

---

 論 文
 

---

大韓造船學會誌  
 第18卷 第3號 1981年 9月  
 Journal of the Society of  
 Naval Architects of Korea  
 Vol. 18, No.3 September 1981

## 特異點分布方式에 의한 非定常水中翼問題에 對한 解析

김 형 태\* · 이 창 섭\*

 Solution of Unsteady Hydrofoil Problems by Discrete Vortex  
 Method with Application to Fish Propulsion

H. T. Kim\* · Chang-Sup Lee\*

**Abstract**

This paper is prepared to solve the problem of two-dimensional sinusoidal motion of hydrofoil, which can be related not only to the prediction of unsteady forces acting on the marine propeller blade but to the study of aquatic animal's undulatory mode of propulsion. For convenience's sake, this manuscript can be divided into two parts. In the first part, the lift and moment coefficients have been calculated by the discrete vortex method and they have been compared with the analytic ones obtained by the method of conformal transformation. In the other part, the thrust and the hydromechanical efficiency have been evaluated, using Lagally's technique having extended to the unsteady case. They also have been compared with the results, which had been obtained by Lighthill [6] and Wu [7] using Prandtl's acceleration potential.

**Nomenclature**

{c}	Forcing term defined by equation (36)	$h$	Function shown in eq. (61)
{d}	Forcing term defined by equation (36)	$h_o$	Complex heave amplitude
$C_L$	Total lift coefficient defined by eq. (41)	$K(x, \xi)$	Induced velocity at a point $(x, 0)$ on the cut due to a unit strength vortex at $(\xi, 0)$
$C_M$	Total moment coefficient defined by eq. (42)	$L$	Lift
$C_T$	Total thrust coefficient defined by eq. (74)	$l$	Chord length
$C_P$	Total power coefficient defined by eq. (74)	$M$	Moment
$C_E$	Energy loss coefficient defined by eq. (74)	$N$	Number of discrete vortices over the chord
$D$	Drag induced by wake vortices	$P$	Power required to maintain the motion defined in eq. (47)
$E$	Energy loss due to convection of vortices in the wake	$P, p_w$	Pressure
$df_j$	Length of $j$ th element of the foil	$\Delta p$	Pressure jump across the foil
$f$	Function shown in eq. (61)	$R$	Resistance from the pressure component
$g(x, t)$	Equation of a foil camber defined by eq. (2)	$S$	Thrust due to the vertical component of external velocity
		$T$	Resultant Thrust summing $D, R$ and $S$

接受日字: 1981年 8月 15日

\* 正會員, 韓國機械研究所大德船舶分所

$t$	Time
$\Delta t$	Time step
$U$	Free stream velocity
$v_x, v_y$	Induced velocity
$\Delta w$	Dividing length of the wake relating to $\Delta t$
$x, y$	Catesian coordinate defined in Fig. A
$x_L, x_T$	$x$ -coordinates of leading edge and trailing edge
$x_a$	$x$ -coordinate of the pitching axis Subscripts and Superscripts
$i$	Index of a control point
$j$	Index of an element for chordwise direction
$k$	Index for wake stream wise direction
$w$	wake
$\infty$	Infinity
$-$	Amplitude, as in $L$ or time average, as in $T$ Greek Alphabets
$\alpha_0$	Complex pitch amplitude
$\Gamma$	Circulation, concentrated vorticity
$\gamma$	Vorticity distribution
$\nabla$	Gradient
$\Delta f$	Uniform spacing between bound vortices on foil
$\phi$	Perturbation velocity potential
$\phi_L, \phi_M$	Phase angles of lift and moment
$\rho$	Density of fluid
$\xi$	$x$ -coordinate of vortex point
$\omega$	Frequency of oscillation
$\sigma$	Reduced frequency defined by $\omega l/2U$
$\theta$	Feathering parameter defined by $U\alpha_0/\omega h_0$

1. 서 언

본 논문은 비압축성, 비점성, 균일류 중에서 미소 동요하는 얇은 날개 단면에 작용하는 유체동력학적 힘들을 구하는 것을 목적으로 한다. 본 논문에서 다루고 있는 문제는 이차원 문제로서, 포텐셜이론, 특히 등각사상법을 사용해서 엄밀해를 구할 수 있지만, 본 논문에선 사용이 간단하고 삼차원 문제로의 확장이 가능한 특이점 분포법을 사용해서 근사해를 구하였다. 이 문제는 프로펠러 진동시 날개에 작용하는 유체력의 예측과 관련지을 수 있으며, 새와 물고기의 매우 높은 효율의 추진방식에 관한 연구와도 관련되어 있다.

본 논문의 앞부분에서는 날개단면에 작용하는 양력과 모멘트를 구했으며, 이것을 Theodersen[1]의 엄밀

해와 비교, 검토한 결과, 비교된 값들이 환산진동수 (reduced frequency)가  $\pi/2$ 인 매우 높은 범위까지 2% 이내의 오차를 보였다. 뒷부분에서는 앞에서 경계치문제의 해로서 구한 보오렉스(vortex) 분포와 압력분포를 이용하고 확장된 Lagally의 정리를 적용해서 추력과 유체동력학적 효율을 구했으며, 이것들을 M.J. Lighthill[6]과 T.Y. Wu[7]가 Prandtl의 가속도 포텐셜을 사용해서 구한 엄밀해와 비교, 검토하였다. 그결과 계산된 값들은 \*페더링 지수(feathering parameter) 0.0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8에 대해서 환산진동수 0에서  $\pi/2$ 의 범위에 걸쳐 3% 이내의 오차를 보였으며, 날개단면이 종동요만을 하는 경우에 대해서는 Wu의 엄밀해와 비교하여 0에서  $\pi/2$ 의 범위에 걸쳐 잘 일치함을 확인하였다. 본 논문에서는 첫단계로 평간의 강제운동만을 계산하였지만, 앞으로 거스트(gust)중에서 운동 및 자체운동(flexible motion)에 대해서 확장하여 최적형상 문제를 연구할 수 있을 것으로 기대하며 몇가지 점을 보충하면 본 논문의 프로그램을 사용하여 계속 확장연구될 수 있을 것으로 본다.

II. 이차원 수중의 문제에 대한 이론

1. 기본가정

- (i) 날개단면은 매우 얇고 입사류에 대해 작은 영각을 갖는다.
- (ii) 유체는 비점성, 비압축성이며 속도 포텐셜이 존재한다.
- (iii) 날개단면과 그 운동에 의한 교란속도 포텐셜은 무한원방에서는 사라지며 비점성운동은 매우작고 경지상태로부터 시작한 것으로 한다. 위와 같은 가정아래서 선형화된 문제를 다루며 따라서 양력 이론에서는 두께영향을 고차항으로 무시하여 생각할 수 있고, 날개단면과 그 후류는 날개단면의 평균위치에 놓인 평면상에 있으며 모든 식과 경계조건들도 선형화한다.

2. 경계치문제

진 유체영역에서 질량보존법칙, 즉 연속방정식이 성립해야 하며, 유체영역내의 한점에서의 압력은 Bernoulli의 법칙에 의해서 구할 수 있다. 따라서 교란속도 포텐셜  $\phi$ 를  $d\phi = (v_x, v_y)$ 로 정의하면 연속방정식은

$$\nabla^2 \phi = 0 \tag{1}$$

로 표시된다.

여기에 다음과 같은 경계조건들을 부과하면 문제는 유일하게 정의된다.

- 1) 날개와 그 반류에 의한 교란속도는 무한원방에

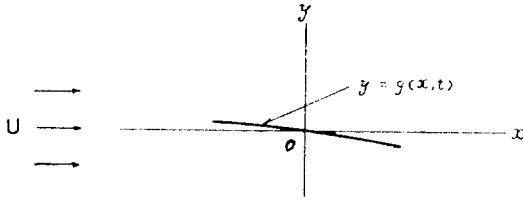


Fig. 1. System.

시 사라진다.

- ㄴ) 날개표면에서 동적경계조건이 성립한다.
- ㄷ) 유체입자는 날개의 뒷날에서 점선방향으로 순탄하게 떨어져 나아간다.
- ㄹ) Kelvin의 순환보존법칙이 성립한다.
- ㅁ) 날개후부의 보오텍스면(vortex sheet)에서 역학적경계 조건 및 동적경계조건이 성립한다.

이제 Fig. 1에 보인것처럼 이차원 날개를 가정하고 적교과포체를 택해서 X-축의 양의 방향을 균일류의 방향으로 Y-축의 양의 방향을 이에 수직하게 위쪽으로 잡으면 날개단면의 캠비는

$$y = g(x, t) \tag{2}$$

로 표시되고 교란속도 포텐셜에 대한 경계치분제는(1)식으로 주어진 Laplace방정식과 다음의 경계조건으로 주어진다 즉

$$\frac{D}{Dt} (y-g) = 0, \text{ on the foil} \tag{3}$$

$$F\phi < \infty, \text{ at the trailing edge} \tag{4}$$

$$F\phi = 0, \text{ at the infinity} \tag{5}$$

$$(P - P_\infty)^+ = 0, \text{ across the wake} \tag{6}$$

단,  $(P - P_\infty)^+$ 는 보오텍스면의 위와 아래의 압력차를 나타낸다. 본 논문에서는 속도포텐셜을 직접 구하는 방법 대신 특이점을 분포하고 이에 의한 날개표면에서의 유기속도(induced velocity)가 (3)식의 경계조건을 만족하도록 특이점의 세기를 결정한 후 전유체영역에서의 속도는 Biot-Savart의 법칙을 사용해서 구하는 방법을 사용하기로 한다.

날개단면에서의 수직방향 속도  $v(x, t)$ 는

$$v(x, t) = \int_{(foil + wake)} \gamma(\xi, t) \cdot K(x, \xi) d\xi \tag{7}$$

로 주어지며, 여기서 커널  $k(x, \xi)$ 는 포일이나 반류의 임의의 점에 놓인 단위세기의 보오텍스에 의해 날개단면상의 한 점  $(x, 0)$ 에 유기되는 속도를 나타낸다.

(3)식으로 주어진 경계조건은 선형화하면

$$0 = v(x, t) - \frac{\partial g}{\partial t} - U \frac{\partial g}{\partial x} \tag{8}$$

가 되고 따라서 (7), (8)로부터 보오텍스분포에 관한

$$\int_{(foil)} \gamma(\xi, t) \cdot K(x, \xi) d\xi$$

$$= \frac{\partial g}{\partial t} + U \frac{\partial g}{\partial x} - \int_{(wake)} \gamma(\xi, t) \cdot K(x, \xi) d\xi \tag{9}$$

있기는 보오텍스의 세기  $\gamma(\xi, t)$ 에 관한 Fredholm의 제 1종 적분방정식이며, 등호의 오른쪽 적분항은 이전의 날개의 운동이 현재의 유동에 미치는 영향, 즉 기억효과적분방정식이 언어진다. 즉, (memory effect)을 나타내고 있다.

