

對稱 3 相 2 重籠型誘導電動機의 시뮬레이션

Simulation of Three-Phase Symmetrical Squirrel Cage Induction Motors with Double Rotor Bars

論 文
30~6~2

任 達 鎬* · 李 殷 雄** · 張 錫 明*** · 具 泰 萬****
 (Dae-Ho Im · Eun-Ung Lee · Seok-Myeong Jang · Tae-Man Koo)

Abstract

In most cases, simulation of induction machines under dynamic conditions have been based on two-phase models using constant circuit parameters. Squirrel cage induction machines with double rotor bars which are made for high starting torque have lower rotor bars of sufficient depth they cannot be accurately represented by a constant rotor resistance under all operating condition. In this paper, the circuit of three-phase symmetrical induction machines is represented in two-axis model by tensor. A method for simulating three-phase squirrel cage induction machines in a dynamic conditions is presented, and the current distribution in double rotor bars is calculated under dynamic conditions.

1. 序 論

産業分野에서 誘導機를 使用하는 시스템에서는 誘導機의 運轉中 特性이 重要한 役割을 하므로 誘導機의 起動時 過渡現象解析⁽¹⁾⁻⁽⁴⁾ 및 시뮬레이션⁽⁵⁾⁻⁽¹⁰⁾에 관한 研究結果는 많이 發表되었다. 그런데 大部分의 研究에서 2相誘導機를 모델로 하고 回轉子抵抗은 直流로 測定한 값을 使用하였는데 回轉子슬롯의 깊이가 10mm以上이면 回轉子抵抗은 回轉子の 周波數變化에 따른 漏洩磁束에 의한 表皮效果 등으로 많은 變化가 있고 특히 2重Bar를 갖는 特殊籠型誘導電動機에서는 相當한 差異를 갖게 된다.

이를 補償하기 위하여 表皮效果에 대한 研究發表가 있었으나 이는 一定周波數에서만 適用이 可能했다.⁽¹¹⁾ 즉, 電動機가 起動하거나 制動하는 過渡狀態에서는 周波數變化가 크기 때문에 適用이 곤란하다. 이러한 問題點을 克服하기 위하여 回轉子 Bar에 Transmission

Line Theory를 適用한 研究論文이 發表되었다.⁽¹¹⁾⁻⁽¹³⁾ 이 論文에 의하면 回轉子Bar를 有限個로 區分하고 Lumped Parameter Circuit가 이부분을 나타내게 한다. 充分한 區分이 使用된다면 各部分內에서 흐르는 電流分布는 各各 一定하다고 할수 있다. 따라서 이것은 過渡狀態에서나 定常狀態에서도 妥當性이 있고 運轉中의 시뮬레이션에 使用할 수 있었다.⁽⁶⁾ 2重籠型誘導電動機에도 이의 理論을 그대로 適用하여 여러개의 區分으로 나눌 수 있겠으나, 本論文에서는 2重籠型의 特性을 考慮해서 上層Bar內의 電流分布와 下層Bar內의 電流分布는 各各 均一하다고 보아 2개의 回路만 構成하여 Tensor⁽¹⁴⁾에 의해서 對稱3相2重籠型誘導電動機를 d-g軸으로 解析하여 컴퓨터를 利用, 運轉中의 回轉子 Bar의 電流密度變化와 토크의 變化를 시뮬레이션하고자 한다.

2. 對稱2極3相誘導電動氣의 基本方程式

對稱2極3相誘導電動機의 基本모델은 그림 1과 같다. 誘導機의 解析에서 固定子和 回轉子卷線사이의 相互結合은 磁氣軸 사이의 角變位에 의한 正弦函數로 나타내는 것이 便利하며 그림 1의 基本回路圖에 Kirchhoff

*正會員: 漢陽大 工大 電氣工學科 教授 · 工博
 **正會員: 忠南大 電氣工學科 助教授
 ***正會員: 忠南大 電氣工學科 專任講師
 ****正會員: 忠南大 電氣工學科 工學碩士
 接受日字: 1981年 4月 10日

