<論說>

推計水文學의 研究動向과 展望(Ⅱ)

——Evolution and Prospect of Stochastic Hydrology——

李 舜 鐸*
Soontak Lee

5. 非 Markov의 接近方法

貯水池의 長期貯溜容量의 설계기준을 얻기 위하여 Hurst(1951)는 다음과 같은 Range 모델을 제안하였다.

$$\frac{R}{a}=\left(\frac{N}{C}\right)^{h}\cdots\cdots(6)$$

여기서 R는 주어진 기간 N에 대한 殘餘累加曲線(residual mass curve)의 最大 및 最小値간의 差인 범위(range); a는 推計學的 變量 X_t의 標準偏差; c는 常數; h는 "Hurst 係數"라고 불리워지는 指數이다. 理論的으로는 이 h의 값이 確率的 및 Markov 모델에 대하여 0.5가 되지만, 流量, 降雨量, 溫度, 氣壓, 나무의 나이테, 成長率, 태양의 黑點數 및 麥價格 등과 같은 自然 및 경제현상의 長短期 기록치에 이 Hurst 모델을 적용하는 경우 h 값이 0.5 보다 크다는 것이 발견되었다. 따라서 最小自乘法에 의하여 이 자료들에 적합시켜 본 결과 Chow(1951)는 $c=3.8$일 때 $h=0.87$의 평균치를 얻었다. 이와같이 指數 h의 값이 確率的 및 Markov 모델에 대한 理論値인 0.5와 일치하지 않는 경우를 "Hurst 現象"이라고 불리워진다. 그러므로 確率的 및 Markov 모델을 사용하면 自然的 水文過程에 있어서의 Hurst 數係를 보존할 수 없게 될 것이다.

이러한 Hurst 現象에 대하여 지금까지 여러 문헌을 통하여 많은 설명이 있었는데, 그 한 예가 觀測時系列이 h의 예상 접근치인 0.5에 미치는데 충분한 장기간의 값이 아니기 때문이라는 것이며, 다른 한 예는 自然的 水文過程은 실제로 非定常時系列인데 反하여 確率的 및 Markov 모델은 定常時系列인 때문이라고 설명하고 있는 것이다. 외관상 이 두 가지 설명을 함께 나타내기 위하여 Fiering(1967)은 自己回歸係數를 回歸分析에 의하여 결정되는 回歸係數로서 취하는 非定常 多次數自己回歸모델의 사용을 제안하였다. 이의 적용에 있어서 그는 $N<60$에 대하여 $h>0.5$인 Hurst法則을 확실히 하기 위하여 20次數모델이 필요하다는 것을 발견하였다. 따라서 이 방법은 계산상 거의 어려운 방법임을 알 수 있다.

Hurst 現象에 대한 또 다른 한 설명은 自然的 水文過程의 推計學的 구조가 確率的 및 Markov 모델에 의하여 나타나는 그것과 다르다는 것이다. Mandelbrot 및 Wallis(1968)는 이러한 모델들이 "引力에 관한 Brown 영역"에 속하며 그리고 Brown 영역내의 모델들은 次數의 증가에 따라서 감쇄되는 自己相關 구조로 특징지워 진다고 주장하였다. 그래서 이들은 Fractional Gaussian noise(FGN)라고 불리워지는 새로운 모델과 그 근사방법인 Type Ⅰ 및 Ⅱ(Mandelbrot 및 Wallis, 1968, 1969 a, b) 및 여과된 Type Ⅱ(Matalas 및 Willis, 1971) 등을 소개하였다. 이 FGN 모델은 무한의 기억력과 定常 時系列 및 자체유사성 등의 중요한 성질을 갖고 있는 모델이며, 여기서 자체유사성(Self-Similarity)이란 대략 短期時系列과 적당히 재조정된 長期時系列은 동일한 統計學的 특성을 갖는다는 것을 의미한다. 그리고 長期 遲滯次數에 대해서는 비록 작지만 무시할 수 없는 相關性이 時間 스케일에 따라서 존재하기 때문에 自己共分散(autocovariance) 函數의 合이 결코 수렴되지 않을 것이며 이것은 곧 모델이 무한의 기억력을 갖는 것을 의미한다. 이 모델은 또한 水文記錄値에서 가끔 觀測되는 長期擬似-싸이클樣相과 같은 低頻度效果(low-frequency effect)의 관점에서는 Hurst h를 보존할 수 있을지라도 보통 Gaussian-Markovian 모델에 적합한 高頻度效果는 재현시킬 수 없을 것이다. 더구나 數學的인 복잡성과 계

*本學會 理事・嶺南大 工大 教授(工博)

산에 있어서 큰 콤퓨터용량을 필요로 하는 것이 이 FGN 모델의 부가적인 결점이다.

