v\frac{\partial}{\partial y}+w\frac{\partial}{\partial z}\right)\times(u^2+v^2+w^2)\right]_{z=\zeta}+\int_o^{\zeta}\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial z}+\gamma_o\frac{\partial w}{\partial z}\right)dz \quad\cdots\cdots(10)$$

이 되고, 自由表面條件의 非線型項을 나타낸다. 따라서 自由表面의 높이는

$$\zeta=-2F_n^2\left[u+\frac{1}{2}(u^2+v^2+w^2)\right]_{z=\zeta} \quad\cdots\cdots(11)$$

이 되고, 이것은 Froude數의 제곱 차수이다. 만약 低速인 경우에는 ζ나 高次項을 무시할 수 있고, $\Phi(x,y)$는 다음과 같다.

$$\Phi(x,y)=\frac{1}{2}\left[\left(2\frac{\partial}{\partial x}+u\frac{\partial}{\partial x}+v\frac{\partial}{\partial y}+w\frac{\partial}{\partial z}\right)\times(u^2+v^2+w^2)-\frac{\partial w}{\partial z}(2u+u^2+v^2+w^2)\right]_{z=0} (12)$$

2. 低 Froude數에서 造波抵抗

Green函數 $G(P,\ Q)$는 점 P가 $x\to\infty$의 무한거리로 갈 때 점 근전개를 할 수 있다. 流体의 運動은 Kochin 函數로 特性化할 수 있고, 船体表面에 Kelvin sources를 分布시키는 경우 Kochin 函數는 다음과 같다.

$$H(k,\ \theta)=-\iint_S\sigma(x,\ y,\ z)\exp[kz+ik(x\cos\theta+y\sin\theta)]dS \quad\cdots\cdots(13)$$

여기서 $\sigma(x,\ y,\ z)$는 source의 强度를 表示하며, 表面 S에 sources와 dipoles의 表面分布와 길이 L_0에 따른 線分布를 行하면 상응하는 函數는

$$\begin{aligned}H(k,\ \theta)=&-\frac{1}{4\pi}\iint_S\left(\frac{\partial\phi}{\partial n}-\phi\frac{\partial}{\partial n}\right)\times\exp[kz+ik(x\cos\theta+y\sin\theta)]dS\\&+\frac{1}{4\pi\gamma_0}\int_{L_0}\left(\frac{\partial\phi}{\partial x}-ik\cos\phi\right)_{z=0}\times\exp[ik(x\cos\theta+y\sin\theta)]dy\\&-\frac{1}{4\pi\gamma_0}\iint_{\Sigma_0}\Phi(x,\ y)\times\exp[ik(x\cos\theta+y\sin\theta)]dxdy\quad\cdots\cdots(14)\end{aligned}$$

가 된다. 여기서 $\partial/\partial n=n_x\partial/\partial x+n_y\partial/\partial y+n_z\partial/\partial z$이고 $(n_x,\ n_y,\ n_z)$는 表面 S에 대하여 外向法線 方向餘弦이다. 위의 방정식과 常 Kochin函數를 구별하기 위하여 이것을 一般化된 Kochin 函數라 부른다. 따라서 造波抵抗은 다음과 같이 주어진다.

$$R_w=8\pi\rho U^2l^2\gamma_0^2\times\int_{-\pi/2}^{\pi/2}|H(\gamma_0\sec^2\theta,\ \theta)|^2\sec^3\theta d\theta \quad\cdots\cdots(15)$$

低 Froude數에서 속도 potential ϕ_0에 대한 첫번째 近似는 다음 條件으로 얻어진다.

$$\frac{\partial\phi_0}{\partial z}=0,\ z=0 \quad\cdots\cdots(16)$$

이것은 균일 흐름중에서 이중 모형에 대한 속도 potential을 表示하며, 一般化된 Kochin 函數에 대한 첫번째 근사는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned}H(\gamma_0\sec^2\theta,\ \theta)=&-\frac{1}{8\pi\gamma_0}\iint_{\Sigma_0}\times\left[2\frac{\partial u_0}{\partial x}+\left\{(2+u_0)\frac{\partial}{\partial x}+v_0\frac{\partial}{\partial y}\right\}(u_0^2+v_0^2)+\left(\frac{\partial u_0}{\partial x}+\frac{\partial v_0}{\partial y}\right)(2u_0+u_0^2+v_0^2)\right]\\&\times\exp[i\gamma_0\sec\theta(x+y\tan\theta)]dxdy\quad\cdots\cdots(17)\end{aligned}$$