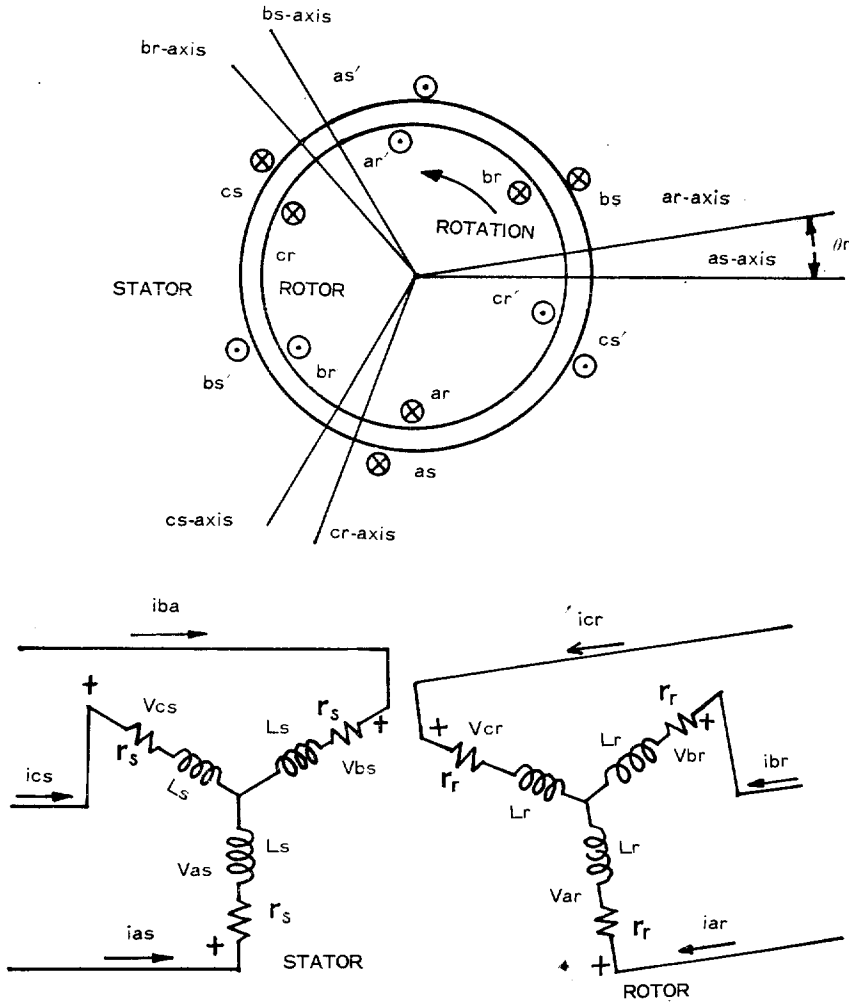


그림 1. 對稱2極3相誘導電動機
Fig. 1. A 2-Pole 3-Phase Symmetrical Induction Motor.

法則을 適用하여 各 相의 電壓方程式을 나타내면 다음과 같다.

回轉子에서는

$$V_{as} = p\lambda_{as} + i_{as}r_s \quad (1)$$

$$V_{bs} = p\lambda_{bs} + i_{bs}r_s \quad (2)$$

$$V_{cs} = p\lambda_{cs} + i_{cs}r_s \quad (3)$$

回轉子에서는

$$V_{ar} = p\lambda_{ar} + i_{ar}r_r \quad (4)$$

$$V_{br} = p\lambda_{br} + i_{br}r_r \quad (5)$$

$$V_{cr} = p\lambda_{cr} + i_{cr}r_r \quad (6)$$

이 된다. 여기서 $\lambda_{as}, \lambda_{bs}, \lambda_{cs}$ 와 $\lambda_{ar}, \lambda_{br}, \lambda_{cr}$ 을 行列로 表示하면 式(7)과 같다.

(7)

λ_{as}	L_s	M_{sr}	M_{sr}	$M_{sr}\cos\theta_r$	$M_{sr}\cos\left(\theta_r + \frac{2}{3}\pi\right)$	$M_{sr}\cos\left(\theta_r - \frac{2}{3}\pi\right)$	i_{as}
λ_{bs}	M_{sr}	L_s	M_{sr}	$M_{sr}\cos\left(\theta_r - \frac{2}{3}\pi\right)$	$M_{sr}\cos\theta_r$	$M_{sr}\cos\left(\theta_r + \frac{2}{3}\pi\right)$	i_{bs}
λ_{cs}	M_{sr}	M_{sr}	L_s	$M_{sr}\cos\left(\theta_r + \frac{2}{3}\pi\right)$	$M_{sr}\cos\left(\theta_r - \frac{2}{3}\pi\right)$	$M_{sr}\cos\theta_r$	i_{cs}
λ_{ar}	$M_{sr}\cos\theta_r$	$M_{sr}\cos\left(\theta_r - \frac{2}{3}\pi\right)$	$M_{sr}\cos\left(\theta_r + \frac{2}{3}\pi\right)$	L_r	M_{rr}	M_{rr}	i_{ar}
λ_{br}	$M_{sr}\cos\left(\theta_r + \frac{2}{3}\pi\right)$	$M_{sr}\cos\theta_r$	$M_{sr}\cos\left(\theta_r - \frac{2}{3}\pi\right)$	M_{rr}	L_r	M_{rr}	i_{br}
λ_{cr}	$M_{sr}\cos\left(\theta_r - \frac{2}{3}\pi\right)$	$M_{sr}\cos\left(\theta_r + \frac{2}{3}\pi\right)$	$M_{sr}\cos\theta_r$	M_{rr}	M_{rr}	L_r	i_{cr}

3. Tensor에 의한 d-q軸 解析

3相機의 特性을 解析하는데 있어서 3相을 그대로 두고 解析할 수도 있으며 d-q軸으로 變換하여 解析할 수

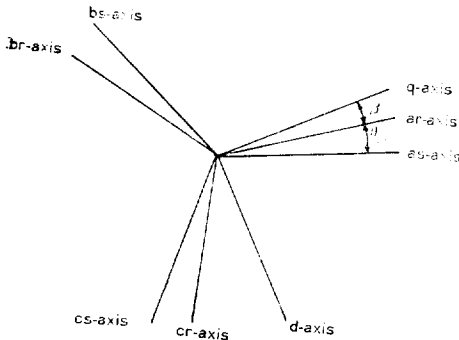


그림 2. 對稱 2極 3相機의 軸과 d-q軸
Fig. 2. Axes of 2-Pole 3-Phase Symmetrical Induction Motor.