한편, 보오텍스의 바로 윗쪽과 아랫쪽에서의 교란속도의 x-축방향성분과 보오텍스의 세기와의 관계는(단,  $\gamma$ 는 시계 반대방향울 양으로 취했다.)

$$v_x^\pm = \mp \frac{1}{2} \gamma \tag{10}$$

로 주어지며, 보오텍스를 뒷날근처에서 순탄하게 분포 시킴으로써 (4)의 Kutta-Joukowski의 조건을 만족시킬 수 있음을 알 수 있다.

비정상유동에 대한, 선형화된 Bernoulli의 방정식을 사용하면, 임의점에서의 동압력은

$$P - P_\infty = -\rho \frac{\partial \phi}{\partial t} - \rho v_x U \tag{11}$$

로 표시되며, 후류에서의 역학적 경계조건으로부터 후류보오텍스면(wake vortex sheet)위, 아래의 압력차는 0이어야 하므로

$$\left( \frac{\partial \phi}{\partial t} \right)_+ + U \cdot (v_x)_+ = 0 \tag{12}$$

가 성립한다.

(12)식을  $x$ 에 관해서 미분하고 (10)의 관계를 대입하면 후류에서의 보오텍스의 분포에 대한 다음의 식이 얻어진다.

$$\frac{\partial \gamma}{\partial t} + U \frac{\partial \gamma}{\partial x} = 0 \tag{13}$$

위의 (13)식은 간단한 일차원 파동방정식으로서 그 일반해는

$$\gamma(x, t) = \gamma(x - Ut) \tag{14}$$

가 되며, Kelvin의 순환보존법칙으로부터 이미 예상된 마와 같이 보오텍스가 균일류와 함께 운반되어 가는 명백한 사실이다. 이것은 에너지의 손실이되며 그 값은 후류동적에너지량과 같아야 한다. (5)로 주어진 무한원 방에서의 조건은 특이점 본래의 특성에 의해서 자연히 만족되며, 이 사실은 Biot-Savart의 법칙에서 쉽게 알 수 있다. 초기 정지상태의 가정과 함께 전유체영역에 대해서 Kelvin의 순환보존법칙을 적용하면, 간단히 다음의 관계를 얻을 수 있다.

$$\int_{(foil + wake)} \gamma(x, t) dx = \int_{(wake)} \gamma(x, t) dx + \Gamma(t) = 0 \tag{15}$$

단,  $\Gamma(t)$ 는 어느순간  $t$ 에서 날개단면의 전체 순환량을 나타낸다.

윗식을 시간  $t$ 에 관해서 미분하고 (13)의 관계를 사용하면

$$\frac{d\Gamma}{dt} = -U \cdot \gamma(x, t), \quad x_f = \frac{l}{2} \quad (16)$$

의 관계식이 얻어지며, 이 식은 뒷날에서 떨어져 나아가는 보오텍스의 세기와 날개단면의 순환량 변화율과의 관계를 나타내고 있다. 일단, 날개단면에 대한 보오텍스분포를 얻게 되면 날개단면상의 임의의 점에서의 속도포텐셜은 (10)으로부터 쉽게 구할 수 있게 된다 즉,

$$\phi(x, t) = \int_{x_L}^x v_x^* d\xi = \mp \int_{x_L}^x \frac{1}{2} \gamma d\xi \quad (17)$$

변의상 앞날에서의 속도 포텐셜을 0으로 놓을 수 있으므로, 우리는 날개단면의 임의의 보오텍스분포에 대한 해를 얻을 수 있게된다. 또한 그 단면에 작용하는 양력은 (11)식으로 주어진 압력을 날개단면에 대해서 적분함으로써 구할 수 있게 된다. 날개단면에 작용하는 전체힘은

$$F = \int_{(toil)} (P - P_{\infty}) n \cdot dl \quad (18)$$

로 주어지며 여기서  $n$ 은 날개표면의 임의의 점에서의 단위법선벡터이다. 따라서 선형화된 양력은

$$\begin{aligned} L &= -\rho \int_{-l/2}^{l/2} \left( \frac{\partial \phi}{\partial t} \right)_+ dx - \rho U \int_{-l/2}^{l/2} (v_x)_+ dx \\ &= -\rho \frac{\partial}{\partial t} \int_{-l/2}^{l/2} \int_{-l/2}^x \gamma(\xi, t) d\xi dx - \rho U \Gamma(t) \end{aligned} \quad (19)$$

으로 표시되며 이식에서 시간에 관한 도함수의 꼴을 포함한 적분항은 비정상운동에 의한 부가양력을 나타내고 있으며 참고문헌[14]의 부가력  $F_{2x}$ 에 해당한다.

한편, 나머지 한 항은 어떤 순간의 날개단면에 대한 전체순환량에 의해서 결정되는 양력을 나타낸다. 날개단면의 중앙점 ( $x=0$ )에 작용하는 모우멘트는 다음식으로부터 쉽게 얻을 수 있다.

$$M = \int_{(toil)} (p - p_{\infty}) (r \times n) \cdot dl \quad (20)$$

여기서  $r$ 은 미소요소  $dl$ 까지의 위치벡터를 나타낸다. 따라서 선형화된 모우멘트는

$$\begin{aligned} M &= -\rho \int_{-l/2}^{l/2} \left( \frac{\partial \phi}{\partial t} \right)_+ dx - \rho U \int_{-l/2}^{l/2} (v_x)_+ dx \\ &= -\rho \frac{\partial}{\partial t} \int_{-l/2}^{l/2} \int_{-l/2}^x \gamma(\xi, t) d\xi \times dx \\ &\quad - \rho U \int_{-l/2}^{l/2} \gamma(\xi, t) \times dx \end{aligned} \quad (21)$$

로 주어지게 된다. 단, 시계 반대 방향을 양의 모우멘트로 정의했다. (19), (21)로 주어진 결과는 비정상 유

동에 대해서 확장된 Lagally [14]기법에 의해서도 얻을 수 있다.

3. 수학적 모형과 집중보오텍스분포법에 의한 해

이제 남은 문제는 (9)식으로 주어진 보오텍스 분포에 관한 적분방정식의 해를 적절한 수치해석법에 의하여 구하는 것이다. 본 논문에서는 집중보오텍스분포를 연속적 보오텍스분포에 대치함으로써 수치계산을 가능케 하였으며 첫번째 근사로서, 집중 보오텍스분포를 사용했고 특이점과 제어점은 사분-삼사분점법칙(quarter-three quarter chord rule)에 따라 배열하였다. 이 방법은 경험에 의해서 얻어진 것으로서 Kutta의 조건을 스스로 만족시킬 뿐 아니라 날개의 앞날에서의 특이성 거동에 대한 좋은 근사를 보이고 있는데, 이런 불연속적 분포법에 관한 안정성과 유일성에 대해서는 Albano & Rodden [11] 및 James [12] 그밖의 많은 사람들의 논문에서 언급된 바 있다.

이제 주기가  $2\pi/\omega$ 인 날개 단면의 조화운동을 고찰함에 있어서, 캠버 혹은 일정한 초기영각의 영향등은, 정상유동의 경우로서 쉽게 다룰 수 있으며 또한 비정상 유동의 결과에 증점이 가능하므로 고려하지 않기로 하면 날개 단면상의 임의점에서의 수직 방향속도는

$$v_0(x, t) = v_0(x) e^{i\omega t} \quad (22)$$

의 꼴로 표시할 수 있으며,  $v_0(x)$ 는 복소수이며 첨자 0는  $x$ -축상에 투영된 날개단면에서의 값들을 나타낸다 또한 이후 모든 값은 특별한 말이 없으면 실수부만 취하는 것으로 한다.

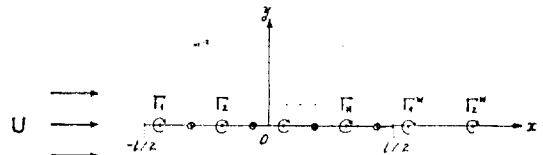


Fig. 2. Discrete Vortices and Control Points Arrangement.

Fig. 2에서 보인 것같이 집중 보오텍스와 제어점들을 배열한 후, 보오텍스의 세기들을 Fourier급수로 나타내면

$$\Gamma_j(t) = \Gamma_0^j + \sum_{n=1}^{\infty} \Gamma_n^j e^{in\omega t} \quad (23)$$

가 성립한다. 여기서는 규칙적인 동요를 하는 날개 단면만을 생각하므로 순환역시 날개단면의 동요와 같은 진동수를 가져야 한다. 따라서 (23)식은

$$\Gamma_j(t) = \Gamma^j \cdot e^{i\omega t} \quad (24)$$

가 되며, 만일 초기영각이 존재하거나 날개단면이 캠버를 가진 경우에는 상수  $\Gamma_0^j$ 가 등호의 오른쪽에 나타

特異點分析方式에 의한 非定常水中翼問題에 對한 解析

나지만 이미 언급한 대로 이것은 쉽게 해결될 수 있다  
 날개단면에 대한 전체순환량은 다음의 식으로 주어  
 지며,

$$\Gamma(t) = \sum_{j=1}^N \Gamma_j(t) = \left[ \sum_{j=1}^N \Gamma_j \right] \cdot e^{i\omega t} \quad (25)$$

또한 (25)를 (16)에 대입하면

$$r\left(\frac{l}{2}, t\right) = \frac{i\omega}{U} \left[ \sum_{j=1}^N \Gamma_j \right] \cdot e^{i\omega t} \quad (26)$$

가 성립하게 된다. 후류의 보오텍스에 의한 날개단면  
 에서의 유기속도를 제한함에 있어서 인접한 집중 보  
 오텍스사이의 간격을 균일하게 잡으면

$$U \cdot \Delta t = \Delta W = \Delta f = \frac{l}{N} \quad (27)$$

의 관계가 주어지게 되며 여기서  $\Delta W$ 는  $\Delta t$ 의 시간동안  
 후류의 집중보오텍스가 균일류를 따라서 이동한 거리  
 를 나타내고  $\Delta f$ 는 날개단면상의 인접한 두 구속보오텍  
 스(bound vortex) 사이의 간격을 표시한다. (26)과  
 (27)로부터 후류의 첫번째 집중보오텍스  $\Gamma_1^w$ 는

$$\Gamma_1^w(t) = r\left(\frac{l}{2}, t\right) \cdot \Delta w = i\omega \Delta t \left[ \sum_{j=1}^N \Gamma_j \right] e^{i\omega t} \quad (28)$$

로 주어지며, 이식은 보오텍스의 불연속적인 분포방식  
 과 논리적으로 일관되게 성립한다. 이제 (14)와 (28)  
 로 부터 후류의 보오텍스들을 쉽게 결정할 수 있다. 즉

$$\Gamma_k^w(t) = \Gamma_1^w(t) \Big|_{t=t_k} = \Gamma^k \cdot e^{i\omega t} \quad (29)$$

이 성립하며 여기서

$$t_k = t - \frac{k-1}{U} \Delta w, \text{ 또는 } t - \frac{(k-1)l}{UN} \text{ 이다.}$$

