

주기신호에 대한 안구운동의 예측 특성

이 상 효

= Abstract =

Predictive Characteristics of the Oculomotor System to the Periodic Signal

Sang-Hyo Lee

In this paper, we measured the tracking response time of horizontal eye movement to the target moving according to the square waveform to investigate the predictive characteristics of the human oculomotor system. And in the experiment we used the square waves with an amplitude of 5 degree and frequencies of 0.1, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1.0, and 1.2 Hz. Random occurrences of the human eye movement reponse time were analyzed using a finite Markov chain process and we found the results as follows.

From both the experimental and theoretical results, we found the trend showing that Predictive characteristics moved from the transient state to the steady state.

1. 서 론

인간의 안구운동계는 몇개의 중속계통으로 구성되어 복잡적으로 응답하는 비선형계통이다. 인체의 모든 부분을 고정하고 안구의 운동만으로써 등거리 공간에 있는 시표를 트래킹(tracking)할 때 크게 나누어 saccade와 smooth pursuit의 2성분 운동이 생긴다. 이 운동계는 주기적으로 동일하게 반복되는 규칙 시표에 대하여 위상특성이 변화하는데, 이것은 시표의 운동을 예측하려는 적응제어 기능의 하나이다.

예측특성은 Stark¹⁾ Dallos²⁾ 등에 의하여 규칙 또는 불규칙 신호에 따라 안구운동의 응답에 차이가 있다는 사실에서 확인된 것인데, 한편 Fuchs³⁾가 리서스(rheus) 원숭이에 행한 실험에서는 발견되지 않았다.

안구운동계의 제어 모델은 Young⁴⁾과 Robinson⁵⁾ 등에 의한 것을 예로 들 수 있으나, 이들 모델에는 예측특성이 포함되어 있지 않다. Sugie⁶⁾는 시표운동을 추정하는 최적제어 모델을 제안하였는데, 이 모델은 시표의 주파수와 반복에 의하여 지배되는 지연시간의 확

률밀도를 추정의 근거로 한 것이다.

본 논문에서는 안구운동계의 예측특성을 규명하기 위하여 saccade수평안구운동의 응답을 마르코브 연쇄과정으로 해석하고, 예측 제어모델 구성에 필요한 자료를 제시하고자 한다. 이를 위하여 일정한 사이클의 구형파 시표운동에 대하여 시표의 주파수에 따른 응답의 지연시간을 측정하고, 응답시간을 일정한 구간으로 나누어 몇개의 상태로 구분하여, 사이클의 반복에 따른 각 상태의 발생을 조사한다.

2. 확률모델에 의한 예측과정 해석

2-1. 마르코브 연쇄

N개의 유한한 개수의 상태 원소의 집합으로 이루어진 표본공간 U에서, 상태가 정상치확률(stationary transition probability)을 가진 확률과정이라면, 이 확률과정을 유한 마르코브 연쇄(finite Markov chain)라 한다.

상태 s_k 가 시간 n에서 s_j 이고, 시간(n+1)에서 s_j 로 천이할 때, 천이 확률 p_{ij} 는 식(2.1)과 같다.

$$p_{ij} = p\{s(n+1) = j | s(n) = i\} \quad (2.1)$$

여기서, $s(n)$, $s(n+1)$ 은 상태 s_k 의 확률변수이고 i, j

<1981.12.3. 접수>

광운공과대학 전자공학과

Dept. of Electronic Eng., Kwangwoon University

는 각각 그 값으로서

$$1 \leq i, j \leq N \\ n = 0, 1, 2, \dots$$

시간 $n=0$ 에서 상태 s_i 가 시간 n 만큼 경과한 뒤에 상태 s_j 로 천이하였을 경우, 이것을 다단계 천이 확률 또는 n 단계 천이 확률이라 하며, 식(2.2)와 같다.

$$\phi_{ij}(n) = p\{s(n) = j | s(0) = i\} \\ = 1 \leq i, j \leq N, n = 0, 1, 2, \dots \quad (2.2)$$

s_i 에서 출발하여 $(n+1)$ 회의 천이 후에 s_j 로 천이될 확률은 식(2.2)에 의하여 식(2.3)과 같이 된다.

$$\phi_{ij}(n+1) = p\{s(n+1) = j | s(0) = i\} \quad (2.3)$$

식(2.3)을 시간 $(n+1)$ 에서의 상태 s_j 와, 시간 n 에서의 상태 s_k 가 점유하는 확률을 동시확률로 표시하면, 식(2.4)과 같다.

$$p\{s(n+1) = j | s(0) = i\} = \sum_{k=1}^N p\{s(n+1) = j, s(n) = k | s(0) = i\} \quad (2.4)$$

식(2.4)을 조건부확률의 관계로 바꾸어 표현하면, 식(2.5)과 같다.

$$p\{s(n+1) = j | s(0) = i\} = \sum_{k=1}^N p\{s(n) = k | s(0) = i\} \times p\{s(n+1) = j | s(n) = k, s(0) = i\} \quad (2.5)$$