도 있는데 運轉中の 特性을 解析하는데는 d-g軸 解析法이 適當하다. 따라서 d-g軸으로 解析하기 위하여 固定子와 ω_r 의 速度로 回轉하는 回轉子로 構成된 3雙의 軸, $a_s-b_s-c_s, a_r-b_r-c_r$ 을 任意의 角速度 ω 로 回轉하는 두개의 直角軸(d-q軸)으로 變換한다. 時間과 角度와의 關係는 任意로 選擇할수 있음으로 時間이 $t=0$ 일때 q軸과 a_r, a_s 軸이 一致하도록 하면 變換이 便利하다.

d-q軸으로 解析하기 위해서는 固定子와 回轉子軸의 角變位 θ_r 에 대한 相互인덕턴스의 正弦波의 變化때문에 時變數가 電壓方程式에 나타나는 것을 適切한 軸變換으로 除去시키고 固定子와 回轉子의 共同基準軸으로 電壓 및 電流를 變換시켜 거의 모든 誘導電動機의 變數를 任意의 速度로 回轉하는 基準軸이나 停止한 基準軸에 맞추어야 하는데 回轉子의 特性을 解析하고자하는 경우 回轉子를 基準軸으로 解析하는 것이 便利하므로 (*) 基準軸을 回轉子로 한다. 方程式의 變換은 變數의 交換을 이룬 물理的 意味의 變化는 없으며 方程式 變換에는 Tensor가 必要하고 3相으로 表示되는 式과 d-q軸으로 表示되는 式과의 關係는 다음과 같다.

固定子에서는

$$\begin{matrix} f_{as} \\ f_{bs} \\ f_{cs} \end{matrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{matrix} \cos\theta & \sin\theta \\ \cos\left(\theta - \frac{2}{3}\pi\right) & \sin\left(\theta - \frac{2}{3}\pi\right) \\ \cos\left(\theta + \frac{2}{3}\pi\right) & \sin\left(\theta + \frac{2}{3}\pi\right) \end{matrix} \begin{matrix} f_{ar} \\ f_{br} \end{matrix} \quad (8)$$

$$\begin{matrix} f_{qs} \\ f_{ds} \\ f_{os} \end{matrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{matrix} \cos\theta & \cos\left(\theta - \frac{2}{3}\pi\right) & \cos\left(\theta + \frac{2}{3}\pi\right) \\ \sin\theta & \sin\left(\theta - \frac{2}{3}\pi\right) & \sin\left(\theta + \frac{2}{3}\pi\right) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{matrix} \begin{matrix} f_{ar} \\ f_{br} \\ g_{cs} \end{matrix} \quad (9)$$

回轉子에서는

$$\begin{bmatrix} f_{ar} \\ f_{br} \\ f_{cr} \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos\beta & \sin\beta \\ \cos(\beta - \frac{2}{3}\pi) & \sin(\beta - \frac{2}{3}\pi) \\ \cos(\beta + \frac{2}{3}\pi) & \sin(\beta + \frac{2}{3}\pi) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_{qr} \\ f_{dr} \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$\begin{bmatrix} f_{qr} \\ f_{dr} \\ f_{or} \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos\beta & \cos(\beta - \frac{2}{3}\pi) & \cos(\beta + \frac{2}{3}\pi) \\ \sin\beta & \sin(\beta - \frac{2}{3}\pi) & \sin(\beta + \frac{2}{3}\pi) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_{ar} \\ f_{br} \\ f_{cr} \end{bmatrix} \quad (11)$$

여기서 $\beta = \theta - \theta_r$ 이다.

式(8)~(11)에서 變數 f 는 電壓, 電流, 혹은 鎖交磁束을 나타낼 수 있다. 任意的 基準軸에 대한 瞬間的인 變位 θ 에 의한 3개의 獨立變數가 存在하므로 f_{os}, f_{or} 이 必要하고 3相平衡條件만 考慮한다면 f_{os} 와 f_{or} 이 0이 되므로 3개의 式으로 表示되는 電壓, 電流 또는 鎖

交磁束方程式은 2개의 直軸과 橫軸式으로 表示할 수 있게된다. 그러므로 3相機의 解析도 2개의 式으로 表示가 可能하다. 本文에서는 回轉子가 基準軸으므로 式(9), (11)에서 $\theta = \theta_r, \beta = 0$ 이 되어 Tensor $[C]$ 는 다음과 같다.

$$[C] = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos\theta_r & \cos(\theta_r - \frac{2}{3}\pi) & \cos(\theta_r + \frac{2}{3}\pi) & 0 & 0 & 0 \\ \sin\theta_r & \sin(\theta_r - \frac{2}{3}\pi) & \sin(\theta_r + \frac{2}{3}\pi) & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\sqrt{\frac{3}{2}} & \sqrt{\frac{3}{2}} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (12)$$

즉, 式(9), (11)은 다음과 같이 表示할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} f_{qs} \\ f_{ds} \\ f_{os} \\ f_{qr} \\ f_{dr} \\ f_{or} \end{bmatrix} = [C] \begin{bmatrix} f_{as} \\ f_{bs} \\ f_{cs} \\ f_{ar} \\ f_{br} \\ f_{cr} \end{bmatrix} \quad (13)$$