이제 (9)로 주어진 경계조건을  $n$ 번째 제어점에 대해서  
 다시 쓰면,

$$\begin{aligned} 0 &= \sum_{j=1}^N \frac{1}{2\pi} \frac{\Gamma_j(t)}{(x_n - x_j)} + v_0(x_n, t) \\ &+ \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\Gamma_j(t)}{2\pi(x_n - x_k)} \left\{ -i \frac{\omega \Delta w}{U} e^{-i \frac{\omega(k-1)}{U} \Delta w} \right\} \\ &= \sum_{j=1}^N \frac{1}{2\pi} \frac{\Gamma_j(t)}{(x_n - x_j)} + v_0(x_n, t) \\ &+ \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{2\pi} \frac{\Gamma_k^w(t)}{(x_n - x_k)} \end{aligned} \quad (30)$$

로 나타나며, 이것을 다시 정리하면

$$\begin{aligned} 0 &= \sum_{j=1}^N \frac{1}{2\pi} \frac{\Gamma_j}{(x_n - x_j)} + v_0(x_n) \\ &+ \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\Gamma_j}{2\pi(x_n - x_k)} \left\{ -i \frac{\omega \Delta w}{U} e^{-i \frac{\omega(k-1)}{U} \Delta w} \right\} \\ &= \sum_{j=1}^N \frac{\Gamma_j}{2\pi(x_n - x_j)} + v_0(x_n) + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\Gamma^k}{2\pi(x_n - x_k)} \end{aligned} \quad (31)$$

의 꼴로 쓸 수 있다. 여기서, 비정상 운동에서 가장  
 중요한 지표가 되는 환산진동수  $\sigma$ 를

$$\sigma = \frac{\omega l}{2U} \quad (32)$$

와 같이 정의하면 (27)로부터

$$\begin{aligned} \omega \cdot \Delta t &= \frac{2\sigma}{N} \\ \omega \cdot \frac{(k-1)}{U} \Delta w &= \frac{2(k-1)}{N} \sigma \end{aligned} \quad (33)$$

의 관계를 얻을 수 있다.

한편, 환산진동수  $\sigma$ 는 다음의 식으로 표시할 수도  
 있다.

$$\sigma = \frac{\pi l}{\lambda} \quad (34)$$

여기에서,

이다.

이제 (33)을 이용해서 (31)을 정리하면

$$\begin{aligned} 0 &= \sum_{j=1}^N \left[ \frac{1}{2\pi(x_n - x_j)} - i \frac{2\sigma}{N} \right. \\ &\left. \sum_{k=1}^{\infty} \frac{e^{-i \frac{2(k-1)\sigma}{N}}}{2\pi(x_n - x_k)} \right] \Gamma^j + v_0(x_n) \end{aligned} \quad (35)$$

가 얻어지며, 이것을 실수부와 허수부로 나누어 정리  
 하면

$$\begin{aligned} c(x_n) &= \sum_{j=1}^N \left\{ \left[ \frac{1}{2\pi(x_n - x_j)} - R_c[A] \right] R_c[\Gamma^j] \right. \\ &\left. + I_m[A] \cdot I_m[\Gamma^j] \right\} \end{aligned} \quad (36)$$

$$\begin{aligned} d(x_n) &= \sum_{j=1}^N \left\{ -I_m[A] \cdot R_c[\Gamma^j] \right. \\ &\left. + \left[ \frac{1}{2\pi(x_n - x_j)} - R_c[A] \right] I_m[\Gamma^j] \right\} \end{aligned} \quad (36)$$

의 꼴로 쓸 수 있다. 여기서  $c(x_n) + id(x_n) = -v_0(x_n)$   
 이고,

$$A = i \frac{2\sigma}{N} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{2\pi(x_n - x_k)} \cdot e^{-i \frac{2(k-1)\sigma}{N}}$$

이다.

(36)식은  $\Gamma^j$ 의 실수부와 허수부에 관한  $N$ 개의 연립  
 방정식이므로 간단히 해를 구할 수 있다.

일단, 보오텍스의 분포가 얻어지면, (11), (19), (21)으로부터 양력과 모우멘트를 구할 수 있게된다.

즉  $j$ 번째 요소에 작용하는 양력은

$$L_j = (\Delta p \cdot F_j)_j = -\rho U F_j - \rho \frac{\partial}{\partial t} \left[ \sum_{m=1}^j \Gamma_m \right] \Delta f_j \quad (37)$$

로 주어지며, 여기서  $\Delta P$ 는  $j$ 번째 요소에서의 아래, 윗면의 압력차를 나타내며  $\Delta f_j$ 는 그 요소의 길이로서 균일한 간격을 잡았으므로  $\Delta f$ 와 같다. 또 날개단면과 같은 평면상의 점  $(x_a, 0)$ 에 관한 모우멘트는

$$M_j(t) = \left[ \left( j - \frac{3}{4} \right) \cdot \Delta f_j - \frac{l}{2} - x_a \right] \cdot L_j(t) \quad (38)$$

로 표시되며, 따라서 전체 양력과 앞날에 관한 전모우멘트는 다음과 같이 주어진다.

여기서 양력계수  $C_L$ 과 모우멘트 계수  $C_M$  및 각각의 위상  $\phi_L$ ,  $\phi_M$ 을 다음과 같이 정의하기로 한다.

$$L(t) = \sum_{j=1}^N L_j(t) \quad (39)$$

$$M_L(t) = \sum_{j=1}^N L_j(t) \cdot \left( j - \frac{3}{4} \right) \cdot \Delta f_j \quad (40)$$

$$C_L = \frac{|L|}{\frac{1}{2} \rho U^2 l} \quad (41)$$

$$C_M = \frac{|\bar{M}|}{\frac{1}{2} \rho U^2 l^2} \quad (42)$$

$$\phi_L = \tan^{-1} \frac{Im[-L]}{Re[L]} \quad (43)$$

$$\phi_M = \tan^{-1} \frac{Im[-\bar{M}]}{Re[\bar{M}]} \quad (44)$$

단,  $L, \bar{M}$ 은 복소수로서,  $L = L(t) \cdot e^{-i\omega t}$ ,  $\bar{M} = M(t) \cdot e^{-i\omega t}$ 이며,  $Im$ 은 허수부,  $Re$ 는 실수부를 나타낸다.

상하동요와 종요의 경우에 대한 계산결과와 Theodorsen[1]의 동자사상법에 의한 엄밀해와의 비교는  $W$ 장에도 프로 주어져 있다.

### III. 물고기 추진에 대한 응용

#### 1. 개 요

수중에서 자력에 의하여 추진하는 많은 수중동물, 특히 대부분의 물고기들은 그의 몸통에서 꼬리부분으로 몸을 파동시켜서 추진하는 방식을 취하고 있다. 이러한 추진방식은 여러가지 변형된 방식을 포함해서 상당히 넓은 레이놀드수의 범위에 걸쳐 매우 좋은 효율을 보이고 있다. 낮은 레이놀드 수와 높은 레이놀드 수에서의 추진 방식에 대한 유체동력학적 기본원리는 매우

다르며, 여기서는 상당히 큰 레이놀드 수에 관해서만 논하기로 한다.

이 경우 물체의 주변의 얇은 경계층 바깥은 비회전성유동으로 간주할 수 있고, 관성력이 지배적인 역할을 하며 점성의 영향은 후류에 보오텍스를 발생시키고 또 물체표면에 얇은 층류를 형성해서 마찰저항을 일으키는 것을 제외하곤 그 영향을 무시할 수 있다.

대부분의 물고기의 추진방식은 뱀장어의 추진방식으로 대표되는 뱀모양의 추진방식 (anguilliform mode propulsion)이 있고 다량어, 황새치등 상당히 빠른 속도로 헤엄치는 물고기와 물고래 및 매우 빠른 상어류에서 찾아볼 수 있는 것처럼 상당히 큰 가로-세로비의 꼬리지느러미를 크게 흔들고 몸통의 앞부분은 거의 움직이지 않는 추진방식(carangiform mode propulsion)이 있다. 본 논문에서는 이차원으로 다룰 수 있는 후자의 경우에 대해서만, 앞서 사용했던 특이점의 불연속적 분포방식을 사용해서 다루기로 한다.

Lighthill[6]은 일찌기 수중동물의 추진에 관한 유체동력학적 연구를 수행하였으며 Wu[7, 8], 역시 이 분야에 관해서 계속 연구를 수행하여 최근에는 주변유체의 흐름으로부터 에너지를 추출하는 다익형 에너지추출장치에 관련하여, 날개 단면의 최적 강체운동에 관한 연구[15]를 발표한 바 있다.

이러한 일련의 연구가 우리의 관심을 모으는 이유는 수중동물이 유영중일 때 매우 높은 유체동력학적 효율을 갖는다는 사실 때문이다. 이 효율은 프로펠러에 대한 Froude 효율과 유사하게 정의되며 유체동력학적 효율  $\eta$ 는

$$\eta = UT/\bar{P} \quad (45)$$

로 표시되며, 여기서 평균 전진속도를  $U$ 로, 수중동물이 강체이며 대칭을 유지하면서  $U$  속도로 전진하는 데 필요한 평균추력을  $T$ 로 나타내고  $\bar{P}$ 는 파동운동에 의해 단위시간동안, 주변 유체에 하는 일의 평균치를 나타낸다.

#### 2. 집중보오텍스분포법에 의한 해

우리는 이미 이차원날개가 상하동요 및 종요의 연성운동을 하는 경우에 대한 보오텍스분포를 구했고 또한 날개에 작용하는 양력과 모우멘트도 구한바 있다.

따라서 비정상유동의 경우에 대해서 확장된 Lagally의 법칙을 사용하여 추력을 구하고 또한 파동운동, 혹은 날개 단면의 상하동요와 종요의 인성운동에 필요한 압력을 계산하면 유체동력학적 효율을 구할 수 있다.

추력은 어느순간에 있어서 날개 단면에 분포된 압력

의  $x$ 축방향성분과 날개앞날에서의 앞날흡인력(leading-edge suction)으로 이루어지며 후자는 물고기 추진 방식에서 매우 중요한 역할을 한다.

Lagally의 개념을 비정상 유동에 대해서 확장하여 양력면 문제에 적용하는 방법은 Zucker[14]에 소개되어 있다. Zucker는 Cummins[16]나 Landweber & Yih[17]의 최종식들을 간단한 이차원 날개문제에 직접 적용하면 틀린결과가 얻어지는 것을 보이고, 특히 접계가 물체를 통과해서 분포되는 비정상 양력면 문제에 적용가능한 새로운 기법을 제시하였다. 그러나 Zucker의 이 기법을 본 문제에 그대로 적용하는 것 또한 문제점이 있다. 즉, 그의 최종식의  $x$ -축방향 힘들은 그 방향의 결과력을 나타내는데 부적합한 것으로 보인다.