다시

$$\widetilde{\Psi}(x,\ y)=\frac{\partial}{\partial x}\{u_r(q_r^2-1)\}+\frac{\partial}{\partial y}\{v_r(q_r^2-1\}\quad(18)$$

로 정의하면, 이것의 Fourier 변환은

$$\widetilde{\Psi}(k,\theta)=\iint_{\Sigma_o}\Psi(x,\ y)\times\exp[ik(x\cos\theta+y\sin\theta)]dxdy\quad\cdots\cdots(19)$$

그러면 造波抵抗은 다음과 같이 주어진다.

$$R_w=\frac{\rho U^2l^2}{8\pi}\int_{-\pi/2}^{\pi/2}|\widetilde{\Psi}(\gamma_0\sec^2\theta,\ \theta)|^2\sec^3\theta d\theta\cdots(20)$$

底速限界內에서 점근전개를 행하기 위하여, 曲線 L_0의 方程式을 $y=\pm f(x)$로 두면 x에 관한 積分은 stationary phase method를 適用시켜 점근적으로 계산할 수 있다.

(19)에서 y에 대하여 部分積分하면 다음을 얻는다.

$$\begin{aligned}\widetilde{\Psi}(\gamma_0\sec^2\theta,\ \theta)=&\frac{\cos\theta\cot\theta}{i\gamma_0}\times\int[\Psi\{x,-f(x)\}e^{i\gamma_0\sec\theta\{x-f(x)\tan\theta\}}\\&-\Psi\{x,\ f(x)\}e^{i\gamma_0\sec\theta\{x+f(x)\tan\theta\}}]\times dx+0(\gamma_0^{-2})\quad\cdots\cdots(21)\end{aligned}$$

큰 괄호속에 있는 첫항의 정지점은 다음 식에 의하여 決定된다.

그러면 이 項에 대한 점근전개는 다음과 같이 주어진다.

$$f'(x_1)=\cot\theta\quad\cdots\cdots(22)$$

$$\begin{aligned}&\int\Psi\{x_1-f(x)\}e^{i\gamma_0\sec\theta\{x-f(x)\tan\theta\}}dx\\&\approx\sqrt{\frac{2\pi\cos\theta}{\gamma_0|y_1''\tan\theta|}}\Psi(x_1,-y_1)\times\left[e^{i\gamma_0\sec\theta(x_1,-y_1\tan\theta)}-i(\pi/4)sgn(y_1''\tan\theta)\right]\quad\cdots\cdots(23)\end{aligned}$$

여기서 $f(x_1)=y_1$이라 둔다. 같은 方法으로 제2項에

$(x_2)=y_2$라 두면, 積分에 관한 점근전개는 다음과 같다.

$$\int \Psi\{x, f(x)\} e^{i\gamma_0 \sec\theta\{x-f(x)\tan\theta\}} dx$$

$$\approx \sqrt{\frac{2\pi \cos\theta}{\gamma_o |y_2'' \tan\theta|}}\,\Psi(x_2, y_2)$$

$$e^{i\gamma_0 \sec\theta(x_2+y_2\tan\theta)+i(\pi/4)\mathrm{sgn}(y_2''\tan\theta)} \cdots(24)$$

(23), (24)의 결과를 (21)에 대입하고 다시 제곱하면,

$$|\tilde{\Psi}(\gamma_0 \sec^2\theta,\ \theta)|^2 \sec^3\theta$$

$$\approx \frac{2\pi|\cot^3\theta|}{\gamma_0^3}\left[\frac{\Psi^2(x_1, -y_1)}{|y_1''|}+\frac{\Psi^2(x_2,\ y_2)}{|y_2''|}\right.$$

$$-\frac{2\Psi(x_1, -y_1)\,\Psi(x_2,\ y_2)}{\sqrt{|y_1''||y_2''|}}$$

$$\times\cos\{\gamma_0 \sec\theta\ (x_1-x_2-\overline{y_1+y_2}\tan\theta)$$

$$\left.-(\pi/4)(sgn y_1''\tan\theta+sgn\, y_2''\tan\theta)\}\right] \cdots(25)$$

가 된다.

