

能動RC濾波器를 위한 有限利得增幅器의 周波數 特性 改善 (Improve of FGA Frequency Characteristics for Active RC Filters)

權甲鉉* , 崔興文**

(Kwon, Kap-Hyeon and Choi, Heung-Moon)

要 約

本 論文에서는 4 個의 演算增幅器와 低抗을 使用하여 非反轉 有限利得增幅器를 構成하고 이를 能動 RC 濾波器에 應用하였다. 演算增幅器 GB積의 영향이 3 次까지 무시될 수 있도록 하여, 3 個의 演算增幅器를 使用한 경우보다 使用周波數範圍를 擴張할 수 있었다. 또한 極點周波數 100kHz인 帶域通過濾波器에 應用한 경우 濾波器의 動作이 安定하고 利得特性은 理論値와 比較하여 그 誤差는 最大 2%以內임을 實驗으로 確認하였다.

Abstract

In this paper an actively compensated finite gain amplifier (FGA) with positive gain using 4 operational amplifiers and resistors is proposed, and an application is considered in an active RC filter. By cancelling the effect of the GB's up to the third-order term of s on the transfer function, the proposed FGA has the extended frequency range over that of the FGA using 3 operational amplifiers.

When this FGA is applied to an active RC filter with pole frequency of 100 kHz, the magnitude error of the frequency characteristics of the filter is less than 2%.

1. 序 論

能動 RC 濾波器等에서 使用되는 有限利得增幅器 (finite gain amplifier; FGA)는 一般적으로, 内部補償된 演算增幅器 (operational amplifier; OA)를 써서 實現된다. 이 경우 演算增幅器의 有限한 利得-帶域幅積 (gain bandwidth product; GB積)은 FGA의 周波數特

성에 影響을 주며, 따라서 이러한 FGA를 使用하여 實現된 發振器와 濾波器 등의 周波數特性에도 影響을 미치게 된다. 이러한 影響을 피하기 爲하여 이들 濾波器和 發振器 等を 數kHz의 낮은 周波數 範圍에서만 使用해 왔다.¹⁻³⁾ 演算 增幅器의 使用周波數 範圍를 확장시키기 爲한 방법으로는 受動補償方法⁴⁻⁷⁾과 能動補償方法⁸⁻¹⁰⁾이 있다. 受動補償方法은 受動素子를 使用하기 때문에 주위 온도와 전원 전압 그리고 연산 증폭기의 GB積 등이 변화하면 설계된 회로의 補償條件이 만족되지 않게 되고, 또한 受動 素子인 콘덴서의 容量이 크기때문에 FGA의 IC化도 곤란하다. 이에 比하여 能動補償方法에서는 演算增幅器를 利用하기 때문

* 正會員, 蔚山工科大学 併設工業專門大學 電子科 (Dept. of Elec. Ulsan Junior College of Tech.)

** 正會員, 慶北大學校 工科大学 電子工學科 (Dept. of Electronics Kyungpook National Univ.)
接受日字: 1982年 1月 7日

에 위와같은 결점이 補完될 수 있고, 특히 IC 제조 기술의 發達로 서로 特性이 잘 整合되고 低價格·低電力인 2雙 또는 4雙의 演算增幅器를 단일 칩의 IC로 求하기가 쉬우므로 이 방법이 많은 관심을 끌고 있다.⁸⁻¹⁰

現在까지 報告된 能動補償 FGA에서는 두 개 혹은 세개의 演算增幅器를 使用하여 周波數에 따른 FGA의 位相 지연과 利得 감퇴를 줄였다. 특히 세개의 演算增幅器를 使用한 경우 演算增幅器 GB積의 1次와 2次的 影響을 無視할 수 있어서 使用 周波數 範圍를 數十KHz 이상 100KHz 정도까지 확장시킬 수 있었다.¹⁰

本 研究에서는 세개의 연산 증폭기와 저항만으로 非反轉 FGA를 構成함으로써 周波數 範圍를 더욱 확장하고, 이를 2次帶域通過濾波器에 應用하여 濾波器的 動作이 安定하고 利得特性이 誤차가 작음을 確認하였다.