앞에서 언급한대로 추력  $T$ 는

$$T = \int_{-l/2}^{l/2} (\Delta p) \frac{\partial g}{\partial x} dx - \rho \int_{-l/2}^{l/2} \gamma \cdot v^d dx + \rho \int_{-l/2}^{l/2} \gamma \cdot v^e dx \quad (46)$$

로 구할 수 있으며, 여기서  $\Delta p$ 는 날개단면 위아래의 압력차를,  $g$ 는 캠버를 나타내며,  $v^d$ 는 후류의 보오텍스에 의해 유기된 속도(downwash)를  $v^e$ 는 날개단면의 동요에 의한 유체의 상대속도와 거스트(gust)등을 나타내고 있다. 통상 뒤의 두항을 합쳐서 앞날흡인력이라고 부르는데, 물리적으로는 이항이 날개 앞날부분의 좁은 범위에 나타나는 빠른 유속에 기인하며, (46)식에서 보인 것처럼 Lagally의 기법으로 날개 단면 전체에 걸쳐 적분함으로써 구할 수 있다는 사실은 흥미롭다. 날개운동을 지속하는데 필요한 입력  $P$ 는

$$P = - \int_{-l/2}^{l/2} (Fp) \cdot \frac{\partial g}{\partial t} dx \quad (47)$$

로 표시되고, 따라서 에너지보존법칙으로부터 에너지 손실률  $E$ 는

$$E = P - T \cdot U \quad (48)$$

의 관계로부터 쉽게 구할 수 있다. 이미 언급한 바처럼, 이것은 후류에서의 단위시간당 동적에너지 증가량과 같아야 하며, 본 논문에서도  $N$ 장에 그 값을 구하여 비교한 것을 Table 3에 실었다. 일찌기, Lighthill은 Bessel함수의 성질을 이용해서 이사실을 보인바 있다. [6] 날개단면이 상하동요와 중요한 연성운 등을 하는 경우, 캠버는

$$y = g(x, t) = h_0(x)e^{i\omega t} + \alpha_0 \cdot (x - x_0)e^{i\omega t} \quad (49)$$

로 표시되며 여기서  $h_0(x)e^{i\omega t}$ 는  $x = x_0$ 인 중요축의 상하동요에 의한 수직변위를 나타내고 뒷항은 중요에 의한 수직변위를 나타낸다.

이제 앞서 다룬것과 같은 방법으로 보오텍스의 불연속분포에 의해 수치해를 구하기로 하면,

날개단면의  $j$ 번째 요소에 분포된 압력의  $x$ 축 방향 성분은

$$R_j = (\Delta p \cdot \Delta f)_j \cdot \left( \frac{\partial g}{\partial x} \right)_j = L_j \cdot \alpha_0(x_j, t) = L_j \cdot \alpha_0 \cdot e^{i2\omega t} \quad (50)$$

로 표시될 수 있다.

한편 후류에 의해 유기되는 저항성분은

$$D_j = \rho v_j^d \Gamma_j = \rho \cdot v^{dj} \cdot \Gamma_j \cdot e^{i2\omega t} \quad (51)$$

로 주어지며, 여기서  $v_j^d$ 는 후류에분포된 보오텍스들로부터 날개단면상의  $j$ 번째 집중 보오텍스에 유기되는 속도(downwash)를 나타낸다. 날개단면상의 구속보오텍스들은 서로 강체의 내력과 같이 작용하여, 결과력은 없어지는데 이것은 Munk[18]가 일찌기 보인것처럼 간단히 증명할 수 있다. 즉 구속보오텍스에 의한 힘을  $I \cdot e^{i2\omega t}$ 라 하면,

$$I = \rho \int_{(toil)} \gamma(x) \int_{(toil)} \gamma(\xi) K(x, \xi) d\xi dx = \rho \int_{toil} \int_{toil} \gamma(x) \gamma(\xi) k(x, \xi) d\xi dx = \frac{\rho}{2} \iint \gamma(x) \gamma(\xi) [K(x, \xi) + K(\xi, x)] d\xi dx \quad (52)$$

이 성립하며 커널  $K(x, \xi) = -K(\xi, x)$ 의 관계로부터,  $I=0$  따라서 결과력은 없어진다.

이제 남은  $x$ 축방향 성분은

$$S_j = \rho v_j^e \Gamma_j = \rho v^{ej} \Gamma_j e^{i2\omega t} \quad (53)$$

이며,  $v_j^e$ 는  $j$ 번째 집중보오텍스에 입사하는 외부적인 영향으로 인한 속도의  $y$ 축 방향 성분을 나타낸다.

Lighthill과 Wu는 전체 추력을 압력성분과 앞날흡인력으로 표현하였으며, 이것은 각각 본논문의  $R$ 과  $D+ S$ 에 대응되는 힘이다. 여기서 참고문헌 [14]에 나타난 Zucker의 최종식을 살펴보면  $x$ -축방향의 힘을 제대로 나타내지 못함을 알 수 있으며, 이것은 주목할만한 사실이다.

(50), (51), (53)식을 사용해서 날개단면 전체에 작용하는 각각의 힘들을 구하면

$$R = \sum_{j=1}^N R_j = \left[ \sum_{j=1}^N L_j \cdot \alpha_0^j \right] e^{i2\omega t} \quad (54)$$

$$D = \sum_{j=1}^N D_j = \left[ \sum_{j=1}^N v^{dj} \Gamma_j \right] e^{i2\omega t} \quad (55)$$

$$S = \sum_{j=1}^N S_j = \left[ \sum_{j=1}^N v^{ej} \Gamma_j \right] e^{i2\omega t} \quad (56)$$

이 되므로 전체 추력  $T$ 는

$$T = R + D + S \tag{57}$$

으로 표시될 수 있고 날개의 동요를 지속하는 데 필요한 압력은 날개단면이 그 동요에 기인한 유체의 반작용에 대하여 단위시간당 한일과 같으므로

$$P_j = -L_j \cdot W_j = -L^j \cdot W^j e^{i2\omega t} \tag{58}$$

의 꼴로 구할 수 있으면, 따라서 압력  $P$ 는

$$P = \sum_{j=1}^N P_j = \left[ -\sum_{j=1}^N L^j \cdot W^j \right] e^{i2\omega t} \tag{59}$$

가 된다. 여기서  $W_j$ 는 날개단면의  $j$ 번째 요소의 수직방향속도로서  $W_j = (\partial g / \partial t)_j$ 의 관계가 성립한다.

여기에 에너지 보존법칙을 적용하면,

$$P = T \cdot U + E \tag{60}$$

의 관계식이 성립하게 되며,  $E$ 는 주변 유체의 운동에너지 증가율 혹은 에너지의 손실율을 나타낸다. 다시 말하면 후류보오텍스가 균일류와 함께 운반되어지는 데 사용된 일을 의미하며, 물고기가 유영하는 경우 공간에 고정된 좌표계에서 본다면 꼬리에서 떨어져 나온 보오텍스들이 그자리에 그대로 남아있는 것을 의미한다.

이제까지 가장 단순한 평판의 조화운동의 경우를 다루었으나, 압력이나 양력, 모우먼트등의 일차적 영향(linear effect)은 Fourier합성에 의해서 임의의 비정상 운동에 대해서도 그 결과를 적용할 수 있다. 한편 추력이나 압력 혹은 에너지 손실과 같은 2차항에 의한 영향들도 그들의 시간 평균값들은 여러가지 다른 진동수에 대한 성분들이 서로 인성되지 않음을 보일 수 있다.

만일 두 함수가

$$\begin{aligned} f(x, t) &= Re \left[ \sum_n^n f_n(x) \cdot e^{i\omega_n t} \right] \\ h(x, t) &= Re \left[ \sum_n^n h_n(x) \cdot e^{i\omega_n t} \right] \end{aligned} \tag{61}$$

로 표시된다면  $f \cdot h$ 의 시간평균치는

$$\begin{aligned} \overline{f \cdot h} &= \lim_{\tau \rightarrow \infty} \frac{1}{\tau} \int_0^\tau f(x, t) \cdot h(x, t) dt \\ &= \frac{1}{2} Re [f_n(x) \cdot \check{h}_n(x)] \end{aligned} \tag{62}$$

의 관계가 성립하며, 여기서  $\check{h}_n$ 는 복소함수  $h_n$ 의 공액함수를 나타낸다.

위의 결과를 사용하면 추력, 입력 및 에너지 손실의 시간평균치를 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\bar{R} = \frac{1}{2} Re \left[ \sum_{j=1}^N L^j \cdot \check{\alpha}_\sigma^j \right] \tag{63}$$

$$\bar{D} = \frac{\rho}{2} Re \left[ \sum_{j=1}^N v^{d,j} \cdot \bar{F}^j \right] \tag{64}$$

$$\bar{S} = \frac{\rho}{2} Re \left[ \sum_{j=1}^N v^{\sigma,j} \cdot \bar{F}^j \right] \tag{65}$$

따라서 평균추력은

$$T = \bar{S} + \bar{R} + \bar{D} \tag{66}$$

의 관계로 부터 구할 수 있으며

평균압력은

$$\bar{P} = -\frac{1}{2} Re \left[ \sum_{j=1}^N L^j \cdot W^j \right] \tag{67}$$

으로 구할 수 있다. 위의 식들에서  $\sim$ 는 복소함수의 공액함수를 나타낸다. 또한 평균에너지손실율은

$$E = \bar{P} - U \cdot T \tag{68}$$

의 관계로부터 손쉽게 얻어진다. 한편, 이러한 에너지 손실율은 후류 보오텍스계에 의해서 하류로 전달되는 운동에너지의 증가율과 같아야 한다는 사실로부터 구할 수도 있다. Fig. 3과 같이

$$\gamma(\xi, 0, t) = \check{\gamma}_0 \cdot \text{cos}k(x + U)$$

의 관계가 성립하는 보오텍스분포를 생각하면, 한파장  $\lambda_w$ 내부의 임의의 점  $P(x, y)$ 에 유기되는 속도  $(u, v)$ 는

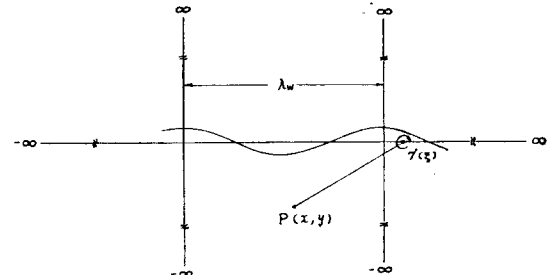


Fig. 3. Control Volume for Investigation of Energy Loss.

$$\begin{aligned} u(x, y) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\xi \frac{\check{\gamma}_0 \text{cos}k\xi}{y^2 + (x-\xi)^2} \cdot y \\ v(x, y) &= -\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\xi \frac{\check{\gamma}_0 \text{cos}k\xi}{y^2 + (x-\xi)^2} (x-\xi) \end{aligned} \tag{69}$$

로 주어진다. 적분을 수행하면 (69)식은

$$\begin{aligned} u(x, y) &= \frac{\check{\gamma}_0 y}{2|y|} \text{cos}kx e^{-1ky} \\ v(x, y) &= -\frac{\check{\gamma}_0}{2} \text{sin}kx e^{-1ky} \end{aligned} \tag{70}$$

의 간단한 꼴로 표시되며 조사체적 내의 운동에너지 K.E.는

$$K. E. = \frac{\rho}{2} \int_{x_1}^{x_2} \int_{-\infty}^{\infty} (u^2 + v^2) dx dy \tag{71}$$

가 되고, 여기에 (70)을 사용해서 정리하면



$$\begin{aligned}
 K.E. &= \frac{\rho}{2} \int_{x_0}^{x_0+\lambda_w} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\bar{T}_0^2}{4} \cdot e^{-2|k_y y|} dy dx \\
 &= \frac{\rho}{8} \bar{T}_0^2 \frac{\lambda_w}{k} = \frac{\rho}{16\pi} \bar{T}_0^2 \lambda_w^2 \quad (72)
 \end{aligned}$$

가 성립한다. 따라서 단위시간당 동적에너지 증가량은

$$E^* = K.E. \cdot \frac{U}{\lambda_w} = \frac{\rho}{8} \cdot \frac{\bar{T}_0^2 \cdot U^2}{\omega} \quad (73)$$

로 구할 수 있고, 이것은 (68)식으로부터 구한 에너지 손실율과 같아야 한다.