이 FGN 모델을 개선하기 위하여 Mandelbrot(1971)는 Fast fractional Gaussian Noise(FFGN) 모델을 다시 제안하였다. 비록 이 모델이 FGN 모델보다 더욱 복잡하게 유도될지라도 이것은 高頻度의 短期와 低頻度의 長期間에 대하여 개발된 것이기 때문에 水文記錄値의 특징인 短期 및 長期의 持續持을 고려하고 있다.

Markov 모델과는 다른 推計學的 구조를 갖는 중요한 두 개의 非 Markov 모델로는 Broken line(BL) 모델과 Autoregressive-integrated-moving-average(ARIMA) 모델이 있다. 이 BL 모델은 처음 Ditlevsen (1971)에 의하여 최초 통과시간에서의 시뮤레이션결과를 검토하기 위해서 고안된 折線過程(broken line process)에 따라서 개발된 것이다. 단순 BL 過程은 交叉線區間의 연속으로서, 時間軸上에의 이 區間의 투영길이가 동일하고 또한 交文의 크기가 無作爲的으로 分布되어 있는 경우이다. 여러 투영길이에 대한 이 단순 BL 過程의 數를 조합시키므로서 이 BL 모델에 의하여 Hurst h를 보존할 수 있게 된다. 이 모델은 Rodriguez-Iturbe 等(1972), Mejia 等 (1972) 및 Garcia 等(1972)에 의하여 推計學的 水文過程을 分析하기 위하여 제안되었으며, 또한 離散—時間 FGN(Garcia 等 1972) 및 FFGN(Mandelbrot, 1972) 모델에 근사한 결과를 줄 수 있음을 입증하였다.

한편 이 BL 모델에 매우 연관된 모델로서 Range 및 Run 모델을 들 수 있는데, 이들 3모델은 모두 數學的 解析에 있어서 交叉理論(Crossing theory)에 기초를 두고 있다. (6)式으로 표시되는 Range 모델은 Feller(1951)에 의하여 數學的으로 解析되었으며, 그 방법이 Hurst(1951) 이후 더욱 水文學에 응용되었다 (Melentijevich, 1965; Yevjevich, 1971). 그리고 Run 理論은 水文學에 응용(Downer 等, 1967; Yevjevich, 1971)되기 전에 얼마동안 數學에서 개발되었다. Run 모델에 있어서 Run-length란 주어진 水文量의 크기에 의한 交叉時 두 개의 인접교차간의 時間軸上의 거리를 말하며 Run-Sun이란 Run-length上의 剩餘 또는 不足量을 말하는 것으로서 이 兩者는 推計學的 變量으로 취급된다. 이 Range나 Run은 非 Markov의 성질을 가진 水文學的 過程을 조사하는데 사용할 수 있는 두 技法이지만, 이 모델의 사용에 의하여 Huret h를 보존할 수 있는지의 여부는 아직 명확히 입증되지 못하였을 뿐으로 이미 그 가능성을 제시한 일은 있다(Rodriquez-Iturbe 等, 1972).

ARIMA 모델(BOX 및 Jenkins, 1968 및 1976)은 실제로 時系列의 定常 및 非定常구조의 어떤 형이던간에 표현할 수 있는 모델로서, 이의 어떤 변형모델은 매우 긴 遲滯次數에 대해서 감쇄하지 않는 自己相關구조를 갖는다는 중요한 성질이 있다. 따라서 이러한 성질로부터 O'Connell(1971)은 Hurst 現象을 설명하기 위하여 곧 이 모델을 사용하였다.

지금 後方變位 Operator B를 $BZ_t=Z_{t-1}$라 정의하여 $B^mZ_t=Z_{t-m}$이라 하고, 역시 後方差分 Operator ∇를 $\nabla Z_t=Z_t-Z_{t-1}$이라고 정의하면 이들의 관계는 다음과 같이 된다.

$$\nabla Z_t=Z_t-Z_{t-1}=(1-B)Z_t \quad\cdots\cdots(7)$$

다음 $b_0=0$인 (1)式 및 (5)式을 사용하는 다음과 같은 혼합自己回歸-移動平均(ARMA) 모델을 고려한다. 즉,

$$X_t=\sum_{j=1}^{p}a_jX_{t-j}+\varepsilon_t\sum_{j=1}^{q}b_j\varepsilon_{t-j} \quad\cdots\cdots(8)$$

