等價化法에 의한 經濟給電

論 文
30~12~2

Economic Dispatch Using the Equivalent Representation Method

金 俊 鉉* · 黃 甲 珠**
(Joon-Hyun Kim · Kab-Ju Hwang)

Abstract

A simple scheme using the single equivalent machine representation, equivalent loss representation and direct hydro-MW representation are applied to economic dispatch for practical applications. A simple approach to calculation of incremental transmission losses is proposed from the fast decoupled load flow algorithm.

This program is presently being tested on KECO system.

1. 緖 論

近年 油類價 引上등 시대적인 背景에 따라 에너지의 效果的인 이용이 여러방면에서 硏究되고 있다. 특히 막대한 燃料費로 생산되는 電力의 경우 經濟給電에 의한 發電設備 運用의 효과는 매우 크다고 할 수 있다.[1]

經濟給電은 需要와 發電設備의 狀態를 만족하면서 系統의 총 發電費用을 最少化하는 算法이며, 널리 사용되고 있는 解法인 連續推定法[2], Gauss Siedel法[3], Newton Raphson法[4] 등 反復技法에 의해 協助方程式의 解를 구하였기 때문에 初期 增分費用 λ_0의 설정과 收斂과정이 문제로 되며, 日間發電計劃의 경우는 水火力協助方程式의 解를 구하기 위하여 λ와 增分水 單價 ν에 관해 각각 反復시킴으로써 收斂이 불량하고 計算時間도 많이 걸렸다.[3]

最近 El-Hawary氏등은 發電計劃의 收斂性을 개선하기 위하여 Hybrid Powell法을 제안하였으며,[5] Vojdani氏등은 매 반복시 上·下限 制約 發電機의 偏差量을 계산하여 Kuhn-Tucker條件을 만족하는 制約付最適點을 구하였다.[6]

본 論文은 온—라인 리얼타임 給電週期(통상 1~4秒)에서 送電損失의 變化를 線型으로 假定하고 하나의 Piecewise線型 增分曲線式으로 표현한 다음 解析的인 技法에 의해 λ를 산정함으로써 실제 적용면의 效用性을 높였다. 水火力 發電計劃의 解를 구하기 위해서는 λ를 媒介變數로 하여 考察期間내에서 需給平衡과 水量制約條件을 동시에 만족하는 水力의 出力을 구한 다음 諸量들을 修正해 감으로써 收斂性과 計算速度가 개선된다. 그리고 損失方程式에 널리 쓰이고 있는 B係數는 近似的이고, 系統變更에 따라 많은 係數群을 記憶해 두어야 하는 不便한 점이 있으므로, 본硏究에서는 Fast Decoupled 潮流計算[7]의 不變三角行列 $[B']$를 이용하여 增分損失을 誘導하고 等價적용 시킴으로서 real time 적용시의 效用性을 높였다.

2. 等價化 앨고리즘

經濟給電의 目的函數를 系統의 총 火力發電 燃料費 F_T라 할 때 水力을 等價火力으로 變換한(ν가 주어진) 系統에서 經濟給電式은 다음과 같이 요약 할 수 있다.

$$\text{最少化}: F_T=\sum_{i\in R}F_i(P_i) \tag{2.1}$$

$$\text{制約}: P_D=\sum_{i\in R}P_i-P_L \tag{2.2}$$

$$P_i^{\min}\le P_i\le P_i^{\max},\ i\in R \tag{2.3}$$

윗 식에서 R은 經濟給電 가능한 發電機의 集合을 의미하며 식 (2.2)에서 P_D와 P_L은 각각 系統의 需要와 送電損失이다. 따라서 Lagrange未定係數 λ를 도입한 費用函數와 最適化 條件은

$$\hat{F}=F_T+\lambda(P_D+P_L-\sum_{i\in R}P_i) \tag{2.4}$$

$$(dF_i/dP_i)+\lambda[(\partial P_L/\partial P_i)-1]=0,\ i\in R \tag{2.5}$$

로 표현되고, 식 (2.5)에서 增分 送電損失을 K_i라 할

* 正會員 : 漢陽大 工大 電氣工學科 敎授
** 正會員 : 漢陽大 大學院 電氣工學科
接受日字 : 1981年 9月 4日

때 增分 送電効率 $(1-K_i)$의 逆數인 penalty factor L_i를 사용하면, 식 (2.5)는 간단히 다음과 같은 變形 協助方程式으로 표현된다.