여기서, 편의상 유체동력학적 계수들을 다음과 같이 정의하기로 한다.

$$\begin{aligned}
 C_T &= \frac{T}{\frac{1}{2} \rho U^2 l} \\
 C_P &= \frac{\bar{P}}{\frac{1}{2} \rho U^3 l} \\
 C_E &= \frac{E}{\frac{1}{2} \rho U^3 l} \quad (74)
 \end{aligned}$$

따라서 유체 동력학적 효율  $\eta$ 는 정의로부터

$$\eta = \frac{U \cdot \bar{T}}{\bar{P}} = \frac{C_T}{C_P} \quad (75)$$

로 표시되며, (68)식으로부터

$$C_E = C_P - C_T \quad (76)$$

가 성립한다. 식 (73)은 후류보오텍스의 연속적분포에 관한 식이므로 이것을 불연속적 분포에 관한 식으로 바꾸어 주면,

$$E^* = \frac{\rho}{8} \cdot \left( \frac{\bar{F}^w}{\Delta w} \right)^2 \frac{U^2}{\omega} = \frac{\rho}{8} \frac{(N \bar{T}^w)^2}{\omega l^2} \quad (77)$$

이 되며, 이것을 (74)의 마지막 식과 같이 무차원화하고, 정리하면

$$C_*^E = E^* / \frac{1}{2} \rho U^3 l = \frac{1}{4} \frac{N^2 \bar{F}^w}{U \omega l} = \frac{\pi^2 N^2 G^2}{2\sigma} \quad (78)$$

가 성립한다. 여기서

$$G = \frac{\bar{F}^w}{2\pi U l} \text{이고, } N \text{은 날개 단면의 분할 갯수이다}$$

상하동요와 중요에 있어서 여러가지 환상진동수에 대한  $C_E$ 와  $C_E^*$ 의 값들을 Table 3에 실었다.

#### IV. 계산결과 및 고찰

본 논문에서는 선형화된 문제를 다루었으므로, 양력과 모우메트는 편의상 얇은 평판에 대해 상하동요와 중요를 따로 나누어 계산하였다.

앞에서 이미 언급한 것처럼 캠비 혹은 초기의 일정한 영각은 따로 떼어서 정상운동의 문제로 다루어 그 결과를 평판의 비정상문제에 대한 결과에 증첩할 수 있으며 또한 임의의 비정상운동문제는 단순한 조화운

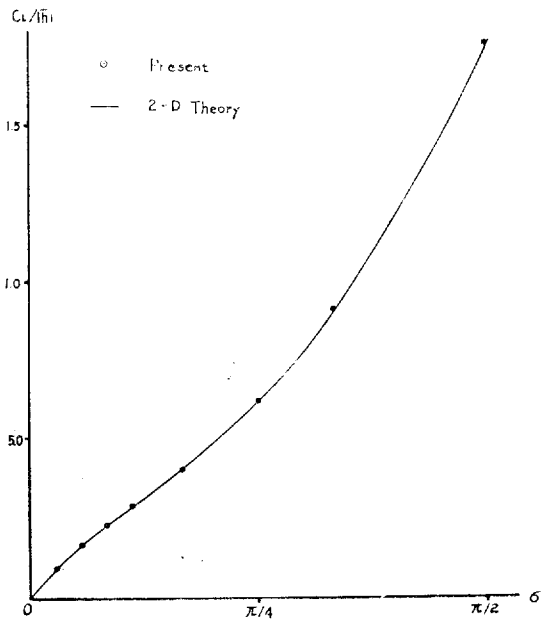


Fig. 4. Life coefficients for Unit Heaving Amplitude ( $|\bar{h}|=L$ ) versus Reduced Frequencies.

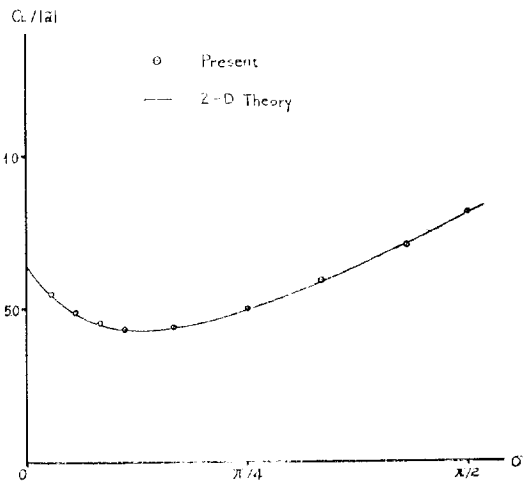


Fig. 5. Lift Coefficients for Unit Pitching Amplitude ( $|\alpha|=1$  rad) versus Reduced Frequencies.

동의 증함으로서 생각할 수 있으므로 본 논문에서는 평판의 단순조화운동의 경우에 대해서 계산을 하였다.

Fig. 4와 Fig. 5에는 단위진폭(상하동요인 경우에는 특성장인 코오드의 길이로 무차원화된 단위길이를 중요인 경우에는 1rad을 나타낸다)에 대한 양력계수물상 하동요와 중요에 대해서 따로 계산하여 도시하였으며,

본 논문의 방법에 의한 수치해석 값이 Theodorsen의 엄밀해와 높은 환산진동수의 범위까지 잘 일치하는 것을 볼 수 있다.

이 값들은 날개단면에 40개의 집중보오텍스를 분포시키고 같은 간격으로 후류에 일정한 갯수의 보오텍스를 분포시켜서 계산된 값으로서, 환산진동수가 증가함에 따라 후류보오텍스의 파장이 짧아지므로 자연히 더 많은 수의 후류보오텍스파가 고려되게 되어서 큰 환산진동수에서도 작은 오차를 나타내는 역할을 한다.

이론적으로는 무한길이의 후류를 고려해야 하지만

수치계산상 적절한 길이에서 잘라야 하며 이 영향은 Fig. 6과 Fig. 7에도 도시하였다.

이후 프로그램을 약간 수정하여 환산진동수에 상관없이 항상 일정한 수의 후류보오텍스파를 분포하여 이를 확인하였다.

Fig. 8에서 Fig. 11까지는 코드에 따른 양력분포를 몇가지 환산진동수에 대해서 도시하였고 Table 1과 Table 2에는 Fig. 4와 Fig. 5에 도시한 값들과 모우멘트계수 및 위상들을 수록하였으며, Theodorsen의 엄밀해와도 비교하였다.

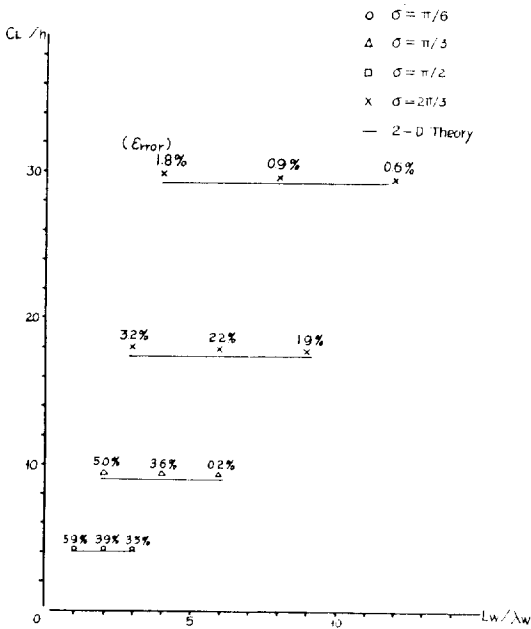


Fig. 6. Effect on Lift Coeff. of Truncation of Shed Wakes in Heave(Dividing Number of foil= 20)

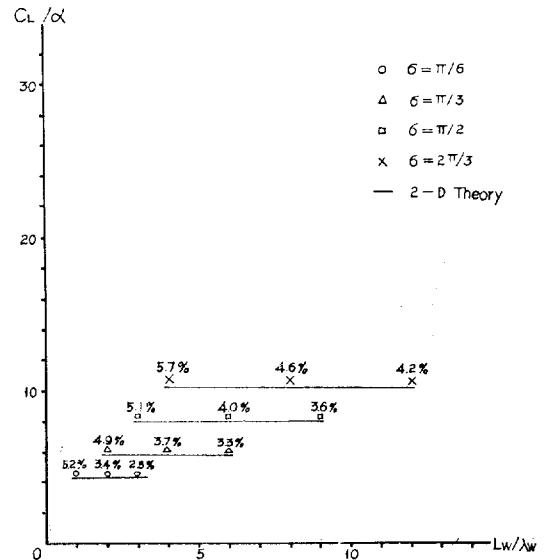


Fig. 7. Effect on Lift Coeff. of Truncation of Shed Wakes in Pitch.

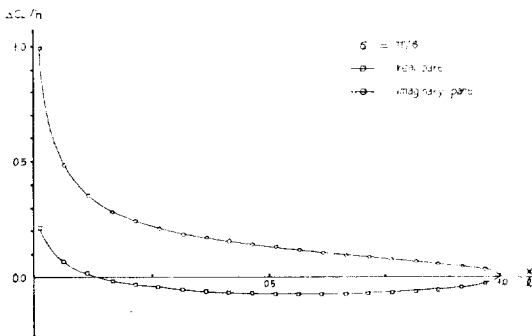


Fig. 8. Typical Load Distribution in Pure Heaving When  $\sigma = \pi/6$ ,

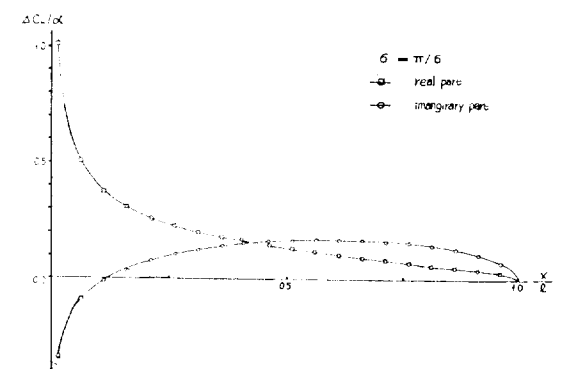


Fig. 9. Typical Load Distribution in Pure Pitching.