여기서 P는 AR 모델의 次數이고 q는 MA 모델의 次數이다. 앞에서 정의한 Operator에 의하여 이 (8)式을 다시 쓰면 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned}(1-a_1B-a_2B^2-\cdots-a_pB^p)X_t\\ =(1-b_1B-b_2B^2-\cdots-b_qB^q)\varepsilon_t\end{aligned} \quad\cdots\cdots(9)$$

또는

$$\Phi(B)X_t=\theta(B)\varepsilon_t \quad\cdots\cdots(10)$$

여기서 $\Phi(B)$ 및 $\theta(B)$는 각각 p次 및 q次의 B의 多項式이다. AR 및 MA 모델은 定常時系列에 대한 것이기 때문에 이에 의한 ARMA 모델 역시 定常時系列이다. X_t가 만약 定常時系列이면 $\Phi(B)=0$의 根은 반드시 解의 單位圓밖임을 입증할 수 있으며, 변환의 경우(移動平均을 수렴가중계수로서 自己回歸型으로 표시하는 방법)에도 $\theta(B)=0$의 根이 單位圓의 밖에 위치하여야 한다. X_t가 만약 定常時系列이 아니면 過程 X_t의 d次 差分은 定常時系列이 될 수 있다. 그래서 X_t를 ∇^dX_t로 치환하면 (10)式은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\Phi(B)\nabla^dX_t=\theta(B)\varepsilon_t \quad\cdots\cdots(11)$$

이 式은 p次 自己回歸, d次 積分 및 q次 移動平均의 ARIMA 모델로 불리워지는 것으로서로서 ARIMA (p, d, q)로서 표시할 수도 있다. 따라서 ARMA 모델은 ARIMA(p, o, q) 또는 ARMA(p, q)로서 표시할 수 있다. Box 및 Jenkins(1976)는 대개의 時系列에 있어서 이 p, d 및 q의 값이 거의 2가 된다고 하였다.

p, d 및 q의 다른 값을 갖는 여러 변형 ARIMA 모델을 시험해 본 후 O'Connell(1971)은 ARIMA(1, 0, 1) 또는 ARMA(1, 1) 모델이 水文學的 적용에 있어

서 가장 적합함을 발견하였다. 만약 $\phi=1$이고 θ가 1에 접근하면 이 모델은 바로 Brown 영역에 위치하게 될 것이다. 이 모델의 주된 장점은 거의 콤퓨터비용을 필요로 하지 않는 단순성에 있다.

6. 物理的 接近方法

위에서 언급된 接近方法들은 物理學的 解析에 관한 설명없이 數學的 理論만으로 推計學的 水文過程을 표현하는데 사용된다. 水文學은 自然의 觀測들에 기초를 둔 科學이기 때문에 水文學的 現象은 가능한 限 觀測資料의 分析을 통하여 理解되어져야 한다. 때때로 몇가지 物理學的 原理나 法則이 인식되었으며 補助解析을 위해서 이러한 物理學的 推論을 이용하기 위한 시도도 행해졌다. 水文學에 이용될 수 있는 대부분의 物理學的 原理와 法則들은 연속방정식의 원리, 地下水流에 관한 Darcy法則, 蒸發에 關한 Dalton法則, 그리고 運動量 및 에너지 原理와 같이 結定論的이다. 이들 原理와 法則들은 物理學에 기초를 둔 推計學的 水文解析을 위하여 數學的 理論에 조합시킬 수 있을 것이다. 뿐만 아니라 物理學的으로 근사한 確率的 구조는 이러한 推計學的 水文解析에 도움이 된다고 가정할 수 있다. 物理學的 接近方法에 있어서, 因果(原因과 結果)의 관계가 동반되어져야 한다.

確率論的 接近方法에서 對數正規모델은 어떤 작고 독립적인 原因要素의 累積効果 때문에 Central limit 理論의 사용을 통하여 해석되어졌다(Chow, 1954).

1年 동안의 365個 事象中의 하나인 日洪水 流量을 考慮하므로서 極値 Type I 分布가 洪水頻度에 적합한 것으로 가정되었다(Gumbel, 1941).

실제로 擬似推計學的 水文시스템 모델을 만들기 위한 推計學的 入力으로 사용될 수 있는 物理學에 기초를 둔 結定論的 모델이 많이 있다(Chow, 1978).

Stanford Watershed 모델(Crawford 및 Linsley, 1966)과 같은 콤퓨터 시뮤레이션 모델들은 推計學的 入力資料에 의하여 응용되어 線型貯水池모델과 같은 一括모델(lumped model)로 되었다(Chow 및 Ramaseshan, 1965). 連續原理의 분파로서의 물收支개념이 推計學的 流域시스템의 模型化에서 역시 소개되었다(Chow 및 Kareliotis, 1970).