3相으로 表示된 式(7)의 鎖交磁束方程式을 d - q 軸으로 變換表示하기 위하여 式(7)을 다시쓰면

$$[\lambda_{abc}] = [L_{abc}][i_{abc}] \quad (14)$$

式(13)을 利用하여 變換하면

$$\begin{aligned} [\lambda_{dq}] &= [C][\lambda_{abc}] \\ &= [C][L_{abc}][C]^{-1}[C][i_{abc}] \\ &= [C][L_{abc}][C]^{-1}[i_{dq}] \\ &= [L_{dq}][i_{dq}] \end{aligned} \quad (15)$$

그러므로

$$[L_{dq}] = \begin{bmatrix} L_{ss} & 0 & 0 & \frac{3}{2}M_{sr} & 0 & 0 \\ 0 & L_{ss} & 0 & 0 & \frac{3}{2}M_{sr} & 0 \\ 0 & 0 & L_{ss} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{3}{2}M_{sr} & 0 & 0 & L_{rr} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3}{2}M_{sr} & 0 & 0 & L_{rr} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & L_{rr} \end{bmatrix} \quad (16)$$

이 된다. 여기서 $L_{ss} = L_s - M_{sm}, L_{rr} = L_r - M_{rm}$ 이다. 은 0이 된다. 따라서 式(15)는 그리고 平衡對稱成分만 考慮하므로 式(13)의 f_{os}, f_{or}

λ_{qs}	L_{1s}	0	$\frac{3}{2}M_{rr}$	0	i_{qs}
λ_{ds}	0	L_{1s}	0	$\frac{3}{2}M_{rr}$	i_{ds}
λ_{qr}	$\frac{3}{2}M_{sr}$	0	L_{rr}	0	i_{qr}
λ_{dr}	0	$\frac{3}{2}M_{sr}$	0	L_{rr}	i_{dr}

(17)

로 表示된다. 式(12), (13)에 의하여
또 電壓方程式을 d - q 軸으로 變換하여 式(1)~(6)과

$[C]$	V_{as}	$p\lambda_{as}$	r_s				i_{as}
	V_{bs}	$p\lambda_{bs}$		r_s			i_{bs}
	V_{cs}	$p\lambda_{cs}$			r_s		i_{cs}
	V_{ar}	$p\lambda_{ar}$				r_r	i_{ar}
	V_{br}	$p\lambda_{br}$				r_r	i_{br}
	V_{cr}	$p\lambda_{cr}$				r_r	i_{cr}

(18)

이 되고 整理하여 다시 쓰면

V_{as}	$p\lambda_{qs}$	$\lambda_{ds}p\theta_r$	r_s			i_{qs}
V_{ds}	$p\lambda_{ds}$	$-\lambda_{qs}p\theta_r$		r_s		i_{ds}
V_{qr}	$p\lambda_{qr}$	0		r_s		i_{qr}
V_{dr}	$p\lambda_{dr}$	0		r_s		i_{dr}

(19)

이 된다.

一般적으로 回轉機에서의 機械定數는 固定子卷線側에 대해 測定되며 또한 모든 回轉子變數의 크기는 固定子卷線側으로 換算하는 것이 便利하다. 本文에서도 回轉子側 變數를 固定子側으로 換算했다.

自己인덕턴스를 漏洩인덕턴스 成分과 磁化인덕턴스 成分으로 나누기 위해 式(17)을 變形하면

$$\lambda_{qs} = L_{1s}i_{qs} + M(i_{qs} + i_{qr}) \quad (20)$$

$$\lambda_{ds} = L_{1s}i_{ds} + M(i_{ds} + i_{dr}) \quad (21)$$

$$\lambda_{qr} = L_{1r}i_{qr} + M(i_{qs} + i_{qr}) \quad (22)$$

$$\lambda_{dr} = L_{1r}i_{dr} + M(i_{ds} + i_{dr}) \quad (23)$$

이 된다.

$$\text{여기서 } L_{1s} = L_{1s} - \frac{3}{2}M_{rr} \quad (24)$$

$$L_{1r} = L_{rr} - \frac{3}{2}M_{rr} \quad (25)$$

$$M = \frac{3}{2}M_{rr} \quad (26)$$

이다.

式(19)~(23)을 利用하여 等價回路를 그리면 그림 3과 같다.

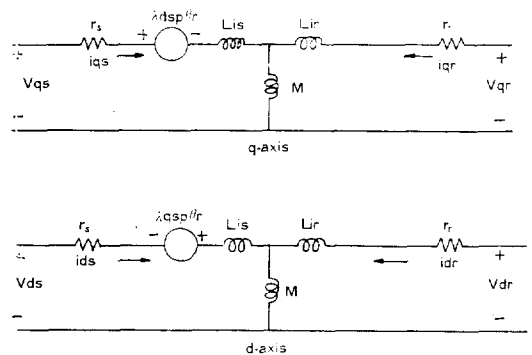


그림 3. 回轉子軸을 基準軸으로 한 對稱機의 d - q 等價回路

Fig. 3. The d and q Equivalent Circuits of Symmetrical Machine; Rotor Reference Frame.

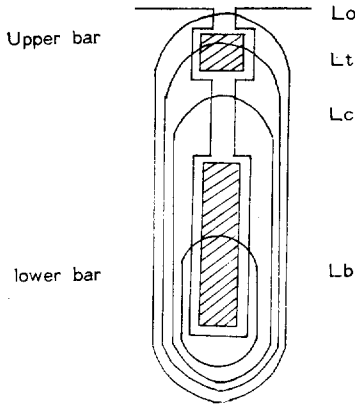


그림 4. 回轉子 Bar의 漏洩磁束
Fig. 4. Rotor Bar and Leakage Flux.