II. 네개의 演算增幅器를 使用한 FGA

無補償 非反轉 FGA는 보통 그림 1과 같이 構成된다. 内部補償인 演算增幅器의 모델을 單一極點 볼트오프 特性에 따라 $A(s) = \frac{B}{s}$ 로 가정할 경우 이 回路의 傳達函數는 다음과 같다.

$$G(s) = \frac{1}{\alpha} \frac{1}{1 + \frac{s}{\alpha B}} \tag{1}$$

$\mu_0 \in (s)$

여기서 μ_0 는 FGA의 直流 利得, α 는 $1/\mu_0$ 로서 저항비, B 는 연산 증폭기의 GB積이고, $\in(s)$ 는 誤差函數로서 理想的인 경우 크기는 1이고 位相은 零이다. 그러나 실제로는 $\in(s)$ 가 周波數의 函數로서 그 크기는 $1 - \frac{1}{2}(\frac{\omega}{\alpha\beta})^2$ 이고 位相은 $-(\frac{\omega}{\alpha\beta})$ 이므로 位相 誤차가 周波數에 比例하기 때문에 位相 補償이 必要함을 알 수 있다. 지금까지 두개의 연산 증폭기를 使用하여 이

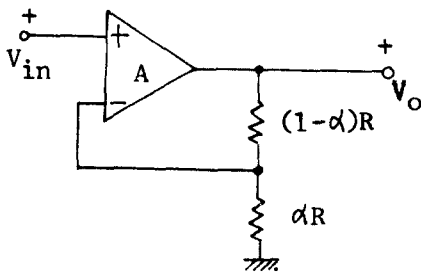


그림 1. 無補償有限利得增幅器
Fig. 1. Uncompensated finite gain amplifier.

相 誤差를 줄인 FGA가 많이 發表되었으나 이 경우의 使用 周波數 範圍는 數十KHz 정도였고 3개의 연산 증폭기를 使用한 FGA도 發表된 바 있으나 使用 周波數 範圍는 100KHz 정도까지 밖에 확장시킬 수 없었다.¹⁰

本 論文에서는 4개의 演算增幅器를 使用하여 非反轉 FGA를 그림 2와 같이 構成하였다. 연산 증폭기의 모델을 전술한 바와 같이 $A_i(s) = \frac{B_i}{s}$ ($i = 1, 2, 3, 4$)로 가정하고 回路의 轉達函數를 求하면 다음과 같다.

$$G(s) = \frac{1}{\alpha} \frac{1 + \frac{s}{\beta B_2} (1 + \frac{a_2 \beta B_2}{a_3 \gamma B_4}) + \frac{s^2}{\beta \gamma B_2 B_3} (1 + \frac{a_1 B_2}{a_3 B_4})}{1 + \frac{s}{\alpha \beta} (1 + \frac{a_2 \alpha B_1}{a_3 \gamma B_4}) + \frac{s^2}{\alpha \beta B_1 B_2} (1 + \frac{a_2 \beta B_2}{a_3 \gamma B_4}) + \frac{a_2 B_3}{a_3 B_4} + \frac{s^3}{\beta \gamma B_2 B_3 B_4} (1 + \frac{a_1}{a_3} + \frac{a_2}{a_3} + \frac{a_4}{a_3}) + \frac{s^3}{\alpha \beta \gamma B_1 B_2 B_3} (1 + \frac{a_1 B_2}{a_3 B_4} + \frac{a_2 B_2}{a_3 B_4}) + \frac{s^4}{\alpha \beta \gamma B_1 B_2 B_3 B_4} (1 + \frac{a_1}{a_3} + \frac{a_2}{a_3} + \frac{a_4}{a_3})} \tag{2}$$

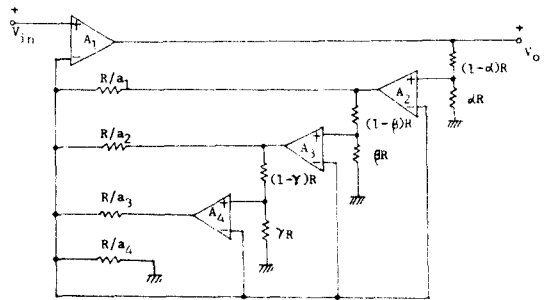


그림 2. 4개의 演算增幅器를 使用한 FGA
Fig. 2. Finite gain amplifier with 4 OA's.