水文資料의 系列들은 物理學的으로 待機行列로서 고려될 수 있다. 待機行列과 流出의 貯溜量간의 이러한 유사성을 인식해서 Moran(1954) 및 다른 사람들(Langbein, 1958; Lloyd, 1967)은 일련의 推計學的 貯水池모델을 개발하게 되었다.

Klames(1974, 1978)는 推計學的인 入力, 出力 및 貯溜量을 갖는 線型貯水池의 循環直列모델(Circular cascade model)을 제안하므로서 Hurst 現象을 설명해 주었다. 그는 또한 水文記錄値의 濕期에 의하여 貯水池 貯溜量의 누가효과로 Hurst h가 1.0에 가까워지는 반면 乾期에 의한 定常時系列 效果로 h가 0.5에 가까워짐을 발견하였으며, 따라서 모델에서 이들 효과를 혼합시킴으로서 h가 0.5 및 1.0 사이의 값이 될 것이다.

河川流量에 對한 水力學的 모델(hydrodynamic Model)은 地表 및 水路狀態에 있어서의 흐름의 力學을 묘사하는 Saint Venant 方程式과 地下水 흐름상태에 대한 Darcy의 法則에 物理學的으로 基礎를 두고 있다. 推計學的 水力學모델의 結果로서, 모델에 도입되는 임의 變數는 이론적으로 推計學的으로 취급될 수 있을 것이다. 실제로 Eagleson(1971, 1972)은 Saint Venant 方程式의 가장 간단한 변형인 運動波모델(kinematic-wave model)을 사용해서 尖頭洪水의 確率分布에 관한 分析的 유도방법을 얻을 수 있었다.

7. 可變變數의 接近方法

지금까지 앞에서 설명한 接近方法에 있어서, 平均値 標準偏差, 歪度係數, 系列相關係數, Hurst 係數 및 다른 相關 및 回歸係數들은 일단 水文記錄値로 결정되면 그 값이 일정하며 보존된다고 가정하였었다. 그리고 在來的인 統計 및 確率의 적용에 있어서, "Null"의 假說을 보통 母平均値가 어떤 특정치와 꼭 같다고 하는 假說처럼 정확한 假說로 취급하고 있다. 또한 어떤 특정치가 未知이기 때문에 최선의 試料산정치 또는 期待値가 자동적으로 가정된다. 일반적으로 몇몇 사람들은 이러한 假說의 진실성에 대하여 의문을 가졌으며, 또한 어떤 사람은 이러한 假說로부터 統計變數의 變化를 허용하는 非在來的인 방법을 촉진하였다.

英國 長老敎會의 목사인 Thomas Bayes(1763)의 창안 이후 Bayesian 推理論이 統計 및 確率理論의 분야에 소개되었는데, Bayesian(主觀的) 및 非Bayesian(客觀的 또는 在來的) 방법의 기본차이점은 Baysian 방법에서는 母集團의 變數를 無作爲變量으로 보며 非Bayesian 방법에서는 이것을 未知의 常數로 취급하고 있다는 것이다. Bayesian 방법에서는 pdf(確率密度函數)를 資料의 취득전에 아는 어떤 정보와 資料로부터 얻어지는 정보를 합한 정보를 포함하는 母變數의 것으로 생각할 수 있다(Zellner, 1971).

이 Bayesian 방법은 다음과 같이 표시되는 Bayes의 理論에 그 중심을 두고 있다.

$$P(\theta|X)\propto P(\theta)P(X|\theta) \cdots\cdots(12)$$

또는

[Posterior pdf]

$\propto$[Prior pdf][Likelihood function]…(13)

여기서 θ는 變數벡터이고 X는 주어진 試料의 정보이다. 이 式에서 事前分布(Prior distribution) $p(\theta)$는 資料에 관한 지식없이 θ에 관하여 알고 있는 바를 우리들에게 가르키는 것으로서 θ(*a priori*)의 分布를 말한다. 그리고 事後分布(Posterior distribution) $P(\theta|X)$는 資料에 관한 지식이 주어졌을 때 θ에 관하여 알려진 바를 우리들에게 말해주는 것으로서 θ(*a Posteriori*)의 分布이다. 事前정보가 事前分布를 통하여 事後分布에 도입되는 반면 모든 試料의 정보는 最大函數(lkelihood function)을 통하여 도입된다. 이 事前정보는 推計學的 水文變數에 관한 推理를 하는 Bayesian 방법에서 역시 이용된다.

이 Bayesian 방법의 水文學的 문제에의 적용은 지금까지 거의 없었으나 얼마전에 시작된 이래 차츰 증가하고 있다(Bernier, 1967).