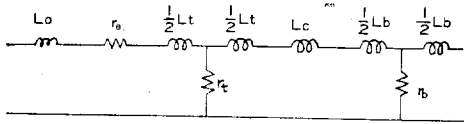


그림 5. 回轉子 Bar의 等價回路
Fig. 5. Equivalent Circuit for Rotor Bar

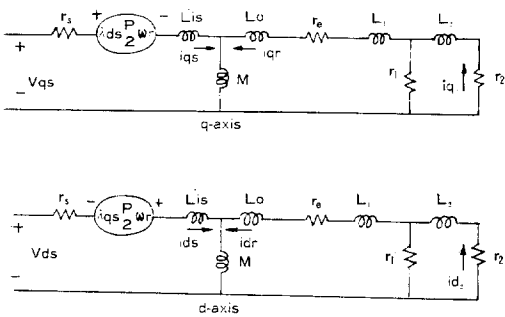


그림 6. 2重籠型電動機의 最終等價回路
Fig. 6. Final Equivalent Circuits for Squirrel Cage Induction Motors with Double Rotor Bars.

回轉子 Bar에서 發生하는 漏洩磁束은 그림 4와같이 이 외와같은 漏洩磁束을 發生케하는 漏洩인덕턴스를 考慮한 回轉子Bar의 等價回路는 그림 5와 같이 그릴 수 있으며 回轉子Bar의 인덕턴스와 抵抗은 다음式에 의해서 얻어진다. ^{(11), (12)}

$$L = \mu_0 \frac{d}{w} l \quad [H]$$

$$r_0 = \rho \frac{l}{s} \quad [\Omega]$$

그리고 $L_1 = \frac{1}{2} L_s$

$$L_2 = \frac{1}{2} L_t + L_c + \frac{1}{2} L_b$$

$$r_1 = r_e$$

$$r_2 = r_b$$

라 두고 그림 3과 그림 5에 의하여 等價回路를 그리면 그림 6과 같다.

誘導電動機의 入力는 다음과 같이 表示할 수 있다.

(入力) = (損失) + (出力) + (磁界에 貯藏되는 에너지의 變化分)

式(19)~(23)으로 부터

$$V_{qs} = L_{1s} \dot{i}_{qs} + M(\dot{i}_{qs} + \dot{i}_{qr}) + \frac{P}{2} \omega_r \{L_{1s} i_{ds} + M(i_{ds} + i_{dr})\} + r_s i_{qs} \quad (27)$$

$$V_{ds} = L_{1s} \dot{i}_{ds} + M(\dot{i}_{ds} + \dot{i}_{dr}) - \frac{P}{2} \omega_r \{L_{1s} i_{qs} + M(i_{qs} + i_{qr})\} + r_s i_{ds} \quad (28)$$

$$V_{qr} = L_{1r} \dot{i}_{qr} + M(\dot{i}_{qs} + \dot{i}_{qr}) + r_r i_{qr} \quad (29)$$

$$V_{dr} = L_{1r} \dot{i}_{dr} + M(\dot{i}_{ds} + \dot{i}_{dr}) + r_r i_{dr} \quad (30)$$

이 되고 그림 3에서 入力電力은 다음과 같이 表示될 수 있다.

$$\begin{aligned} \text{(入力)} &= V_{qs} i_{qs} + V_{ds} i_{ds} + V_{qr} i_{qr} + V_{dr} i_{dr} \\ &= A + B + C + D \end{aligned}$$

$$A = r_s (i_{qs}^2 + i_{ds}^2) + r_r (i_{qr}^2 + i_{dr}^2)$$

$$B = L_{1s} (\dot{i}_{qs} i_{qs} + \dot{i}_{ds} i_{ds}) + L_{1r} (\dot{i}_{qr} i_{qr} + \dot{i}_{dr} i_{dr})$$

$$C = M \{ (\dot{i}_{qs} + \dot{i}_{qr}) (\dot{i}_{qs} + \dot{i}_{qr}) + (\dot{i}_{ds} + \dot{i}_{dr}) (\dot{i}_{ds} + \dot{i}_{dr}) \}$$

$$D = \frac{P}{2} \omega_r M (i_{qs} i_{dr} - i_{ds} i_{qr})$$

여기서 A는 卷線의 抵抗損, B는 漏洩磁束에 의한 Energy: 變化分, C는 相互 Inductance에 의해 貯藏되는 에너지의 變化分, D는 出力으로 解析된다.

따라서 토오크式은 出力에서 回轉速度 ω_r 을 除하면 되므로

$$T_s = \frac{P}{2} M (i_{qs} i_{dr} - i_{ds} i_{qr}) \quad (31)$$

이 된다.