$$\lambda=L_i(dF/dP_i),\ i\in R \tag{2.6}$$

식 (2.6)의 解를 구하기 위하여 發電燃料費 F_i(원)을 發電出力 $P_i(MW)$의 2차식으로 표현하면

$$F_i(P_i)=\alpha_i+\beta_iP_i+\gamma_iP_i^2,\ i\in R \tag{2.7}$$

따라서 增分燃料費는

$$\lambda=L_i(\beta_i+2\gamma_iP_i),\ i\in R \tag{2.8}$$

이 된다. 일반적으로 送電損失 P_L은 發電機 出力의 2차식으로 표현되나 본 論文에서는 P_L을 식 (2.8)에 等價 적용하기 위하여 온-라인 리얼타임 給電週期에서 $\Delta P_L=\boldsymbol{K}^T\Delta\boldsymbol{P}$로 假定하면[6] 損失은

$$P_L=P_{L0}+\Delta P_L=P_{L0}+\boldsymbol{K}^T(\boldsymbol{P}-\boldsymbol{P}_0) \tag{2.9}$$

로서 P_{L0}, $\boldsymbol{K}$와 $\boldsymbol{P}_0$는 각각 마지막 給電狀態에서 損失, 增分損失및 配分出力이다. 따라서 等制約式을

$$\sum_{i\in R}(1-K_i)P_i=P_D+P_{L0}-\boldsymbol{K}^T\boldsymbol{P}_0 \tag{2.10}$$

로 표현할 수 있으며 다음과 같이 整理된다.

$$\beta_i^*\triangleq\beta_i/(1-K_i),\ i\in R \tag{2.11}$$

$$P_i^*\triangleq(1-K_i)\ P_i \tag{2.12}$$

$$P_D^*\triangleq P_D+P_{L0}-\boldsymbol{K}^T\boldsymbol{P}_0,\ i\in R \tag{2.13}$$

따라서 식 (2.8)은 식 (2.3)의 制約을 만족하는

$$\lambda\triangleq\beta_i^*+2\gamma_iP_i^*,\ i\in R \tag{2.14}$$

로 표현된다. 만약 $i\in R$인 發電機를 1機로 等價化했을 때의 費用係數를 α_E, β_E 및 γ_E라 하면

$$F_T(P_D)=\alpha_E+\beta_EP_D+\gamma_EP_D^2 \tag{2.15}$$

$$\lambda\triangleq\beta_E^*+2\gamma_EP_D^* \tag{2.16}$$

식 (2.16)은 식(2.14)를 1機로 等價化한 增分費用이며, 식 (2.3)의 不等制約과 發電機의 狀態를 고려하기 위하여 發電機 狀態別 인덱스集合을 다음과 같이 定義한다.

$$\begin{aligned}
&S_0=\{i\,|\,P_i\to 0\} && \text{停止(OFF)}\\
&S_F=\{i\,|\,P_i\to P_i^{fix}\} && \text{固定(FIX)}\\
&S_L=\{i\,|\,P_i<P_i^{min}\} && \text{下限(MIN)}\\
&S_U=\{i\,|\,P_i>P_i^{max}\} && \text{上限(MAX)}\\
&S_R=\{i\,|\,P_i^{min}\le P_i\le P_i^{max}\} && \text{制御(REG)}
\end{aligned} \tag{2.17}$$