지금 다음과 같은 단순 線型回歸모델을 고려한다(Takeuchi, 1976).

$$Y_t = a_1X_{1t} + a_2X_{2t} + \cdots + a_nX_{nt} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(14)$$

여기서 Y_t는 時間 t에서의 예보치, X_{nt}는 時間 t에서 사용된 예보를 위한 變量, $a_1, \cdots, a_n$는 係數이다. 이러한 형의 回歸方程式은 보통 係數가 고정되어 시스템이 定常時系列인 경우에 사용되는 것으로서 이것이 水文學的 문제에 응용될 때 水文現象의 성질이 非定常時系列이고 만약 그 係數들이 고정되어 있는 경우 이 式의 결과는 실제와 잘 맞지 않는다. 뿐만 아니라 모델구조 및 資料測定의 兩者에 포함된 非線型持과 여러 가지의 不確定持 및 誤差에 의하여 만족할만한 모델의 수행을 기대할 수 없을 것이다. 이러한 상태를 개선하기 위한 가장 간단한 방법은 係數들의 常數임을 유동적으로 하는 것, 즉 모델의 구조를 고정시키는 반면 係數들을 변화하게 하는 방법이다. 이러한 착상下에서 係數들은 未知의 狀態數로서 취급될 수 있으며, Kalman filtering으로 알려진 技法(Kalman, 1960)이 豫知 및 觀測値間의 差에 따른 응답방법에 있어서의 變數의 최선 산정치를 얻는데 사용될 수 있다. 이 방법은 현대 制御論에 있어서의 가장 최신의 방법 가운데 하나로서, 간단한 行列계산이라던가, 단지 최신의 資料만 필요로 한다던가, 短時間의 콤퓨터시간, 논리적인 觀測시스템을 통하여 觀測된 시스템의 상태 및 모든 것이 반드시 旣知이거나 또는 추적되어야 할 필요가 없는 狀態變數 등의 많은 利點을 갖고 있다. 水文學에서 이 방법을 사용한 것은 불과 몇년 전에 시작되었으며(Hino, 1974), 그 잠재적인 중요성 때문에 널리 응용되어질 것이다.

8. 結 論

水文學이라는 학문은 오랫동안의 역사를 거쳐 발전하여 왔다. 그리고 推計水文學이라는 것은 이 水文學 발전의 최근의 몇章 가운데 하나를 차지한다. 지금까지 이 推計水文學의 발전과정을 여러 理論的 推近方法을 포함한 역사적 발전을 통하여 간단히 검토하여 보았다. 그러나 이것은 완전한 것이 아니고 다만 각 분야에 있어서 개략적인 소개에 지나지 않는다. 이러한 관점에서 그 발전과정을 비추어 보기 위하여 각 다른 시기에 개발된 여러 모델에 대한 進化의 나무를 그려보면 Fig. 1과 같다. 이 그림으로부터 우리들은 推計水文學이 원시적인 經驗으로부터 理論化로, 순수無作爲로부터 推計學的 방법으로, Markov 모델로부터 非Markov 모델로, 순수理論에서 物理的 구조로, 그리고 최근에는 在來的인 假說로부터 異教的인 Bayesian inference 및 Kalman filtering으로 발전되었는 것을 알 수 있다. 이 進化樹는 그 동안 성장해 왔으며 앞으로도 계속 여러 갈래로 가지를 벋어 나갈 것이다.

이상과 같은 개략적인 발전과정의 검토로부터 두 가지의 주된 문제점이 부각된다. 그 하나는 理論化에 적응하기 위하여 더욱 적합하고 정도높은 資料가 필요하다는 것이다. 推計水文學이란 것은 可用資料로부터 가능한 한 유효한 정보를 많이 抽出하고저 하기 때문에 보다 우수하고 많은 資料는 더욱 신빙성 있는 정보를 제공할 것이다. 한편 다른 하나는 우리들이 水文現象에 대하여 더욱 物理的 理解를 필요로 한다는 것이다. 理論이란 사람이 만든 것인 반면 現象은 自然的인 것이기 때문에 理論的인 기교만으로서는 科學의 실제목적을 달성할 수 없을 것이다. 실제 목적이란 어떻게 하여 現象이 발생하며 왜 그들의 現象대로 행동하는가를 설명하기 위한 것이다. 서술적인 설명으로부터 불규칙적인 설명으로의 진행은 모두 과학에서 공통된 현상이며, 두 단계 사이의 변이는 한단계가 매우 발전된 단계에 이르렀을 때 다음 단계가 발생하기 때문에 성숙의 상징이 되는 것이다. 따라서 이러한 관점으로 본다면 推計水文學은 거의 성숙단계에 이르렀다고 볼 수 없다. 그리고 우리들 대개가 水文學的 變量에 대하여 在來的인 研究로서 단순히 기술하거나 그 統計資數에 대하여 개략적인 음미를 하므로서 무의식적으로 그 범위를 제한하게 되어 그 성숙을 지연시키는 경향이 있다. 그러므로 우리들은 정통적인 사고와 數學的 理論化에 의하여 제한을 받지 않아야 하며, 한편 物理的인