4. 컴퓨터 시뮬레이션

그림 6에서 鎖交磁束은 式(32)와 같이 定義할 수 있다.

$$\left. \begin{aligned} \lambda_{ds} &= L_{1s} i_{ds} + M(i_{ds} + i_{dr}) \\ \lambda_{qs} &= L_{1s} i_{qs} + M(i_{qs} + i_{qr}) \\ \lambda_{dr} &= (L_0 + L_1) i_{dr} + M(i_{ds} + i_{dr}) \\ \lambda_{qr} &= (L_0 + L_1) i_{qr} + M(i_{qs} + i_{qr}) \\ \lambda_{d2} &= L_2 i_{d2} \\ \lambda_{q2} &= L_2 i_{q2} \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

또 그림 6에서 Kirchhoff의 電壓法則을 適用하여 方程式을 세우면

$$\left. \begin{aligned} V_{d_s} &= i_{d_s} r_s + p \lambda_{d_s} - (P/2) \lambda_{q_s} \omega_r \\ V_{q_s} &= i_{q_s} r_s + p \lambda_{q_s} + (P/2) \lambda_{d_s} \omega_r \\ 0 &= i_{d_r} (r_s + r_1) - i_{d_s} r_1 + p \lambda_{d_r} \\ 0 &= i_{q_r} (r_s + r_1) - i_{q_s} r_1 + p \lambda_{q_r} \\ 0 &= -i_{d_r} r_1 + i_{d_2} (r_1 + r_2) + p \lambda_{d_2} \\ 0 &= -i_{q_r} r_1 + i_{q_2} (r_1 + r_2) + p \lambda_{q_2} \end{aligned} \right\} \quad (33)$$

이 되고

$$\left. \begin{aligned} \lambda_{d_m} &= M(i_{d_s} + i_{d_r}) \\ \lambda_{q_m} &= M(i_{q_s} + i_{q_r}) \\ L_{10} &= L_1 + L_0 \end{aligned} \right\} \quad (34)$$

로 되고 式(32)를 電流에 대하여 풀면

$$\left. \begin{aligned} i_{d_s} &= (1/L_{1s})(\lambda_{d_m} - \lambda_{d_s}) \\ i_{q_s} &= (1/L_{1s})(\lambda_{q_m} - \lambda_{q_s}) \\ i_{d_r} &= (1/L_{10})(\lambda_{d_m} - \lambda_{d_r}) \\ i_{q_r} &= (1/L_{10})(\lambda_{q_m} - \lambda_{q_r}) \\ i_{d_2} &= (1/L_2) \lambda_{d_2} \\ i_{q_2} &= (1/L_2) \lambda_{q_2} \end{aligned} \right\} \quad (35)$$

와 같이 되고 式(35)를 式(33)에 代入하여 整理하면

$$\left. \begin{aligned} p \lambda_{d_s} &= V_{d_s} + (r_s/L_{1s})(\lambda_{d_m} - \lambda_{d_s}) + (P/2) \lambda_{q_s} \omega_r \\ p \lambda_{q_s} &= V_{q_s} + (r_s/L_{1s})(\lambda_{q_m} - \lambda_{q_s}) - (P/2) \lambda_{d_s} \omega_r \\ p \lambda_{d_r} &= ((r_s + r_1)/L_{10})(\lambda_{d_m} - \lambda_{d_r}) + (r_1/L_2) \lambda_{d_2} \\ p \lambda_{q_r} &= ((r_s + r_1)/L_{10})(\lambda_{q_m} - \lambda_{q_r}) + (r_1/L_2) \lambda_{q_2} \\ p \lambda_{d_2} &= -(r_1 + r_2)/L_2 \lambda_{d_2} - (r_1/L_{10})(\lambda_{d_m} - \lambda_{d_r}) \\ p \lambda_{q_2} &= -(r_1 + r_2)/L_2 \lambda_{q_2} - (r_1/L_{10})(\lambda_{q_m} - \lambda_{q_r}) \end{aligned} \right\} \quad (36)$$

이 된다.

式(31)의 토오크도 式(34)에 의하여

$$T_s = (P/2) (1/L_{1s})(\lambda_{d_m} \lambda_{q_s} - \lambda_{q_m} \lambda_{d_s}) \quad (37)$$

로 表示되고 外部토오크 T 와 慣性모멘트 J 가 包含되면 式(37)은

$$T = J p \omega_r - (P/2) (1/L_{1s})(\lambda_{d_m} \lambda_{q_s} - \lambda_{q_m} \lambda_{d_s}) \quad (38)$$

와 같이 表示된다.

式(36), (38)을 시뮬레이션이 容易하도록 Per-Unit System으로 고쳐 쓰면

$$\left. \begin{aligned} p \lambda_{d_s} &= \omega_s \{ V_{d_s} + (r_s/L_{1s})(\lambda_{d_m} - \lambda_{d_s}) + \lambda_{q_s} \omega_r \} \\ p \lambda_{q_s} &= \omega_s \{ V_{q_s} + (r_s/L_{1s})(\lambda_{q_m} - \lambda_{q_s}) - \lambda_{d_s} \omega_r \} \\ p \lambda_{d_r} &= \omega_s \{ ((r_s + r_1)/L_{10})(\lambda_{d_m} - \lambda_{d_r}) + (r_1/L_2) \lambda_{d_2} \} \\ p \lambda_{q_r} &= \omega_s \{ ((r_s + r_1)/L_{10})(\lambda_{q_m} - \lambda_{q_r}) + (r_1/L_2) \lambda_{q_2} \} \\ p \lambda_{d_2} &= \omega_s \{ -(r_1 + r_2)/L_2 \lambda_{d_2} - (r_1/L_{10})(\lambda_{d_m} - \lambda_{d_r}) \} \\ p \lambda_{q_2} &= \omega_s \{ -(r_1 + r_2)/L_2 \lambda_{q_2} - (r_1/L_{10})(\lambda_{q_m} - \lambda_{q_r}) \} \\ p \omega_r &= (1/2H) \{ (1/3) (1/L_{1s})(\lambda_{d_m} \lambda_{q_s} - \lambda_{q_m} \lambda_{d_s}) + T \} \end{aligned} \right\} \quad (39)$$

$$(40)$$

이 되고 컴퓨터에 의해서 式(39), (40)을 풀면 式(35)에 의해서 回轉子의 電流分布를 알 수 있고 式(37)에 의해서 電動機의 出力토오크도 알 수 있다.