$n \geq 1$ 일 때, 마르코브 연쇄에서는 현재의 상태가 그 직후의 상태에 영향을 미치므로, 식(2.5)에서

$$p\{s(n+1) = j | s(n) = k, s(0) = i\} = p\{s(n+1) = j | s(n) = k\} = p_{kj} \quad (2.6)$$

의 관계가 성립하며, 따라서 식(2.5)은 식(2.7)과 같이 된다.

$$\phi_{ij}(n+1) = \sum_{k=1}^N \phi_{ik}(n) \cdot p_{kj}, n = 1, 2, 3, \dots \quad (2.7)$$

천이확률과 다단계천이 확률은 각각 $(N \times N)$ 의 행렬로 나타낼 수 있다. 즉 천이확률은 $P = \{p_{ij}\}$ 로, 다단계 천이확률은 $\Phi(n) = \{\phi_{ij}\}$ 로 된다.

n 번째의 천이 뒤에 어떤 상태에 도달할 확률을 상태확률이라 한다. 시간 n 에서 상태 s_i 를 점유할 확률 $\pi_i(n)$ 은 식(2.8)으로 정의된다.

$$\pi_i(n) = p\{s(n) = i\}, \\ i = 1, 2, \dots, N, n = 0, 1, 2, \dots \quad (2.8)$$

$\pi_i(n)$ 을 다단계 천이 확률로 나타내면, 식(2.2)의 양변에 $p\{s(0) = i\}$ 를 곱하고 $i=1$ 에서 N 까지 상태 모두에 대한 상태확률은

$$\sum_{i=1}^N p\{s(0) = i\} \cdot \phi_{ij}(n) = \sum_{i=1}^N p\{s(0) = i\} \cdot p\{s(n) = j | s(0) = i\}$$

$$\sum_{i=1}^N \pi_i(0) \phi_{ij}(n) = \sum_{i=1}^N p\{s(0) = i, s(n) = j\} \\ = p\{s(n) = j\} = \pi_j(n) \quad (2.9)$$

따라서 상태확률은 식(2.10)와 같이 초기 상태의 확률과 다단계 천이 확률로써 표시된다.

$$\pi_j(n) = \sum_{i=1}^N \pi_i(0) \phi_{ij}(n) \\ j = 1, 2, \dots, N, n = 0, 1, 2, \dots \quad (2.10)$$

시간 n 에서 N 상태 확률을 행벡터로 나타내면 식(2.11)과 같다.

$$\pi(n) = [\pi_1(n), \pi_2(n), \dots, \pi_N(n)] \\ n = 0, 1, 2, \dots \quad (2.11)$$

식(2.10)의 관계로부터 식(2.12)을 나타낼 수 있다.

$$\pi(n) = \pi(0) \Phi(n) \\ = \pi(0) P^n \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (2.12)$$

따라서, 마르코브 연쇄에서는 상태확률의 초기치 벡터 $\pi(0)$ 와 천이확률행렬 P 를 알면 어느 n 단계의 상태확률을 계산할 수 있다.

하나의 과정이 과거의 이력에, 또는 기억에 의하여 어떤 추세를 가지고 변천한다면, 이 과정은 단순 마르코브 연쇄과정이라고는 볼 수 없다. 그럼에도 불구하고 마르코브 연쇄과정을 써서 비마르코브적(nonMarkovian) 확률과정이 성공적으로 해석되고 있다.

단순 마르코브 연쇄로써 다른 성질의 확률과정을 근사 해석하기 위하여는, 마르코브 연쇄를 구성하는 상태를 확장하는 방법이 있다. 예를 들면 s_1, s_2 로 이루어진 2상태 확률과정에 대한 천이 확률행렬 P 는 식(2.13)와 같다.

$$P = [p_{ij}] = \begin{matrix} & s_1 & s_2 \\ \begin{matrix} s_1 \\ s_2 \end{matrix} & \begin{pmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{21} & p_{22} \end{pmatrix} \end{matrix} \quad (2.13)$$

여기서, 천이 확률 p_{ij} 계의 상태 s_1, s_2 에서 서로 옮겨갈 조건부 확률(conditional probability)이다. s_1, s_2 가 s_i 상태 이전의 s_k 에 의하여 지배된다면, 이 계는 단순 마르코브 연쇄과정이 아니다.