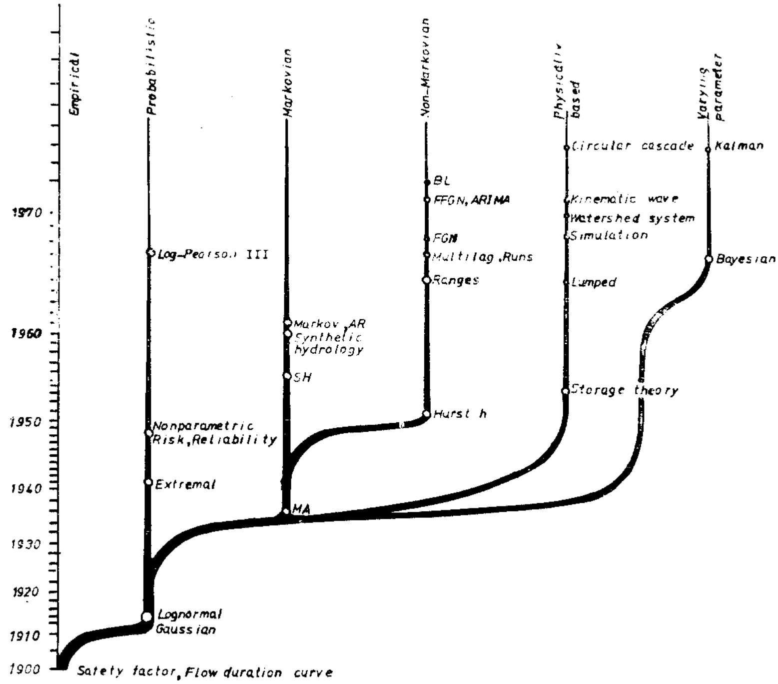

Fig. 1. The evolutional tree of stochastic hydrology.

過程을 해석하도록 노력하여야 할 것이다.

核技術이나 우주工學과 같은 현대의 觀測方法을 사용하거나, Bayesian inference 및 Kalman filtering과 같은 새로운 지식을 개발하거나, 또는 水文學的 해석을 위한 推計學的 模型化에 있어서 物理的 특징을 병용하는 모험이 곧 水文學을 성숙의 방향으로 인도하는 길이 될 것이다.

참 고 문 헌

1. Bernier; J. (1967), Les methodes Bayesiennes en hydrologie statistique, Proc., *International Hydrology Symposium*, Vol. 1, Colorado State Univ., Fort Collins, Colorado, pp. 459—470.
2. Box, G.E.P., and G.M. Jenkins (1968), Some recent advances in forecasting and contol, I, *Applied Statist.*, Vol. 17, pp. 91—109.
3. Box, G.E.P. and G.M. Jenkins (1976), "Time Series Analysis: Forecasting and Control," 2nd ed., Holden-Day, San Francisco.
4. Brittan, M.R. (1961), Probability analysis applied to the development of synthetic hydrology for the Colorado River, Part IV of Past and probable future variations in stream flow in the Upper Colorado River," Bureau of Economic Research, University of Colorado, Boulder, Colorado.
5. Chow, V.T. (1951), Discussion on Long-term storage capacity of reservoirs, Trans., *Am. Soc. Civil Engrs.*, Vol. 116, pp. 800—802.
6. Chow, V.T. (1954), The log-probability law and its engineering applications, Proc., *Am. Soc. Civil Engrs.*, Vol. 80, Paper No. 536, pp. 1—25.
7. Chow, V.T. (1964a), Hydrology and its deveopment, Section 1 in "*Handbook of Applied Hydrology*," ed. by V.T. Chow, McGraw-Hill Book Co., New York, pp. 1—7 to 1—10.
8. Chow, V.T. (1964 b), Sequential generation of hydrologic information, Part IV of Section 8 in "*Handbook of Applied Hydrology*," ed. by V.T, Chow, McGraw-Hill, New York, pp. 8—91.
9. Chow, V.T. (1971), Stochastic hydraulics-A challenging field of study, in "*Stochastic Hydraulics*," ed. by C.L. Chiu, University of Pittsburgh, School of Engineering Publication Series No. 4, pp. 3—8.
10. Chow, V.T. (1972), Hydrologic modeling,

Journal of the Boston Soc. Civil Engrs., Vol. 60, NO. 5, pp. 1—27.