따라서 임의의 需要에 대한 最適 發電出力 인덱스集合 S_{opt}는

$$\begin{aligned}
S_{opt}=\{&i,\ j,\ k,\ l\,|\ P_i\to 0,\ P_j\to P_j^{fix},\\
&P_k\to P_k^{min},\ P_l\to P_l^{max}\}
\end{aligned} \tag{2.18}$$

로 定義된다. 그러므로 식 (2.16)의 增分 費用曲線은 식 (2.17)의 發電機 狀態가 고려된 供給能力 X(MW)의 點 l을 연결하는 Piecewise 線型曲線으로 바꿀 수 있으며, 最適點 λ_{opt}는

$$\lambda_{opt}=\lambda_{l-1}+(\lambda_l-\lambda_{l-1})\{(\sum_{i\in R}P_i-X_{l-1})/(X_l-X_{l-1})\} \tag{2.19}$$

으로 구해진다.

3. 日間 發電計劃 알고리즘

日間發電計劃에 있어서는 임의의 考察期間내에서 水力機의 水量 制約條件까지 만족하는 經濟給電이 되므로 식 (2.1)~(2.3)을 확장하여

$$\text{最少化}:\ J=\int_0^{T_f}F_Tdt \tag{3.1}$$

$$\text{制約}:\ P_D(t)+P_L(t)=\sum_{i\in R^t}P_i(t)+\sum_{j\in R^h}P_j(t) \tag{3.2}$$

$$\int_0^{T_f}Q_j(t)dt=W_j,\ j\in R_h \tag{3.3}$$

$$P_i^{min}\le P_i\le P_i^{max},\ i\in R_t \tag{3.4}$$

$$Q_j^{min}\le Q_j\le Q_j^{max},\ i\in R_h \tag{3.5}$$

制約式 (3.3)을 고려하기 위하여 未定係數 ν를 도입한 目的函數는

$$\begin{aligned}
J=\int_0^{T_f}\{&F_i(t)+\sum_{j\in R_h}\nu_jQ_j(t)+\lambda(t)\{P_D(t)\\
&+P_L(t)-\sum_{i\in R^t}P_i(t)-\sum_{j\in R^h}P_j(t)\}\}dt
\end{aligned} \tag{3.6}$$

最適化 條件은

$$(dF_i/dP_i)+\lambda\{(\partial P_L/\partial P_i)-1\}=0,\ i\in R_t \tag{3.7}$$

$$\nu_j(dQ_j/dP_j)+\lambda\{(\partial P_L/\partial P_j)-1\}=0,\ j\in R_h \tag{3.8}$$

위의 두 식을 결합한 水火力 協助方程式은 식 (3.2)~식 (3.5)의 制約을 만족하는

$$\begin{aligned}
\lambda&=(dF_i/dP_i)+\lambda(\partial P_L/\partial P_i)\\
&=\nu_j(dQ_j/dP_j)+\lambda(\partial P_L/\partial P_j)
\end{aligned} \tag{3.9}$$

로 표현할 수 있는데 增分水量 dQ_j/dP_j는 考察期間중 일정이며 λ는 ν_j에 의해 水力機가 火力機로 변환된 총 發電機의 增分費用이 된다. 이제 水力機의 使用水量 $Q_j(M^3/秒)$를 發電出力 $P_j(MW)$의 2차식으로 표현하면

$$Q_j(P_j)=a_j+b_jP_j+c_jP_j^2,\ i\in R \tag{3.10}$$

따라서 等價 送電損失을 고려한 水火力 協助方程式은

$$\lambda(t)=\beta_i^*+2\gamma_iP_i^*=\nu_j(b_j^*+2c_jP_j^*),\quad i\in R_t,\ j\in R_h \tag{3.11}$$

식 (3.10)과 식 (3.11)으로 부터 使用水量은

$$Q_j(t)=\lambda(t)^2/(4c_j\nu_j^2)-b_j^2/(4c_j)+a_j,\quad j\in R_h \tag{3.12}$$

水力機가 配分가능한 考察期間의 集合을 R_t라 할때 이 기간동안의 총 使用水量은

$$W_j=\sum_{t\in R_t}Q_j(t)=\sum_{t\in R_t}\lambda(t)^2/(4c_j\nu_j^2)-\sum_{t\in R_t}\{b_j^2/(4c_j)-a_j\},\ j\in R_h \tag{3.13}$$

따라서 考察期間중의 平均 增分水 單價 ν_j는 식 (3.