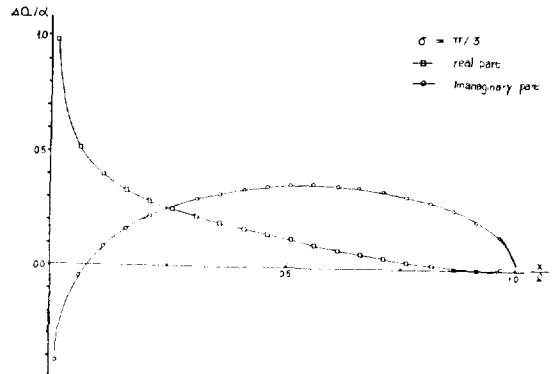
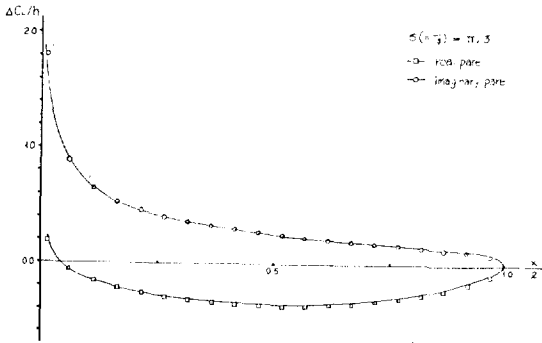


Fig. 10. Typical Load Distribution in Heaving Case.

Fig. 11. Typical Load Distribution in Pitching Case.

Table 1. Lift and Moment Coefficients with Phases in Pure Heaving Case( $N=40$ ,  $N_w=1,440$ )

$\sigma$	$C_L$	$\phi_L$	$C_M$	$\phi_M$	$C_L$	$\phi_L$	$C_M$	$\phi_M$
$\pi/36$	0.9537	8.03	0.2373	5.15				
$\pi/18$	1.6781	7.57	0.5662	1.09	1.6938			
$\pi/12$	2.2907	4.31	0.5817	-6.16	2.2871			
$\pi/9$	2.8057	-0.24	0.7535	-14.53	2.8391			
$\pi/6$	4.0368	-10.63	1.1898		3.9795	-10.9		
$\pi/4$	6.2239	-25.27	2.1748	-46.78	6.1202			
$\pi/3$	9.1647	-36.66	3.5835	-56.39	9.0214	-38.5		
$\pi/2$	17.7004	-51.16	7.6272	-66.12	17.4402	-54.0		
$2\pi/3$					29.3776	-62.5		
$\pi$	62.7109	-67.68	29.0178	-75.12	63.7096			
Remarks	Calculated by Discrete Vortex Method				Calculated using Theodorsen Function			

Table 2. Lift and Moment Coefficients with Phases in Pure Pitching Case(Pitching Axis at the mid-chord) ( $N=40$ ,  $N_w=1,440$ )

$\sigma$	$C_L$	$\phi_L$	$C_M$	$\phi_M$	$C_L$	$\phi_L$	$C_M$	$\phi_M$
$\pi/36$	5.4768		1.3637					
$\pi/18$	4.8735	-87.44	1.2973	79.83	4.8564			
$\pi/12$	4.5196	86.93	1.2202	67.40	4.5128			
$\pi/9$	4.3482	80.30	1.2888	55.68	4.3176			
$\pi/6$	4.3776	61.08	1.5816	38.34	4.3208			
$\pi/4$	4.9666	51.34	2.1860	24.03	4.8903			
$\pi/3$	5.8754	40.80	2.8563	16.32	5.7815			
$\pi/2$	8.0693	28.89	4.2638	7.98	7.9259			
$2\pi/3$	10.6421	22.84	5.7246	3.20	10.2464			
$\pi$	15.9130	11.37	8.7978	-2.69	15.0471			
Remarks	Calculated by Discrete Vortex Method				Calculated using Theodorsen Function			

**Table 3.** Hydrodynamic Coefficients (esp. Energy Loss Coeff  $C_S$  and  $C_E$ ) in Pure Heaving and Pitching Cases ( $N=40$ , with  $6 \cdot \lambda_w$  considered)

	$\sigma$	$C_L$	$C_P$	$C_T$	$\eta$	$C_E$	$C_E^*$
HEAVE	$\pi/36$	0.94388	0.081552	0.072024	0.883162	$9.5285 \times 10^{-3}$	$9.6519 \times 10^{-3}$
	$\pi/18$	1.66720	0.288417	0.230049	0.797626	$5.8368 \times 10^{-2}$	$5.8864 \times 10^{-2}$
	$\pi/12$	2.28098	0.595419	0.437541	0.734845	0.157878	0.158478
	$\pi/9$	2.85363	0.996099	0.685251	0.687935	0.310848	0.310487
	$\pi/6$	4.03681	2.017719	1.29644	0.624134	0.78075	0.77167
	$\pi/3$	9.20325	7.66767	4.10741	0.535679	3.56026	3.39522
	$\pi/2$	17.7130	17.0591	8.47121	0.496581	8.58789	7.86647
PITCH	$\pi/36$	5.42507	0.0234260	-0.289400	-12.353795	0.312826	0.317457
	$\pi/18$	4.84210	0.0573201	-0.423327	-7.385323	0.480647	0.486776
	$\pi/12$	4.50097	0.0918434	-0.489675	-5.331628	0.581518	0.587948
	$\pi/9$	4.33777	0.127272	-0.522833	-4.108007	0.650105	0.656445
	$\pi/6$	4.37765	0.205259	-0.540444	-2.632986	0.745703	0.751901
	$\pi/3$	5.89951	0.539238	-0.435910	-0.808381	0.975148	0.986221
	$\pi/2$	8.12603	1.06020	-0.205371	-0.193709	1.26557	1.28809

**Table 4.** Hydrodynamic Efficiency when Pitching axis at mid-chord

$\theta$	$\sigma$	$\pi/36$	$\pi/18$	$\pi/12$	$\pi/9$	$\pi/6$	$\pi/3$	$\pi/2$	
(Pure Heave)	0.0	0.8911378	0.8101058 0.8029375	0.7416090 0.7379687	0.6933091 0.6885895	0.6306593 0.6241342	0.5809193 0.5677524	0.5547364 0.5347986	0.5292588 0.4960235
	0.1	0.9018034	0.8283273 0.8202791	0.7657084 0.7593879	0.7211899 0.7131180	0.6628550 0.6485553	0.6158798 0.5897195	0.5903845 0.5526205	0.5395703 0.5049816
	0.2	0.9124814	0.8465895 0.8391754	0.7898759 0.7838054	0.7530784 0.7412457	0.6950442 0.6809057	0.6505570 0.6245013	0.6252366 0.5878548	0.6010450 0.5389457
	0.3	0.9231688	0.8648740 0.8580981	0.8140538 0.8082314	0.7770389 0.7693130	0.7269014 0.7129006	0.6841681 0	0.6577923 0.6210143	0.6314202 0.5686421
	0.4	0.9338618	0.8831491 0.8770134	0.8381421 0.8325651	0.8046721 0.7911093	0.7578596 0.7439862	0.7153771 0.6894850	0.6856127 0.6500369	0.6532499 0.5907680
	0.6	0.9552260	0.9163760 0.9145195	0.8850995 0.8800666	0.8070976 0.8498642	0.8116823 0.7981895	0.7587478 0.7337841	0.7086988 0.6796094	0.6510084 0.5944109
	0.7								
	0.8	0.9762869	0.9630384 0.9493583	0.9232820 0.9186538	0.8900710 0.8834024	0.8150805 0.8034792	0.7077296 0.6881491	0.6176217 0.6037330	0.5671664 0.5121287
	0.9	0.9859355	0.9621982 0.9587406	0.9141950 0.9098106	0.8422513 0.8372694	0.6708538 0.6661904	0.5180687 0.5070854	0.4667604 0.4554749	0.4737859

\*Note: In each box, above number denotes exact value, and below one is calculated by D.V.M.

이상의 계산에서는 저항 혹은 추력등의  $x$ 축 방향 힘들은 고려되지 않았으나 본 논문의 III장에서 다른 물고기의 추진 또는 새의 추진, 그밖에 여러가지 곤충의 추진으로 대표되는 날개짓 추진(flapping propulsion)에서는 날개 단면에 작용하는  $x$ 축방향 힘을 계산해야 해야 하며, 본 논문에서는  $D$ 와  $S$ 는 비정상문제에 대해 확장된 Lagally의 기법에 의해 구했고,  $R$ 은 이미

앞에서 Bernoulli의 공식으로부터 구한 압력분포를 이용하여 구하였다. Fig. 12, 13에는 상하동요의 경우에 대한 추력계수와 유체동력학적 효율을 도시하였고, 실선은 Lighthill [6]의 엄밀해를, 점들은 본 논문에서 계산된 값들을 나타낸다. 또한 Fig. 14, 15에는 종요의 경우에 대한 추력계수와 유체동력학적 효율을 도시하였으며 실선은 Wu[7]의 엄밀해를 나타내고, 점들은

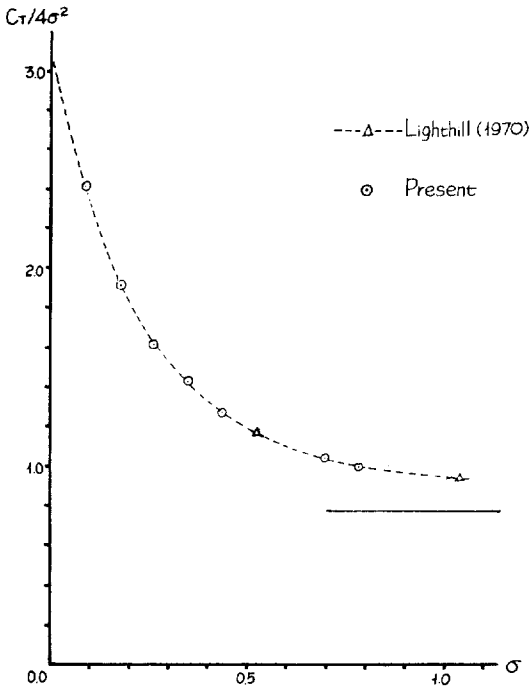


Fig. 12. Thrust Coefficients versus Reduced Frequency in Pure Heaving Case.