11. Chow, V.T.(1978), Stochastic modeling of watershed systems, *Advances in Hrdroscience* ed. by V.T. Chow, Vol. 11, Academic Press, New York, pp. 1—93.
12. Chow, V.T., and S.J. Kareliotis (1970), Analysis of stochastic hydrologic systems, *Water Resources Research*, Vol. 6, pp. 1569—1582.
13. Chow, V.T. and S. Ramaseshan (1965), Sequential generation of rainfall and runoff data, Proc., *Am. Sco. Civil Engrs., Journal of Hydraulics Div.*, Vol. 91, NO. HY4, pp. 205—223.
14. Ditlevsen, O. (1971), *Extremes and first passage times with applications in civil engineering*, Ph. D. thesis, Technical University of Denmark, Copenhagen.
15. Downer, R.N., M.M. Siddiqui, and V. Yevjevich (1967), Application of runs to hydrologic droughts, Proc., International Hydrology Symposium, Fort Collins, Colorado, Vol. 1, pp. 496—505.
16. Eagleson, P.S. (1971), The stochastic Kinematic wave, in "*Systems Approach to Hydrology*," Water Resource Pub., Fort Collins, Colorado, pp. 202—222.
17. Engleson, P.S. (1972), Dynamics of flood frequency, *Water Resources Research*, Vol. 8, No. 4, pp. 878—897.
18. Feller, (1951), The asympotic distribution of the range of sums of independent random variables, *Am. Math. Statist.*, Vol. 22, pp. 427—432.
19. Fiering, M.B. (1966), Synthetic hydrology: An assessment, in "*Water Research*," ed. by A.V. Kneese and S.C. Smith, Johns Hopkins Press, Baltimore, Maryland, pp. 331—341.
20. Fiering, M.B.(1967), "*Streamflow Synthesis*," MacMillan Co., London, p. 132.
21. Fiering, M.B., and B.B. Jackson (1971), Synthetic streamflow, Water Resources Monograph 1, Am. Geophys. Union.
22. Fisher, R.A., and L.H.C. Tippett (1928), Limiting forms of the frequency distribution of the smallest and largest member of a sample, Proc., *Cambridge Phil. Soc.*, Vol. 24, pp. 180—190.
23. Foster, E.E. (1948), "*Rainfall and Runoff*," MacMillan Co., New York.
24. Foster, H.A. (1934), Duration Curves, Trans, *Am. Soc. Civil Engrs.*, Vol. 99, pp. 1213—1235.
25. Fuller, W.E. (1914), Flood flows, Trans., *Am. Soc. Civil Engrs.*, Vol. 77, pp. 564—617.
26. Garcia, L.E., D.R. Dawday, and J.M. Mejia (1972), Long memory monthly streamflow smulation by a broken line model, *Water Resources Research*, Vol. 8, No. 4, pp. 1100—1105.
27. Gumbel, E.J. (1941), The return period of flood flows, *Ann. Math. Statist.*, Vol. XII, NO. 2, pp. 168—190.
28. Hazen, A. (1914), The storage to be provided in impounding reservoirs for municipal water supply, Trans., *Am. Soc. Civil Engrs.*, Vol. 77, pp. 1540.
29. Hazen, A. (1914), Discussion on Flood flow by W.E. Fuller. Trans., *Am. Soc. Civil Engrs.*, Vol. 77, p. 628.
30. Hazen, A. (1930), "*Flood Flow*," John Wiley & Sons, New York, p. 15.
31. Hino, M. (1977), Prediction of flood and streamflow by modern control and stochastic theories, in "*Stochastic Processes in Water Resources Engineering*," ed. by L. Gottschalk, G. Lindh, and L. de Maré, Proc., 2nd Internl. LAHR Symp. On Stochastic Hydraulics, Water Resources Pub., Fort Colline, Colorado, pp. 115—140.
32. Horton, R.E.(1913), Frequency of recurrence of Hudson River floods, *U.S. Weather Bureau Bull.* 2, pp. 109—112.
33. Hoyt, W.G. and others (1936), Rainfall and runff in the United States, U.S. Geological Survey Water Supply and Irrigation Paper 906, p. 115.
34. Hurst, H.E. (1951), Long-term storage capacity of reservoirs, Trans., *Am. Soc. Civil Engrs.*, Vol. 116, pp. 770—799.

35. Julian, P.R. (1960), Part Ⅱ-statistical analysis, in A synthetic hydrology for the Colorado River by L. Fishman and P.R. Julian, Western Resources Papers, University of Colorado Press, Boulder, Colorado, p. 141.