13)으로 부터

$$\nu_j=\sqrt{\sum_{t\in R_t}\lambda(t)^2/(4c_jA_j)},\ j\in R_h \tag{3.14}$$

단, $A_j=W_j+\sum_{t\in R_t}\{b_j^2/(4c_j)-a_j\}$

식 (3.12)와 식 (3.14)로 부터

$$Q_j(t)=A_jD(t)-B_j,\ t\in R_t,\ j\in R_h \tag{3.15}$$

단, $D(t)=\lambda(t)^2/\sum_{t\in R_t}\lambda(t)^2$

$$B_j=b_j^2/(4c_j)-a_j,\ j\in R_h$$

즉, 식 (3.15)의 $Q_j(t)$는 考察期間내에서 需給平衡과 使用水量 制約條件을 고려하면서 $\lambda(t)$의 상대적인 크기에 의해 결정된다. 따라서 需給平衡과 使用水量 制約條件을 비교하여 修正해 가는 종래의 방법과 달리 총 發電費用을 비교하여 修正시키므로서 收斂性과 計算速度가 개선된다. 즉, 初期 λ는 $P_j\to P_j^{\min}$으로 固定하여 火力機만의 λ를 이용하여 ν_j를 구하고, 다음 단계부터는 ν_j에 의해 水力機를 火力機로 변환한 다음 λ를 구하며 F_T를 비교하여 諸量들을 修正토록 하였다. 이 계산과정을 흐름도로 圖示하면 그림 1과 같다.

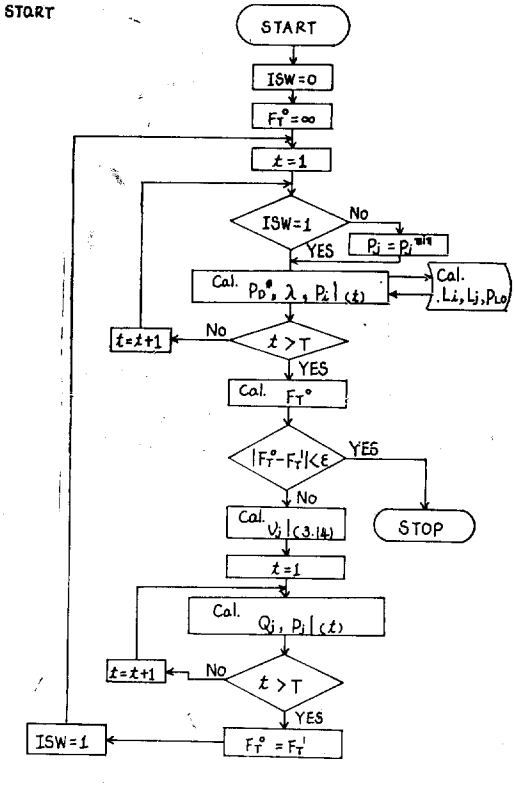

그림 1. 發電計劃 흐름도
Fig. 1. Flow chart for generation schedule

4. 增分損失計算 앨고리즘

損失 方程式에 널리 사용되고 있는 B係數는 계산시 많은 노력이 필요할 뿐만 아니라 近似的이고, 系統變更이나 需要變動에 따른 여러경우의 係數群을 記憶해 두어야 하는 不便한 점이 있다.