提案된 FGA의 傳達極數가 연산 증폭기 GB積의 1次와 2次的 影響 및 3次的 影響까지도 받지 않도록 함으로써 使用 周波數 範圍를 확장할 수 있다.^{8,10} 따라서 식(2)의 분자와 분모에서 s의 계수가 3次까지 서로 같도록 하면 다음의 條件을 얻을 수 있다. (부록參)

$$\alpha B_1 = \beta B_2 = \gamma B_3 = \frac{B_4 (1 + \frac{a_1 B_2}{a_3 B_4} + \frac{a_2 B_2}{a_3 B_4})}{1 + \frac{a_1}{a_3} + \frac{a_2}{a_3} + \frac{a_4}{a_3}} \tag{3}$$

提案된 FGA에서 위의 條件을 만족시키기 爲한 調整節次는 다음과 같다. 먼저 要求되는 直流利得 μ_0 는 $\mu_0 = \frac{1}{\alpha}$ 로 하고, 실제의 演算增幅器 GB積이 모두 동일하다고 가정하면 β 와 γ 그리고 a_1/a_3 도 주어진 μ_0 에 따라 저항비만을 조정하면 된다. 식(3)의 條件이 만

족되면 식(2)의 傳達函數는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$G(s) = \mu_0 \frac{1 + E_1 x + E_2 x^2 + E_3 x^3}{1 + E_1 x + E_2 x^2 + E_3 x^3 + E_4 x^4} \quad (4)$$

여기서, $E_1 = 1 + \frac{a_2 B_2}{a_1 B_1}$, $E_2 = 1 + \frac{a_2 B_2}{a_1 B_1} + \frac{a_1 B_2}{a_2 B_1}$, $x = \frac{s}{\omega_0}$ 이다. 따라서 FGA의 조정 절차는 다음과 같이 要約될 수 있다.

- (1) $E_1 (\frac{\mu_0 \omega}{B_1}) \ll 1$ 인 주파수에서 α 를 조정하여 μ_0 를 決定한다.
- (2) $E_2 (\frac{\mu_0 \omega}{B_1})^2 \ll 1$ 인 주파수에서 β 를 조정하여 入出力 사이의 位相을 同相이 되게 한다.
- (3) $E_3 (\frac{\mu_0 \omega}{B_1})^3 \ll 1$ 인 주파수에서 γ 를 조정하여 入出力 사이의 位相을 同相이 되게 한다.
- (4) $E_4 (\frac{\mu_0 \omega}{B_1})^4 \ll 1$ 인 주파수에서 a_1/a_2 를 조정하여 入出力 사이의 位相을 同相이 되게 한다.

III. FGA의 주파수 특성 비교

提案된 FGA의 周波數 特性和 연산 증폭기 3개를 使用한 그림 3의 FGA의 주파수 특성을 비교하기 위하여 각각의 이득 오차와 위상 오차를 求하면 表 1과 같다.

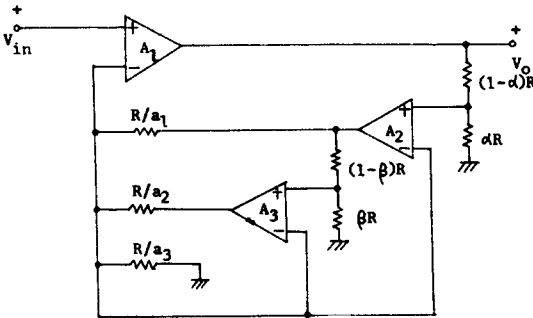


그림 3. 3개의 演算增幅器를 利用한 FGA
Fig. 3. Finite gain amplifier with 3 OA's.

표 1에서 보는 바와 같이 4개의 연산 증폭기를 使用한 FGA의 경우 이득 오차 및 위상 오차가 각각 $\frac{\mu_0 \omega}{B_1} (< 1)$ 의 4次와 5次로서 다른 FGA의 경우보다 작은 값을 갖는다.

한편 FGA를 能動 濾波器 等に 應用할 경우 실제의 增幅器가 理想的 特性을 갖지 못한다에 따른 影響을 줄이기 爲하여는 다음과 같이 定義되는 函數 $F(\omega)$ 가 最小로 되어야 한다.⁽⁸⁾

표 1. FGA의 規準化利得誤差 및 位相誤差

Table 1. The normalized magnitude errors and phase errors of the FGA's.