5. 시뮬레이션 結果

디지털 컴퓨터에 의해서 式(39), (40)의 解를 求하였 으며 여기에 사용된 方法은 Runge-Kutta Method이다.

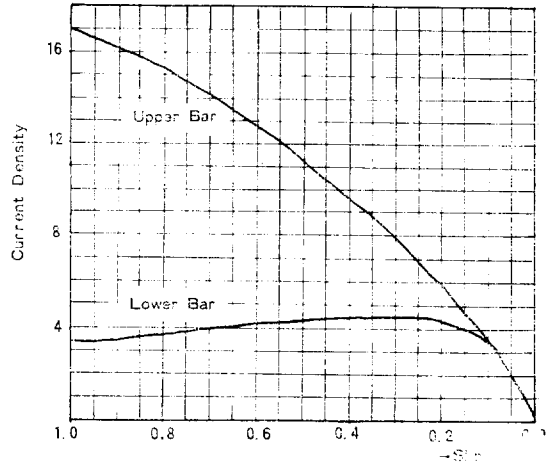


그림 7. 슬립에 대한 電流密度
Fig. 7. Current Density Versus Slip.
*定格슬립時의 電流密度를 1로 하였음.

그림 7은 回轉子Bar의 電流密度가 回轉子 速度에 따라 어떻게 變化하는가를 보여주고 있다. 거의 全슬립에서 上層Bar의 電流密度가 下層Bar의 電流密度보다 크며 起動時에는 上層Bar의 電流密度가 下層Bar의 電流密度의 約 5배까지 되었으며, 定格슬립時 電流密度의 約 17배가 되었다. 따라서 起動時에는 抵抗의 값이 相對的으로 큰 上層Bar에 電流가 많이 흐르므로 結果的으로 回轉子의 等價抵抗이 크게 增加한다고 할수 있다.

그리고 그림 8은 슬립-토오크의 變化를 나타낸 것인데 이것은 2重籠型電動機의 特性을 잘 보여주고 있다. 그림 8에서 빗금친 部分은 토오크가 振動을 하고 있음을 나타내고 있는데 振動의 幅은 負荷토오크가 적을 수록 크게 나타났었다. 또 시뮬레이션에서 나타난 토오크가 設計值보다 약간 크게 나타났으나 이것은 시뮬레이션에서 銅損과 漏洩磁束에 의한 損失이외의 損失은 考慮하지 않았기 때문이다.

6. 結 論

Tensor를 使用하여 對稱 3相誘導電動機를 d - q 軸으로 解析하였 으며 2重籠型誘導電動機의 運轉條件에 따

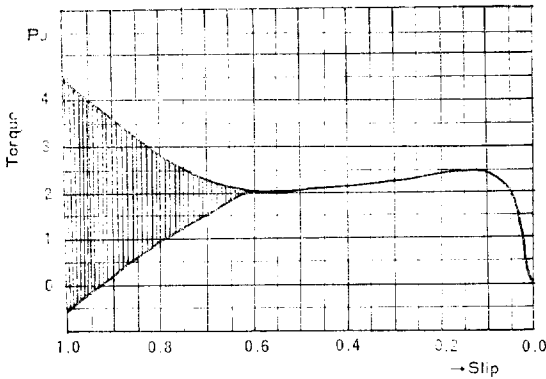


그림 8. 슬립에 대한 電氣的 토크
Fig. 8. Electrical Torque Versus Slip.

라 回轉子電流分布와 토크의 變化를 컴퓨터 시뮬레이션 하였다.

豫測한바와 같이 起動時에는 回轉子電流의 相當部分이 上層Bar에 흐르게 되어 下層Bar電流密度의 約 5培가 되었으며 定格定常狀態時 電流密度의 約 17培가 되었다. 따라서 起動時의 回轉子抵抗은 定常狀態의 抵抗값보다 實際로 相當히 크다고 할 수 있다. 위와같은 結論은 特定한 모델에서 얻어진 結果이지만 大部分의 3相 2重籠型誘導電動機에서도 비슷한 結果를 얻을 것으로 期待되며 이러한 結果는 3相 2重籠型誘導電動機의 設計에 도움이 될 것이다.

參 考 文 獻

[1] P.K. Sen; "Some Aspects of Transient Behaviour of Two-Phase Induction Motor," IE(I). Journal-EL, Vol. 59, pp.128~133, Non. 1978.
 [2] R.D. Slater and W.S. Wood; "Constant-Speed Solutions Applied to the Evaluation of Induction-Motor Transient Torque Peaks," PROC. IEE, Vol. 114, No. 10, pp.1429~1435, Oct. 1967.
 [3] R.D. Slater, W.S. Wood and F.P. Flynn; "Digital Computation of Induction-Motor Transient Torque Pattern," PROC. IEE, Vol. 113, No. 5, pp.819~822, May 1966.
 4) F.P. de Meilo and G.W. Walsh; "Reclosing Transients in Induction Motors with Terminal Capacitors," AIEE Trans. Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-80, pp. 1206~1213, Feb. 1961.