이러한 缺點을 보완하기 위하여 Hill氏등은 電壓과 어드미턴스行列로 부터 增分損失을 구하였으며,[8] Happ氏는 Newton-Raphson 潮流計算과정에서 구하게 되는 Jacobian行列을 이용하여 정확한 增分損失을 계산적용하였다.[9] 본 論文에서는 위 두가지 방법의 長點을 살려 Fast Decoupled 潮流計算의 不變 三角行列 $[B']$를 이용하여 增分損失을 구하므로서, 精度는 Newton-Raphson 潮流計算의 경우에 비해 떨어지나 計算時間을 단축시키므로서 real time 적용시의 기여도를 높였다.

送電損失을 有效·無效電力의 函數로 나타낼 때 有效·無效電力 變化에 따른 增分損失은 각각

$$P_L=f(P_1,\ P_2,\cdots,\ P_N,\ Q_1,\ Q_2,\cdots,\ Q_N) \tag{4.1}$$

$$\frac{\partial P_L}{\partial P_i}=\frac{\partial P_L}{\partial V_K}\frac{\partial V_K}{\partial P_i}$$

$$\frac{\partial P_L}{\partial Q_i}=\frac{\partial P_L}{\partial V_K}\frac{\partial V_K}{\partial Q_i},\ i=1,\ 2,\cdots,\ N \tag{4.2}$$

즉 식 (4.2)를 하나의 行列形으로 표현하면

$$\begin{vmatrix}\frac{\partial P_L}{\partial\theta} & \frac{\partial P_L}{\partial V}\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}\frac{\partial P_L}{\partial P} & \frac{\partial P_L}{\partial Q}\end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix}\frac{\partial P}{\partial\theta} & \frac{\partial P}{\partial V}\\ \frac{\partial Q}{\partial\theta} & \frac{\partial Q}{\partial V}\end{vmatrix} \tag{4.3}$$

식 (4.3)의 Jacobian을 轉置하고 아랫부분에 電壓을 곱하면

$$\begin{vmatrix}\frac{\partial P_L}{\partial\theta}\\ \frac{\partial P_L}{\partial V}\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}\frac{\partial P}{\partial\theta} & \frac{\partial Q}{\partial\theta}\\ \frac{\partial P}{\partial V}V & \frac{\partial Q}{\partial V}V\end{vmatrix}\begin{vmatrix}\frac{\partial P_L}{\partial P}\\ \frac{\partial P_L}{\partial Q}\end{vmatrix} \tag{4.4}$$

와 같이되며, 식 (4.4)의 Jacobian은 곧 Newton Raphson潮流計算의 轉置形이며, 經濟給電式에서 관심이 되는 $\partial P_L/\partial P$를 구하기 위하여 Decoupling假定을 도입하면 다음과 같이 된다.

$$\begin{vmatrix}\frac{\partial P_L}{\partial\theta}\frac{1}{V}\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}B'\end{vmatrix}\begin{vmatrix}\frac{\partial P_L}{\partial P}\end{vmatrix} \tag{4.5}$$

단, $B_{ij}'=-1/X_{ij},\ i\neq j$

$$B_{ii}'=\sum_{i\alpha j}1/X_{il}$$

곧 增分損失 $\partial P_L/\partial P$는 식 (4.5)의 左邊을 계산하므로서 三角化 直接法에 의해 쉽게 구해진다.

$$\frac{\partial P_L}{\partial \theta_i}\ \frac{1}{V_i} \triangleq 2\sum_{j\neq i}[V_j \sin(\theta_i-\theta_j)G_{ij}] \quad (4.6)$$

식 (4.5)의 X_{ij}와 식 (4.6)의 G_{ij}는 각각 모선 $i-j$의 리액턴스와 콘덕턴스이다.

5. 適用例

그림 2와 같은 모델系統[10]에서 發電機 特性이 다음과 같이 주어졌다.