n	Amp. conf	Mag. error ($\Delta\mu/\mu_0$)	Phase error ($\Delta\phi$)
3	Fig. 3	$E^2 (\frac{\mu_0 \omega}{B_1})^4$	$E (\frac{\mu_0 \omega}{B_1})^3$
4	Fig. 2	$-E_2 (\frac{\mu_0 \omega}{B_1})^4$	$E_1 E_2 (\frac{\mu_0 \omega}{B_1})^5$

n; the number of the OA's

$$F(\omega) = [(\frac{\Delta\mu}{\mu_0})^2 + (\Delta\phi)^2]^{1/2} \quad (5)$$

여기서 $(\Delta\mu/\mu_0)$ 는 利得의 規準化 변화분이고 $(\Delta\phi)$ 는 位相 변화분이다. 또한 $F(\omega)$ 를 주어진 誤差의 限界 $1/\sigma$ (보통 $\sigma \ll 1$)로 制限하기 爲한 最大 周波數 式(5)로부터 求할 수 있다. 실제로 각 FGA에서 $B=1$ MHz, $\mu_0=1.55$, $E=E_2=5$ 로 한 경우에 對하여 $\sigma=100$ (즉 $1/\sigma=1\%$)에 依해 制限되는 最大 動作 周波數를 求하면 表 2와 같다.

표 2. FGA의 最大周波數限界

Table 2. The maximum limiting frequency of the FGA's

n	Amp. conf.	$F(\omega)$	ω_{max}	f_{max} (kHz)
3	Fig. 3	$E (\frac{\mu_0 \omega}{B_1})^3$	$\frac{B_1}{\mu_0 (\sigma E)^{1/3}}$	81.29
4	Fig. 2	$E_2 (\frac{\mu_0 \omega}{B_1})^4$	$\frac{B_1}{\mu_0 (\sigma E_2)^{1/4}}$	136.44

n; the number of the OA's

표 2에서 보는 바와 같이 提案된 回路의 경우가 3개의 연산 증폭기를 使用한 경우 보다 1.7배 정도 周波數 特性이 개선됨을 알 수 있다.

IV. 實驗 結果 및 考察

直流 利得을 $\mu_0=1.55$ 로 하고 각 FGA를 $\mu A 747$ 연산 증폭기를 使用하여 實現하였다. 使用된 연산 증폭기의 GB積은 약 1 MHz 이었고, 직류 공급 전원은 $\pm 15V$ 로 하였다. 抵抗은 모두 100k Ω 可變抵抗器를 使用하였다.

그림 4는 實現될 각 FGA 회로의 利得 및 位相을 나타낸 것이다. 提案된 回路의 경우 회로가 安정한 범 위내에서 주어진 誤差 限界 $1/\sigma (= 1\%)$ 에 의해 制限 되는 최대주파수 범위가 약 200KHz 정도로서 3개의 연산 증폭기를 사용한 경우보다 주파수 특성이 개선되었음을 알 수 있다.

또한 주파수 100KHz에서 FGA의 최대허용 입력 전압을 측정한 결과, 출력의 歪曲을 1%이내로 제한했을 때 提案된 FGA의 경우는 최대 허용 입력 전압이 450mV(rms) 이었고, 이때 이득 오차는 +1%였다. 3개의 연산 증폭기를 사용한 FGA의 경우는 각각 500mV(rms)와 +4%였다.

한편 提案된 FGA를 能動 RC 濾波器에 應用하여 그 特性을 考察하였다. 그림 5는 본 FGA를 이용한 2차 帶域通過濾波器이다. 이 때에 사용된 部品들은 1% 허용 오차의 정밀급 가변저항과 mylar 커패시터를 사

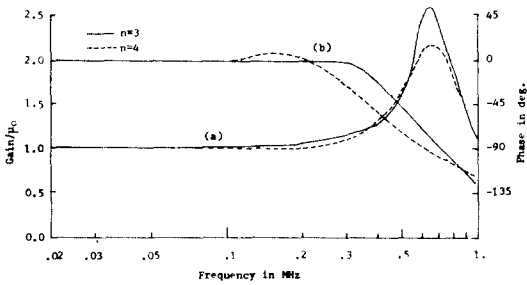


그림 4. FGA의 周波數特性 (a) 利得特性 (b) 位相特性

Fig. 4. Frequency characteristics of the FGA's, where n is the number of OA's.

- (a) Magnitude
- (b) Phase

용하여 $R_1 = 15.9K\Omega$, $R_2 = 6.0K\Omega$, $R_3 = 57.9K\Omega$, $C_1 = C_2 = 100\text{ pF}$ 로 하였고 $f_0 = 100KHz$, $Q = 10$ 으로 하였다. 實驗 結果 濾波器的 주파수 특성은 그림 6과 같았으며 이론치와 비교할 때 이득 오차는 최대 2%이내였다. 이는 FGA 특성 및 部品の 허용오차로 인한 것으로 생각된다.