[5] Asish K. de Sarkar and Gunnar J. Berg; "Digital Simulation of Three-Phase Induction Motors," IEEE Trans. Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-89, No. 6, pp.1031~1037, Jul./Aug. 1970.
 [6] Eugene A. Klingshirn and Howard E. Jordan; "Simulation of Polyphase Induction Machines with Deep Rotor Bars," IEEE. Trans. Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-89, No.6, pp. 1038~1043, Jul./Aug. 1970.
 [7] R.J.W. Koopman and Frederick C. Trutt; "Direct Simulation of AC Machinery Including Third-Harmonic Effects," IEEE Trans. Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-88, pp.465~474, Apr. 1969.
 [8] Howard E. Jordan; "Digital Computer Analysis of Induction Machines in Dynamic Systems," IEEE Trans. Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-86, No. 6, pp.722~727, Jun. 1967.
 [9] Howard E. Jordan; "Analysis of Induction Machines in Dynamic Systems," IEEE Trans. Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-84, No. 11, pp.1080~1088, Nov. 1965.
 [10] P.C Krause and C.H. Thomas; "Simulation of Symmetrical Induction Machinery," IEEE Trans. Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-84, No. 11, pp.1038~1053, Nov. 1965.
 [11] M. Liwshitz-Garik; "Skin-Effect Ears of Squirrel-Cage Rotors," AIEE Trans. Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-73, pp.255~258, Apr. 1954.
 [12] D.S. Babb and J.E. Williams; "Circuits Analysis Method for Determination of A-C Impedances of Machine Conductors," AIEE Trans. Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-70, pp.661~668, 1951.
 [13] D.S. Babb and J.E. Williams; "Network Analysis of A-C Machine Conductors," AIEE Trans. Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-70, pp.2001~2005, 1951.
 [14] 竹内壽太郎, 電氣機器 テンソル解析 オーム社, 東京, 1963.

附 錄

1: 記 號

- s : 固定子
- r : 回轉子
- a, b, c : a 相, b 相, c 相
- L_s, L_r : 固定子, 回轉子の 自己인덕턴스
- M_{sr} : 固定子和 回轉子の 相互인덕턴스
- M_{sm}, M_{rm} : 固定子, 回轉子の 各 相間的 相互인덕턴스

θ_r : 回轉子和 固定子軸間的 變位角

β : 回轉子和 基準軸과의 變位角

θ : 固定子和 基準軸과의 變位角

λ : 鎖交磁束

q : 橫軸

d : 直軸

p : 演算子 $\left(-\frac{d}{dt}\right)$

P : 極數

L_{ls} : 固定子の 漏洩인덕턴스

L_{lr} : 回轉子の 漏洩인덕턴스

L_0 : 回轉子 Bar를 通過하지 않는 漏洩磁束을 發生케 하는 漏洩인덕턴스

L_t : 上層 Bar를 通過하는 漏洩磁束을 發生케 하는 漏洩인덕턴스

L_c : 上層 Bar와 下層Bar 사이를 通過하는 漏洩磁束을 發生케 하는 漏洩인덕턴스

L_b : 下層Bar를 通過하는 漏洩磁束을 發生케 하는 漏洩인덕턴스

ω_s : 周波數(rad/s)

ω_r : 機械角速度 $((2/P) (d\theta_r/dt), \text{rad/s})$

\dot{i} : di/dt

T_s : 電動機의 토크

T : 負荷토크

r_e : end-ring抵抗

r_1 : 上層Bar의 抵抗

r_2 : 下層Bar의 抵抗

S : 導體의 斷面積

μ_0 : 空氣中的의 透磁率

d : 슬롯의 깊이

w : 슬롯의 폭

l : 슬롯 및 導體의 길이

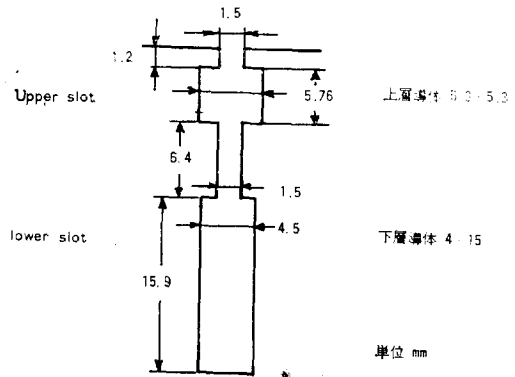
ρ : 導體의 固有抵抗

J : 慣性모멘트

H : Inertia Constant

2. 시뮬레이션에 使用된 3相2重籠型 電動機의 데이터

2.1 回轉子 슬롯 및 導體值數



2.2 電動機의 데이터

極 極: 6數	相 數: 3相
定格電壓: 220V	定格出力: 11kW(15HP)
周波數: 60Hz	
$r_s = 0.02729 P_u$	$r_1 = 0.03734 P_u$
$r_2 = 0.01759 P_u$	$r_e = 0.002735 P_u$
$H = 0.28857(S)$	$M = 1.8725 P_u$
$L_{1r} = 0.07612 P_u$	$L_{10} = 0.02677 P_u$
$L_2 = 0.08483 P_u$	