$F_1=60+1.70P_1+0.003P_1^2,\ 10\leq P_1\leq 80$

$F_2=120+1.90P_2+0.001P_2^2,\ 10\leq P_2\leq 95$

$F_3=25+2.15P_3+0.008P_3^2,\ 20\leq P_3\leq 60$

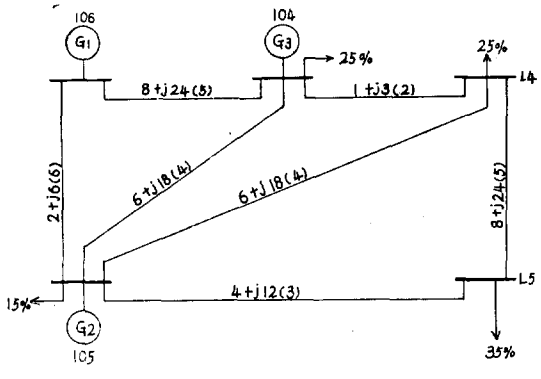

그림 2. 모델系統(100MVA base %, 역률=0.9)
Fig. 2. 5-Bus sample system

需要 100(MW)에서 潮流計算의 결과를 마지막 給電狀態로 하면

$P_0=[45.90,\ 35.00,\ 20.00]$

$K=[0.02617,\ 0.01519,\ 0.00538]$

$L=[1.02688,\ 1.01543,\ 1.00541]$

$P_{L0}=0.92$

이제 $\sum_{i\in R}P_i=100$에서 $\lambda-X$관계를 구한 다음 식 (2.19)에 代入하면

$\lambda_{0Pt}=1.997+(2.174-1.997)[(100-70.72)/(184.41-70.72)]=2.042$

따라서 配分出力과 燃料費는

$P=[48.11,\ 31.89,\ 20.00]$

$F=[148.73,\ 181.61,\ 71.20]$

$F_T=400.54$

가 된다. 표 1은 $\sum P_i=100,\ 150,\ 200$에서 提案한 等價化法에 의한 諸量들을 나타낸다.

다음에 水火力 發電計劃의 適用例를 들기 위하여 火力機 3대 외에 다음의 特性을 갖는 2대의 水力機를 선정한다.

표 1. 等價化法에 의한 配分結果
Table 1. Optimization by proposed method

$\sum P$	P_1	P_2	P_3	P_L	F_T
100	48.11 (1.027)	31.89 (1.040)	20.00 (1.056)	0.92	401.54
150	60.26 (1.015)	69.74 (1.026)	20.00 (1.036)	2.11	501.90
200	80.00 (1.005)	95.00 (1.006)	25.00 (1.008)	3.96	608.47

$Q_4=25+2.15P_4+0.008P_4^2,\ 35.95\leq Q_4\leq 96.70$

$Q_5=25+2.15P_5+0.008P_5^2,\ 47.30\leq Q_5\leq 96.70$

考察期間 T를 24시간으로 하였을 때 使用水量 制約은

$W_4=1300$

$W_5=1500$

이며, 주어진 系統의 需要水準을

$110,\ 1<t<6$

$140,\ 7<t<11$

$200,\ 12<t<14$

$150,\ 15<t<18$

$100,\ 19<t<24$

適用例를 용이하게 하기 위하여 送電損失을 무시하고, 그림 1의 흐름도에 의하여 水力機가 最低水量($ISW=0$)에서 等價化法에 의한 총 燃料費와 增分水單價는

$F_T^0=10447.58$

$\nu_4=0.8479$

$\nu_5=0.8282$

다음에 水力機의 出力을 구하여 固定시킨 다음 火力機의 出力과 총燃料費를 구하여 修正해 가면 3回 反復째

$\nu_4=0.8374$

$\nu_5=0.8180$

$F_T=9759.27$

$F=[3452.62,\ 4597.85,\ 1709.80]$

에서 收斂되어 표 2와 같은 결과를 얻는다.

제안한 算法의 效用性을 검토하기 위하여 우리나라 系統의 주요 發電機 40대를 대상으로 전체 計算時間을 實測한 결과 經濟給電에 약 100(ms)정도가 소요되었으며, 日間 發電計劃(水力 20機, 火力 40機)시는 5회 反復으로 약 5秒가 소요되었다.