또한 공급 전압 전압 변동에 따른 영향을 考察하기 爲하여 정격 전압 전압 $\pm 15V$ 의 $\pm 20\%$ 즉 $\pm 12V$ 및 $\pm 18V$ 에서 각각 實驗한 결과, 정격 전압 전압을 인가했을 때와 비교하여 이득의 변화는 최대 5%이내였다.

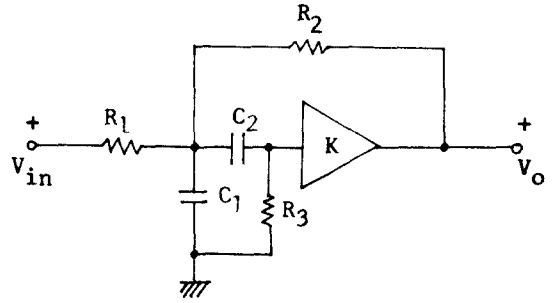


그림 5. Sallen과 Key의 帶域濾波器 Fig. 5. Sallen and Key bandpass filter.

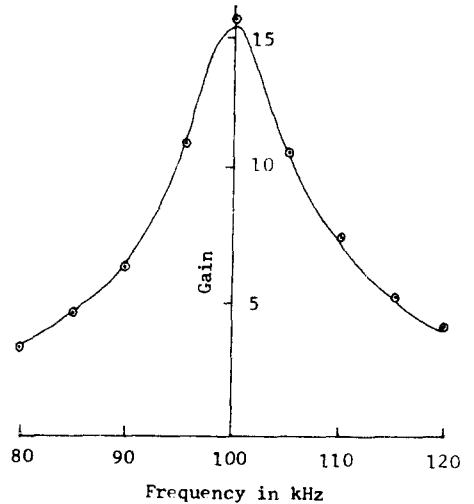


그림 6. 帶域濾波器的 利得特性 Fig. 6. Magnitude characteristics of the bandpass filter.

V. 結 論

本 研究에서는 能動補償方法을 사용하여 4개의 演算增幅器와 抵抗만으로 非反轉 有限利得增幅器를 構成 하고 이를 能動濾波器에 應用하여 그 주파수 특성 개선을 시도하였다. FGA의 경우 연산증폭기 GB 積의 영향을 3차까지 무시할 수 있도록 하여 3개의 연산 증폭기를 사용한 경우보다 사용 주파수 범위를 더욱 확장할 수 있도록 하였다.

실험 결과 提案된 FGA는 利得誤差 1%에서 사용 주파수 범위를 200KHz까지 확장할 수 있었고 이를 대역 통과 여파기에 응용한 결과 각점 주파수 100KHz

의 높은 주파수 범위에서도 여파기는 최대 2% 이내의 이득오차를 갖고 안정하게 동작하였다.

부 록

1. FGA의 이득오차 및 위상오차

본문의 식 (4)에서 FGA의 오차함수 $\epsilon(s)$ 는

$$\epsilon(s) = \frac{1 + E_1 x + E_2 x^2 + E_2 x^3}{1 + E_1 x + E_2 x^2 + E_2 x^3 + E_2 x^4}$$

이 되며 그 크기 $|\epsilon(j\omega)|$ 를 구하면 다음과 같다.

$$\text{즉, } |\epsilon(j\omega)| = \left[\frac{(1 - E_2 y^2)^2 + (E_1 y - E_2 y^3)^2}{(1 - E_2 y^2 + E_2 y^4)^2 + (E_1 y - E_2 y^3)^2} \right]^{1/2}$$

여기서 $y = \mu_0 \omega / \beta_1$ 이다.

윗 식에 二項定理을 적용하고 $(\frac{\mu_0 \omega}{\beta_1})^6 \ll (\frac{\mu_0 \omega}{\beta_1})^4$ 인 관계를 이용하면 다음과 같이 근사화 시킬 수 있다. 즉,

$$|\epsilon(j\omega)| \cong 1 - E_2 y^4 \\ \cong 1 - E_2 \left(\frac{\mu_0 \omega}{\beta_1}\right)^4$$

따라서 이득오차 $\frac{\Delta \mu}{\mu_0}$

$$\frac{\Delta \mu}{\mu_0} = |\epsilon(j\omega)| - 1 \cong -E_2 \left(\frac{\mu_0 \omega}{\beta_1}\right)^4$$

이 된다.