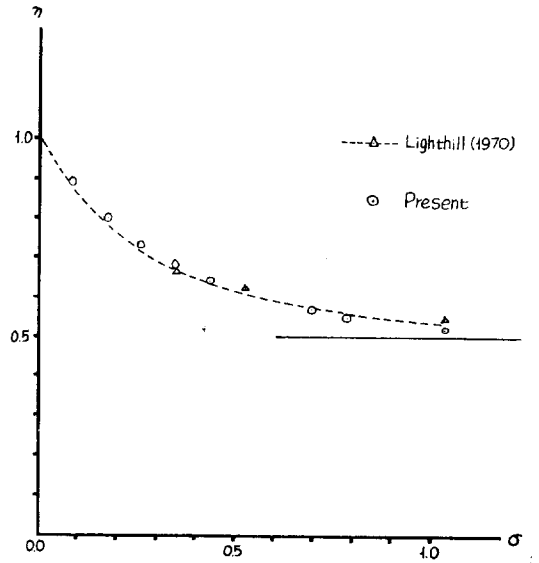


Fig. 13. Hydromechanical Efficiency versus Reduced Frequency in Pure Heaving Case.

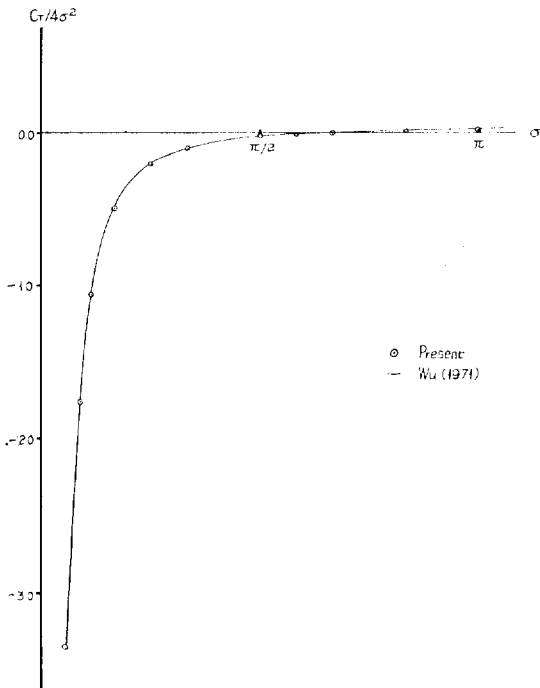


Fig. 14. Thrust Coefficients versus Reduced Frequencies in Pure Pitching Case.

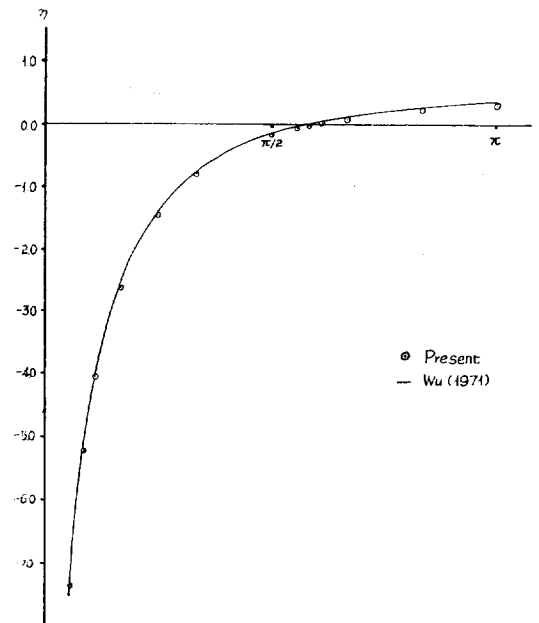


Fig. 15. Hydromechanical Efficiency versus Reduced Frequency in Pure Pitching Case.

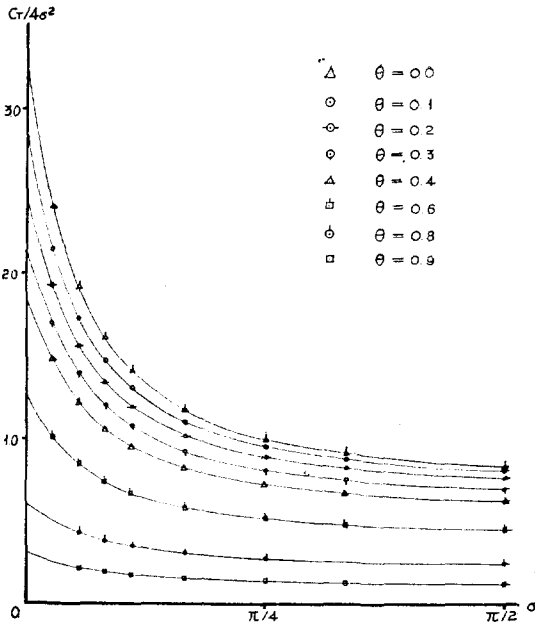


Fig. 16. Thrust Coefficients for Heave-Pitch Coupling Motions with Various Feathering Parameters (When Pitching Axis at the Mid-Chord Point).

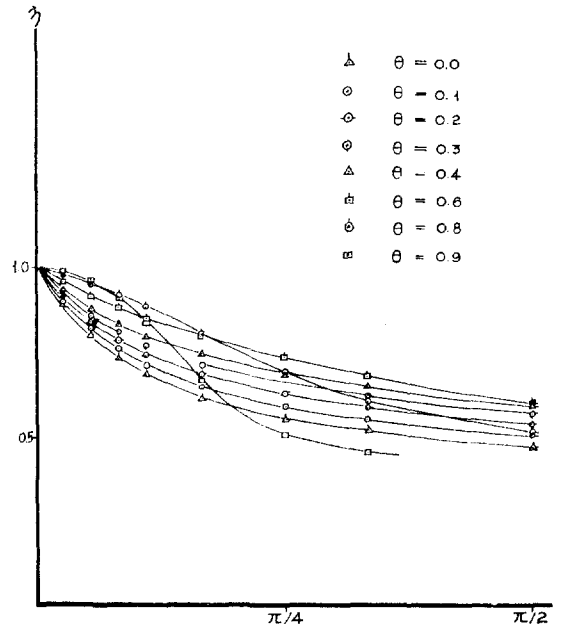


Fig. 17. Hydromechanical Efficiency for Heave-Pitch Coupling Motion with Various Feathering Parameters (When Pitching Axis is at the Mid-Chord Point).

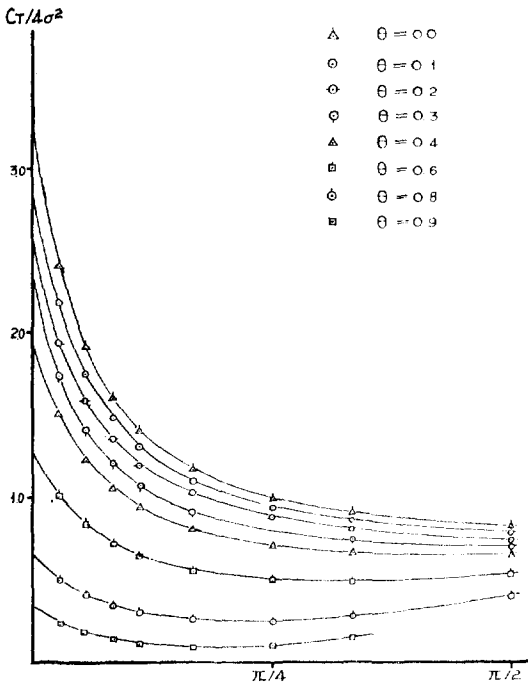


Fig. 18. Thrust Coeff. for Heave-Pitch Coupling Motion when Pitching Axis at the Three-Quarter Point.

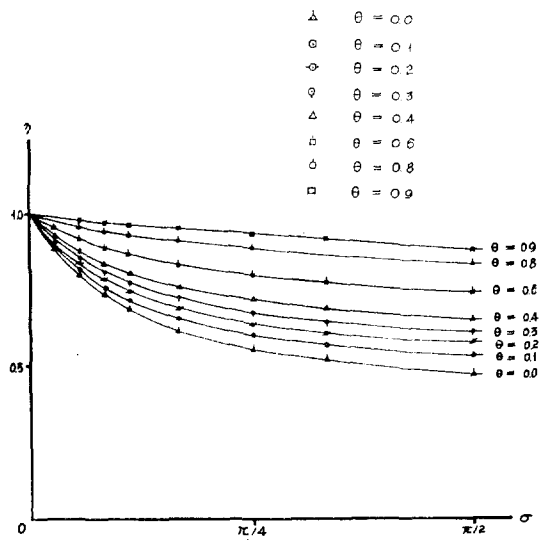


Fig. 19. Hydromechanical Efficiency for Heave-Pitch Coupling Motion When Pitching Axis at the Three-Quarter Point.

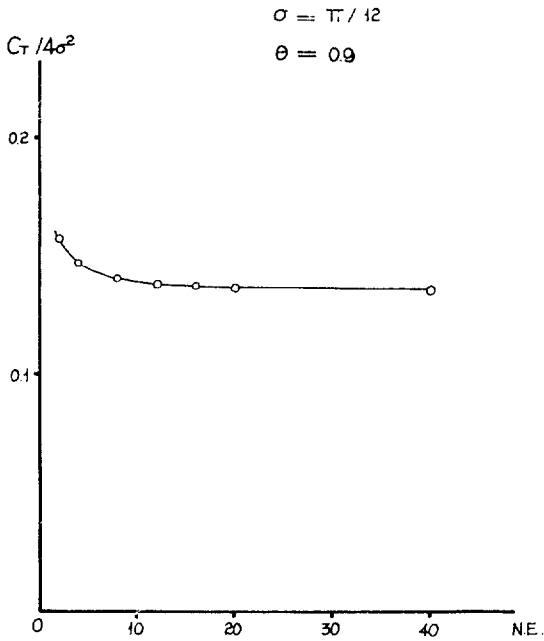


Fig. 20. Convergence Test for Thrust Coeff.

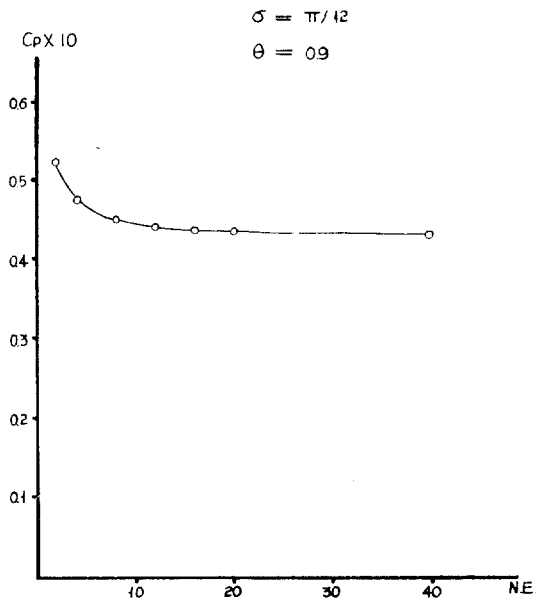


Fig. 21. Convergence Test for Power Coeff.