본 算法에 의해 送電損失을 고려한 경우와 그렇지 않은 경우의 經濟性을 비교해 본 결과 前者의 경우 F_T가 143,761(천원/시간)으로 後者의 143,701(천원/시간)

표 2. 水火力 發電計劃 결과
Table 2. Generation schedule by proposed method

t	$\sum P$	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	λ
1—6	110	41.10	23.29	20.00	11.08	14.53	1.9499
7—10	140	47.28	41.03	20.00	13.69	17.20	1.9837
11—13	200	59.83	79.49	20.00	18.53	22.15	2.0590
14—18	150	49.34	48.01	20.00	14.56	18.09	1.9960
19—24	100	39.04	17.11	20.00	10.21	13.64	1.9342

보다 60(천원/시간)증가하나, P_L이 45.75(MW)에서 42.50(MW)로 감소되어 약 0.035(%)의 理論的인 燃料費 節減이 기대되었으며 이것을 金額으로 환산할 때 年間 약 5(억원)에 상당한다.

5. 結 論

經濟給電 協助方程式을 풀기 위하여 等價化法을 도입하였으며, 이때 送電損失은 Fast Decoupled 潮流計算으로 부터 增分損失을 유도하여 等價損失로 고려하였다. 본 방법을 水火力 發電計劃에 이용하였으며 이때 λ를 媒介變數로 하여 增分水 單價를 구한 다음 火力燃料費를 비교하여 修正하므로서 收斂性을 개선하였다.

본 앨고리즘은 그 자체가 매우 간단하며 計算速度가 빠르기 때문에 Fast Decoupled 潮流計算과 더불어 리얼타임 安全度 給電의 기본 소프트웨어로 사용할 수 있다. 반면 送電損失을 實用的 見地에서 마지막 給電狀態의 配分出力을 이용하여 等價適用하였기 때문에 이의 近似性을 개선하기 위한 硏究가 요망된다.

最近 電力會社에서는 需要變動이 심한 時間帶에서의 經濟給電 機會損失을 보상코자 先行給電(Advance dispatching)을 試圖하고 있는바 본 앨고리즘이 갖는 單純性과 高速性을 잇점으로 하여 이의 적용이 기대된다.

參 考 文 獻

〔1〕 尹甲求, 黃甲珠; "韓國電力의 自動給電 시스템에 의한 經濟給電 自動發電制御", 大韓電氣學會誌, Vol. 29, No. 4, Apr. 1980.

〔2〕 Leeds & Northrup: "Documents for AGC & ED", Korea Electric Co., 1979.

〔3〕 林柱一, 尹甲求, 金再奇; "Digital computer에 의한 經濟負荷配分의 硏究", 韓國電力(株), Feb. 1972.

〔4〕 M.E. El-Hawary, G.S. Christensen; "Optimal economic operation of electric power systems", Academic Press, New York, 1979.

〔5〕 M.E. El-Hawary, J.K. Landrigan; "An apprication of Powell's hybrid method to optimum operation of fixed-head hydro-thermal electric power systems", Symposium on computer applications in large scale power systems, Vol. 3, IFAC, India, 1979.

〔6〕 A.R. Fahmideh-Vojdani, F.D. Galjana; "Economic dispatch with generation constraints", IEEE AC-25, No. 2, Apr. 1980.

〔7〕 金俊鉉, 黃甲珠; "效果的인 電力潮流計算 프로그래밍에 관한 硏究", 大韓電氣學會誌, Vol. 29, No. 12, Dec. 1980.

〔8〕 E.F. Hill, W.D. Stevenson, Jr.; "An improved method of determining incremental loss factors from power system admittances and voltages", IEEE PAS-87, No. 6, June 1968.

〔9〕 H.H. Happ; "Optimal power dispatch", IEEE PAS-93, No. 3, May/June 1974.

〔10〕 G.W. Stagg, A.H. El-Abiad; "Computer methods in power system analysis", McGraw-Hill, New York, 1968.