θ게 관하여 積分하면, 이미 주어진 관계에 의하여 적분변수 x_1이나 x_2의 변환이 매우 용이하다.

抵抗係數로 나타내는 造波抵抗은

$$d\theta=-f''(x_1)\sin^2\theta dx_1=-\frac{y_1'' dx_1}{1+y_1'^2}$$

$$d\theta=\frac{y_2'' dx_2}{1+y_2'^2} \cdots\cdots(26)$$

$$C_w=\frac{R_w}{(1/2)\rho U^2(2l)^2}$$

$$=\frac{1}{16\pi}\int_{-\pi/2}^{\pi/2}|\tilde{\Psi}(\gamma_0\sec^2\theta, \theta)|^2\sec^3\theta d\theta \cdots(27)$$

이다. 여기에 (25)를 代入하고 적분을 行하면

$$C_w\approx\frac{1}{8\gamma_0^3}\left[\int_{-1}^{1}\frac{|y_1'|^3}{1+y_1'^2}\Psi^2(x_1, -y_1)dx_1\right.$$

$$+\int_{-1}^{1}\frac{|y_2'|^3}{1+y_2'^2}\Psi^2(x_2,\ y_2)dx_2$$

$$-2\int_{-1}^{1}\Psi(x_1, -y_1)\Psi(x_2,\ y_2)$$

$$\times\cos\left\{\gamma_0\sqrt{1+\left(\frac{1}{y_1'}\right)^2}\left(x_1-x_2-\frac{y_1+y_2}{y_1'}\right)\right.$$

$$\left.-\frac{\pi}{4}\left(sgn\frac{y_1''}{y_1'}-sgn\frac{y_2''}{y_2'}\right)\right\}$$

$$\left.\times\sqrt{\frac{|y_1''|}{|y_2''|}}\ \frac{|y_1'|^3}{1+y_1'^2}dx_1\right] \cdots\cdots(28)$$

이 된다. 여기서 x_2는 水線面의 기울기를 나타내는 좌표이고, x_1좌표에 대하여 정반대이며 水線의 형상에 의하여 결정된다.

보통의 배에서는 종축에 대하여 對稱이므로 다음의 關係가 있다.

$$\Psi(x,\ y)=\Psi(x, -y) \cdots\cdots(29)$$

따라서 (28)의 첫번째 項과 두번째 項의 合으로 表示되는 것을 基本造波抵抗이라 부르며, 다음과 같다.

$$C_{w1}\approx 2F_n^6\int_{-1}^{1}\frac{|y_1'|^3}{1+y'^2}\Psi^2(x,\ y)dx \cdots\cdots(30)$$

낮은 Froude數에서 造波抵抗係數는 一般的으로 F_n^6에 比例한다. 그리고 船首波와 船尾波의 攪亂으로 因한 效果는 (28)의 세번째 項으로 주어진다.

$$C_{w2}\approx -2F_n^6\int_{-1}^{1}\Psi^2(x,\ y)$$

$$\times\sin\left\{F_n^{-2}\sqrt{1+\left(\frac{1}{y'}\right)^2}\left(x-\frac{y}{y'}\right)\right\}\frac{|y'|^3}{1+y'^2}dx \cdots(31)$$

數値計算例

數式計算을 위해서 Wigley의 2次式 數式船型을 채택했다. 船型의 方程式은

$$y=\pm\varepsilon(1-x^2)\{1-(z/t)^2\} \cdots\cdots(32)$$

이고, Fig. 1에 圖示하였다. 여기서 $\varepsilon=B/L$, $t=T/l$이며, B는 船幅, T는 吃水를 表示한다. 실제 계산은 $L=200$cm, $B=20$cm, $T=12.5$cm로 하여 계산하였다. 計算은 電子計算機로 수행하고 그 結果를 Fig. 2에 圖示하였다. 그리고 Fig. 2에 Michell積分, 시험수조에서의 抵抗試驗結果(鄭, 1976)와 波型分析에 의한 抵抗結果를 圖示하여 점근전개에 의한 結果와 比較하였다.