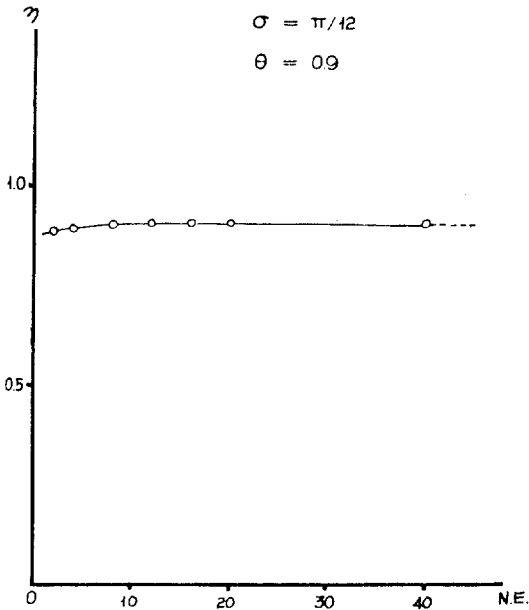


Fig. 22. Convergence Test for Hydromechanical Efficiency.

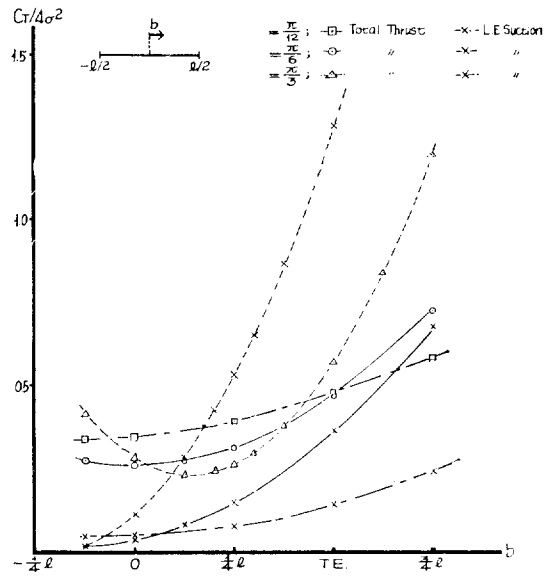


Fig. 23. Effects of the Position of the Pitching Axis on the Thrust Coefficients and the Portion of Leading Edge Suction When  $\theta=0.8$ .

본 논문에서 계산된 값들을 나타낸다. 여기서 볼 수 있는 것처럼 날개단면이 중요만을 하는 경우에는 환산진동수가  $\pi/2$ 를 조금 넘는 높은 범위까지 추력이 발생하지 않고 날개단면은 저항을 받게되어 실제로 의미가

없는 것으로 보인다.

이와는 달리 상하동요만을 하는 경우 ( $\theta=0.0$ )에는 전 환산진동수의 범위에 걸쳐 추력이 발생하며, 이 경우 추력은 모두 앞날 흡인력에 의한 것이다. 상하동요

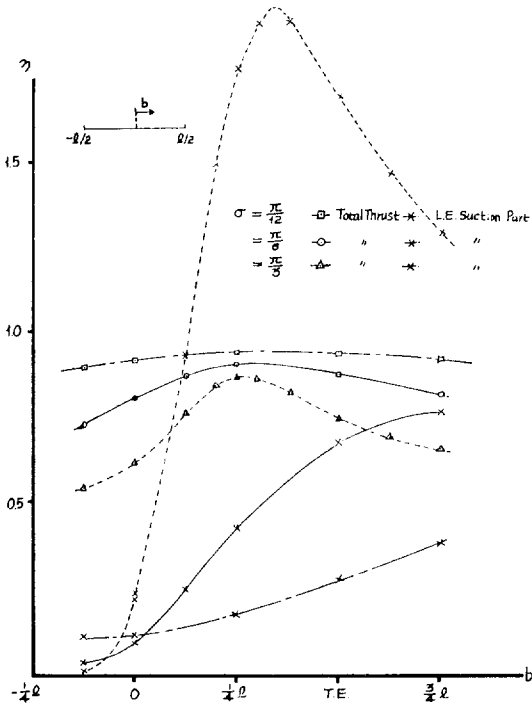


Fig 24. Effects of the Position of Pitching Axis on Efficiencies when  $\theta=0.8$ .

와 중요한 연성운동 ( $\theta > 0.0$ )중에서 중요가  $90^\circ$ 만큼 상하동요를 리이드하는 경우, 페더링지수를 여러가지로 변화시키면서 추력계수와 유체동력학적 효율을 계산하여 Fig. 16, 17, 18, 19에 도시하였는데 이 값들은 Lighthill[6]의 임밀해와 잘 일치하고 있다.

Fig. 16, 17은 종동요의 축이 코오드의 중심에 있는 경우에 대한 값들이며, 종요축이 코오드의 삼사분점에 있는 경우에 대해서는 Fig. 18, 19에 도시하였다.

Fig. 20, 21, 22에는 추력계수와 입력계수 그리고 유체동력학적 효율에 대한 수렴조사가 도시되어 있으며 Table 4에는 여러가지 페더링 지수에 대해 계산된 유체동력적 효율과 Lighthill[6]의 임밀해가 주어지 있다 종동요축의 위치에 의한 효과(이것은 상하동요와 종동요의 위상차를 바꾸는 것과 같은 결과를 나타낸다)를 알아보기 위해서 축의 위치를 여러가지로 바꾸어서 추력계수와 유체동력학적 효율을 계산하여 Fig. 23과 24에 도시하였으며, Fig. 24에는 앞날흡인력에 의한 영향을 같이 도시하였다. 물고기의 추진에 있어서 앞날흡인력은 매우 중요하지만 그 값이 너무 커지면 앞날에 유체입자의 분리현상이 발생하며 결과적으로 추력이 감소하게 되므로 같은 추력에서 가능한한 앞날흡인력에 의한 부분이 작도록 하는 것이 실제로 중요하게

된다.  
이것은 추력 및 효율과 함께 종동요축의 최적 위치 혹은 최적형상 문제에서 고려해야 할 가장 중요한 인자중의 하나이다.

앞의 결과들로부터 페더링 지수가 0.4, 0.6, 0.8과 같이 큰 값을 가지면 유체동력학적 효율은 비교적 높은 값을 유지하며, 이 경우 추력은 종동요축이 코오드의 중심으로부터 뒤쪽으로 멀어질 수록 증가하지만 이것은 Fig. 24에 나타난 것처럼 앞날흡인력이 매우 급격히 증가하게 되는 때문이며, 따라서 앞서 언급한 것처럼 실제로는 앞날에서의 분리현상이 발생하게 되어 추력이 감소하게 되므로 바람직하지 않게 됨을 알 수 있다.

결국, 실제로 가능한 추력을 크게 하면서 효율 또한 높은 상태를 얻으려면 페더링지수를 크게 하지 앞날에서의 분리현상이 일어나지 않는 범위라야 하며 또한 종요축의 위치를 코오드의 중심으로부터 뒷날 사이의 적당한 곳에 두어야 함을 알 수 있다. 또한 상하동요와 종요의 위상을 압력성분이 추력에 도움이 되도록 맞추되 입력을 작게 하도록 하여야 한다. 이와같은 것들을 모두 고려해서 최적운동을 찾아낼 수 있게 된다.

물고기의 꼬리, 지느러미의 각 단면에 이상의 이차원 이론을 적용하면 뒷날부분에 종요축이 위치하도록 하고 따라서 뒷날부는 일직 선상에있는 것이 바람직할 것이다.

그러나 실제로는 꼬리지느러미의 뒷날부가 앞날부에 비해 덜 휘어져 있기는 하지만 역시 약간 휘어져 들어가 있는 것이 보통이며, 이러한 형상문제는 양력면 이론을 사용해서 해석함으로써, 그 장단점을 밝힐 수 있을 것이다.

또한 앞으로는 자제운동(flexible motion)의 영향도 고려해야 하며 거스트의 영향도 함께 고려하여 더욱 연구되어야 할 것이다.

참 고 문 헌

[1] Bisplinghoff, R.L., Ashley, H., and Halfman, R.L.; "Aeroelasticity", 1965, Reading, Mass.: Addison-Wesley  
 [2] Abramowitz, M., and Stegun, I.A., eds.; "Handbook of Mathematical functions", 1964, U.S. Government Printing Office.  
 [3] Newman, J.N.; "Marine Hydrodynamics", 1974 Dept. of Oscean Engineering, Kassachusetts Institute of Technology.



- [4] Durand, W.F., eds.; *Hydrodynamic Theory Vol. II Division ECh. I, II, V* by Kármán V. and Burgers, J.M. Vol. IV Division J. Ch. I, II by Betz, A.
- [5] Lee Chang-Sup; "A Numerical Method for the Solution of the Unsteady Lifting Problem of Rectangular and Elliptic Hydrofoils," Master Thesis in M.I.T. 1977.
- [6] Lighthill, M.J.; "Aquatic Animal Propulsion of High Hydromechanical Efficiency", J.F.M. 1970 vol. 44, part 2 pp. 265-301.
- [7] Wu, T.Y.; "Hydromechanics of Swimming Propulsion. Part 1. Swimming of A Two-dimensional Flexible Plate at Variable Forward Speeds in An Inviscid Fluid", J.F.M. 1971 vol. 46, part 2 pp. 337-355.
- [8] Wu, T.Y.; "Hydromechanics of Swimming Propulsion. Part 2. Some Optimum Shape Problems", J.F.M. 1971 vol. 46, part 3 pp. 521-544.
- [9] Lan, C.E.; "The Unsteady Quasi-vortex-lattice Method with Application to Animal Propulsion", J.F.M. 1979 vol. 93, part 4 pp. 747-765.
- [10] Chopra, M.G. & Kambe, T.; "Hydromechanics of Lunate-Tail Swimming Propulsion", Part 2 J.F.M. 1977 vol. 79, part 1, pp. 49-69.
- [11] Albano, E. & Rodden, W.P.; "A Doublet Lattice Method for Calculating Lift Distributions on Oscillating Surfaces in Subsonic Flows", AIAA Paper No. 63-76, 1968.
- [12] James, R.N.; "On the Remarkable Accuracy of the Vortex Lattice Method", Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering 1 1972, 59-79.
- [13] Lan, E.E.; "A Quasi-Vortex-Lattice Method in Thin Wing Theory", J. Aircraft 1974, vol. 11 No. 9.
- [14] Zucker, RLD.; "Lagally's Theorem and the Lifting Body Problem", J.S.R. 1970.
- [15] Wu, T.Y.; "Extraction of Energy from wind and Odan Current", (1980) ONR Symposium in Tokyo.
- [16] Cummins, W.E.; "The force and Moment on a Body in a Time-Varying Potential Flow", (1957) JSR.
- [17] Landweber, L. & Yih, C.S.; "Forces, moments, and added masses for Rankine bodies", (1956) JFM.
- [18] von Kármán, T. & Burgers, J.M.; "General Aerodynamic Theory of Perfect Fluids", Devis-ion E, vol. II of Aerodynamic Theory Durand Reprinting Committee.