36. Kalman, R.E. (1960), New approach to linear filtering and prediction problams, Trans., Am. Soc. Mech. Engrs., Series D. *Journal of Basin Engineering*, Vol 82, pp. 35—45.

37. Kisial, C.C. (1969), Time series analysis of hydrologic data, *Advances in Hydroscience*, ed. by V.T, Chow, Vol. 5, Academic Press, New York, pp. 1—119.

38. Klemeš, V. (1974), The Hurst phenomenon-A puzzle? *Water Resources Research*, Vol. 10, No. 4, pp. 675—688.

39. Klemeš, V. (1978), Physically based stochastic hydrologic analysis, *Advances in Hydroscience*, ed. by V.T. Chow, Vol. 11, Academic Press, New York, pp. 285—356.

40. Langbein, W.B. (1958), Queuing theory and water storage, Proc., *Am. Soc., Civil Engrs.*, Vol. 84, No. HY5, Pt.1, pp. 1—24.

41. Lloyd, E.H.(1967), *Stochatic reservoir theory, Advances in Hydroscience*, ed by V.T. Chow. Vol. 4, pp. 281—339.

42. Mandelbrot, B.B. (1971), A fast fractional Gaussian noise generator, *Water Resources Research*, Vol. 7, No. 3, pp. 1360—1362.

43. Mandelbrot, B.B. (1972), Broken line process drived as an approximation to fractional noise, *Water Resources Research*, vol. 8, No. 5, pp. 1354—1356.

44. Mandelbrot, B.B., and J.R. Wallis (1968), Noah, Joseph and operational hydrology, *Water Resources Research*, Vol. 4, No. 5, pp. 909—918.

45. Mandelbrot, B.B., and J.R. Wallis (1969a), Computer experiments with fractional Gaussian noises. Part Ⅰ: Averages and variances, Part Ⅱ: Rescaled ranges and spectra, Part Ⅲ: Mathematical appendix, *Water Resources Research*, Vol. 5, NO. 1, pp. 228—241, 242—259, 260—267.

46. Mandelbrot, B.B., End J.R. Wallis (1969b), Some long-run properites of geophysical records, *Water Resources Research*, Vol. 5, No. 2, pp. 321—340.

47. Matalas, N.C., and J.R. Wallis (1971), Statistical properties of multivariate fractional noise processes, *Water Resources Research*, Vol. 7, No. 6, pp. 1460—1468.

48. Mejia, J.M., I. Rodriguez-Iturbe, and D.R. Dawdy (1972), Streamflow simulation. 2-The broken line process as a potential model for hydrologic simulation, *Water Resources Research*, Val. 8, No. 4, pp. 931—941.

49. Melentijevich, M. J. (1965), The analysis of range with output linearly dependent upon storage, Hydrogy Paper 11, Colorado State University, Fort Collins, Colorado.

50. Moran, P.A.P. (1954), A probability theory of dams and storage systems, *Australian Journal of Applied Science*, Vol. 6, No. 2, pp. 117—130.

51. O'Connell, P.E. (1971), A Simple stochastic modeling of Hurst's law, Proc., International Symposium on Nathematical Models in *Hydrology, Warsaw, Portland*, Vol. 1, Pt. 1, pp. 327—358.

52. Rodriguez-Iturbe, I., J. M. Mejia, and D.R. Dawdy (1972), Streamflow simulation. 1—A new look at Markovian models, frantional Gaussian noise and crossing theory, *Water Resources Research*, Vol. 8, NO. 4, pp. 921—930.

53. Takeuchi, K (1976), Application of the Kalman filter to cyclonic forecasting, Tech. Rept. No. 21, Dept. of Civil Eng., Tokyo Inst. of Tech., Tokyo, Japan, pp.1—62.

54. U.S. Water Resources Council (1967), A uniform technique for determining flood flow frequencies, Hydrology Committee, Bull. No. 15, Wash., D.C.

55. Van Nostrand (1968), "Scientific Encyclopedia," Van Nostrand Reinhold, New York.

56. Yevjevich, V. (1971), "Stochastic Processes in Hydrology," Water Resources Pub., Fort Collins, Colorado, 1972, p. 25.

57. 李舜鐸(1975), "常流川 月流量의 推計學的 模擬發

生", 大韓土木學會誌, 第23卷, 第4號.

58. Lee, Soontak(1979), "Stochastic Simulation of Monthly Rainfall and Streamflow Sequences", Proceeding, UNESCO Symposium on Hydrological Computation for Water Project, Leningrad, U.S.S.R.