또한 $\epsilon(j\omega)$ 의 위상을 구하면 다음과 같다. 즉,

$$\arg\{\epsilon(j\omega)\} = \tan^{-1} \frac{E_1 y - E_2 y^3}{1 - E_2 y^2} - \tan^{-1} \frac{E_1 y - E_2 y^3}{1 - E_2 y^2 + E_2 y^4}$$

이 식에 역시 二項定理을 적용하고 $(\frac{\mu_0 \omega}{\beta_1})^7 \ll (\frac{\mu_0 \omega}{\beta_1})^5$ 인 관계를 이용하면 $\epsilon(j)$ 의 위상은 다음과 같이 된다.

$$\arg\{\epsilon(j\omega)\} \cong E_1 E_2 y^5 = E_1 E_2 \left(\frac{\mu_0 \omega}{\beta_1}\right)^5$$

따라서 위상오차 $\Delta \phi$ 는,

$$\Delta \phi = E_1 E_2 \left(\frac{\mu_0 \omega}{\beta_1}\right)^5$$

이다.

2. F(ω) 및 ωmax

앞에서 계산한 오차의 값을 본문의 식(5)에 대입하면,

$$F(\omega) = \{ [-E_2 (\frac{\mu_0 \omega}{\beta_1})^4]^2 + [E_1 E_2 (\frac{\mu_0 \omega}{\beta_1})^5]^2 \}^{1/2}$$

이 되고, 여기에 $(\frac{\mu_0 \omega}{\beta_1})^{10} \ll (\frac{\mu_0 \omega}{\beta_1})^8$ 인 관계를 적용하면,

$$F(\omega) \cong E_2 \left(\frac{\mu_0 \omega}{\beta_1}\right)^4$$

이 된다.

$F(\omega)$ 를 $1/\sigma$ 와 같도록 놓고, 이때의 주파수를 ω_{max} 라 하면,

$$E_2 \left(\frac{\mu_0 \omega_{max}}{\beta_1}\right)^4 = \frac{1}{\sigma}$$

이 되어

$$\omega_{max} = \frac{1}{\mu_0 (\sigma E_2)^{1/4}}$$

이 된다.

參 考 文 獻

1. A. Budak and D. M. Petrela, "Frequency limitations of active filters using operational amplifiers," IEEE Trans. Circuit Theory, vol. CT-19, pp. 322-328, July 1972.
2. L. T. Bruton and A. I. A. Salama, "Frequency limitations of coupled-biquadratic active ladder structures," IEEE Trans. J. Solid-State Circuits, vol. SC-9, pp. 70-72, Apr. 1974.
3. L. P. Huelsman and P. E. Allen, Introduction to the Theory and Design of Active Filters. New York: Mc Graw-Hill, 1976, pp. 185-191.
4. G. Wilson, "Compensation of some OA based RC active networks," IEEE Trans. Circuits and Systems, vol. CAS-23, pp. 443-446, July 1976.
5. A. M. Soliman and M. Ismail, "Passive compensation of op-amp VCVS and weighted summer building blocks," IEEE Trans. Circuits and Systems, vol. CAS-26, pp. 898-900, Oct. 1979.
6. P. O. Brackett and A. S. Sedra, "Active compensation for high-frequency effects in op-amp circuits with applications to active RC filters," IEEE Trans. Circuits and Systems, vol. CAS-23, pp. 68-72, Feb. 1976.
7. M. A. Reddy, "OA circuits with variable phase shift and their application to high-Q active RC filters and oscillators," IEEE Trans. Circuits and Systems, vol. CAS-23, pp. 384-389, June 1976.

8. S. Natarajan and B. B. Bhattacharyya, "Design and some applications of extended bandwidth finite gain amplifiers," J. Franklin Inst. vol. 305, no. 6, pp. 321-341, June 1978.
9. A. M. Soliman and M. Ismail, "Active compensation of operational amplifiers," IEEE Trans. Circuits and Systems, vol. CAS-26, pp. 112-117, Feb. 1979.
10. S. Natarajan and B. B. Bhattacharyya, "Design of actively compensated finite gain amplifiers for high-frequency applications," IEEE Trans. Circuits and Systems, vol. CAS-27, pp. 1133-1139, Dec. 1980.
11. R. P. Sallen and E. L. Key, "A practical method of designing RC active filters," IEEE Trans. Circuit Theory, vol. CT-2, pp. 74-85, Mar. 1955.