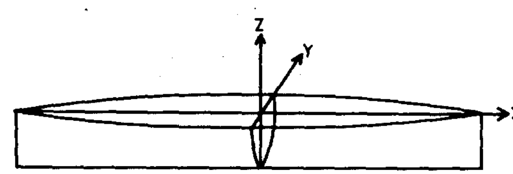

Fig. 1. Wigley's parabolic ship model. $y=\pm\varepsilon(1-x^2)\ \{1-(z/t)^2\}$.

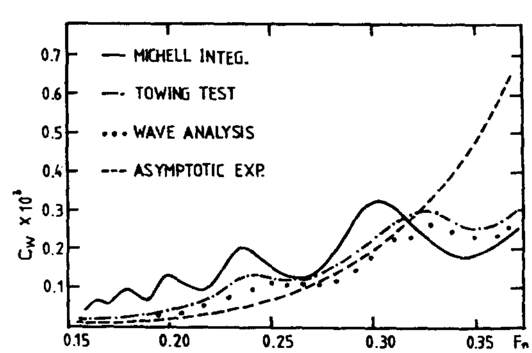

Fig. 2. Wave Resistance Coefficient.

점근전개에 의한 抵抗曲線은 波項과 波底가 나타나지 않는다. 이것은 Michell 積分과는 다르게, 점근전개를 行하였기 때문이다.

대개의 曲線 개형은 서로 잘 一致하며 $F_n \sim 0.32$ 以下의 범위에서는 점근전개에 의한 抵抗値가 가장 적다 그러나 $F^n \sim 0.32$ 以上에서는 현저하게 증가하고 있다 이것은 점근전개에 의한 式이 아주 低速범위에서만 그 一貫性을 갖는다는 것을 보인다.

結　　論

細長船이 아닌 배의 造波抵抗게 대하여, Froude數가 충분히 작다고 假定하여, 自由表面條件의 非線型項을 고려해서 正式化시켰다.

非線型項을 포함시키면 어느 정도 造波抵抗値를 改善할 수 있으나, 아주 低 Froude數 범위를 제외하고는 測定値들과 만족스레 一致하고 있지 않다.

점근공식이 높은 一貫性을 가질지라도 실제 目的에 대한 有用性은 사실 제한되어 있다.

一般的으로 低速에서 造波抵抗係數는 F_n^6에 따라 比例한다. 따라서 Michell의 Thin ship theory는 低速에서 適用할 수 없음을 보인다.

文　　獻

Baba, E. & Takemura, K. (1975): A study on free-surface flow around bow of slowly moving full forms. Journ. Soc. Naval Arch. Japan 137. 87—94.

Eggers, K. W. H. (1976): Wave analysis. state of art 1975' Internat. Seminar on Wave Resistance. 112—125.

Maruo, H. (1976): Ship waves and waves resistance in a viscous fluid. Internat. Seminar on Wave Resistance. 184—210.

Maruo, H. (1977): Wave Resistance of a ship with Finite Beam. Bulletin to the Faculty of Engineering, Yokohama National univ., Vol 26, 59—75.

Michell, J. H. (1898): Thewave resistance of a ship. Phil. Mag. (5) 45, 33—39.

Ogilvie, T. F. (1968): Wave resistance: the low speed limit. The Univ. Michigan No. 002, 69—72.

Ogilvie, T. F. (1976): On nonlinear wave resistance theory. Internat. Sem on W. R. 48—59.

Wigley, W. C. S. (1937): Effects of viscosity on the wavemaking of ships. Trans. Inst. Eng. & Shipb. Scotland 81. 73—88.

鄭正桓(1975) : 細長船理論의 修正에 關한 硏究, 釜山大工大 生技硏 硏究報告 第14輯 23—36

정경환(1976) : 중형선의 선형개발 연구. 과학기술처 R-76-11. 11—20.