상태를 확장하여 $s_1s_1, s_1s_2, s_2s_1, s_2s_2$ 의 상태를 만들면, 상태 $s_i s_j$ 는 주어진 직전의 상태 $s_k s_l$ 에 의하여 지배되는 단순 마르코브 연쇄과정으로 표현할 수 있으며, 천이 확률은 식(2.14)과 같다.

$$\begin{matrix} & s_1s_1 & s_2s_1 & s_1s_2 & s_2s_2 \\ \begin{matrix} s_1s_1 \\ s_2s_1 \\ s_1s_2 \\ s_2s_2 \end{matrix} & \begin{pmatrix} p_{(11)(11)} & 0 & p_{(11)(12)} & 0 \\ p_{(21)(11)} & 0 & p_{(21)(12)} & 0 \\ 0 & p_{(12)(21)} & 0 & p_{(12)(22)} \\ 0 & p_{(22)(21)} & 0 & p_{(22)(22)} \end{pmatrix} \end{matrix} \quad (2.14)$$

N 상태의 확률과정에 m 개의 상태를 부가하여 상태를 확장하면, 단순 마르코브 연쇄로 표현될 수 있는데, 이 경우에 N 상태는 N^{m+1} 상태로 확장된다. (여기서, $m=0, 1, 2, \dots$)

일반의 확률과정을 마르코브 연쇄과정으로 근사화하는 다른 방법에는, 주어진 확률과정의 성질 자체를 고찰하는 것이다. 적응과정 또는 학습과정은 행동의 변용과정으로 설명되는데, 이것은 비가역적(irreversible) 과정이며, 일정기간이 경과하여 정상 상태에 도달하는 반응확률(response probability)로 수식화된다.

스테이지(stage)의 설정에 의하여 과정을 과도상태와 정상상태로 나누고 이를 필요에 따라 세분함으로써 주어진 상태를 다시 단계별로 분류하여, 천이 확률 행렬을 절단 행렬(partitioned matrices)로 대응시키는 것이다.

2.2 안구운동에 대한 응답상태 설정

안구운동은 인체의 근육중에서 가장 속도가 빠른 외안근에 의하여 일어난다. 시각정보가 망막에서 수용되어 중추신경계(CNS)를 거쳐 외안근이 안구를 움직이기까지 소요되는 시간이 반응시간(reaction time)이다. 예를들면, 계통의 계단 입력과 같은 돌연한 시표의 변위가 발생하는 경우에 안구운동의 응답형태가 saccade 안구운동이라고 하는데, 이때의 반응시간 즉 응답의 지연시간은 200~250[ms]이다²⁾.

그러나 시표의 움직임이 주기함수적으로 반복되면, 안구운동의 위상특성은 예측특성으로 인하여 지상에서 진상으로 변화할 수 있다.

그림 2.1은 Fuchs의 실험 결과인데, 0.8 Hz 구형파 수평시표에 대한 전형적인 응답을 보인 것이다. 시표가 갑자기 인가되는 첫 사이클에서는 saccade 응답의 시간이 비교적 길게 나타나고 3사이클이 되기까지 지연시간은 플러스를 나타낸다. 4사이클 이후에서는 시표와 응답이 거의 동상이 되다가 7사이클부터는 위상

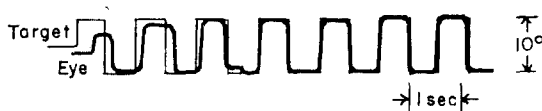


그림 2-1. 규칙신호에 대한 안구운동의 응답[5]
Fig. 2-1. A human eye movement response to a periodic target

이 앞서는 응답을 보이고 있다.

응답상태를 해석하기 위하여 본 논문에서는 응답시간 값에서, 불규칙한 계단 입력에 대한 saccade 응답의 최저시간 150[ms]를 기준으로 잡고, 전체 응답시간을 100[ms]씩 나누어 각 시간대를 1개의 상태로 지정하면 표 2.1과 같다.

표 2.1. 응답상태의 설정

Table 2.1. Classification of response states

State	Definition	Delay time, T_d [ms]
A	no prediction	$T_d > 150$
B	slight prediction	$50 \leq T_d \leq 150$
C	accurate prediction	$-50 < T_d < 50$
D	slight overprediction	$-150 \leq T_d \leq -50$
E	overprediction	$T_d < -150$

표 2.1에서 보는 바와 같이, A 상태는 예측이 전혀 없는 순수한 지연상태

B 상태는 가벼운 예측, C 상태는 정확한 예측, D 상태는 약간 과도한 예측, 그리고 E 상태는 과도한 예측으로 분류된다.

일연의 구형파 입력에 대한 안구운동의 응답시간은 위에 분류된 5상태로 나타날 것이다. 따라서 응답이 변화하여 일어날 천이 확률은 5상태의 천이 확률 행렬이 된다.

안구운동의 변화도 일종의 적응과정에 준하므로 다음과 같이 3스테이지로 구분할 수 있다.

제 1 스테이지 : 불규칙 계단 입력, 또는 규칙 신호의 초기에 생기는 순수 지연시간을 가진 과도 스테이지

제 2 스테이지 : 반복 응답에 의하여 입력의 성질을 파악하고 예측을 시도하는 스테이지

제 3 스테이지 : 입력과 거의 동기로 응답하는 정상 상태의 스테이지

3스테이지의 설정에 따라 주어진 5상태는 다시 세분된다.

즉, 제 1 스테이지에는 A가 A_1 상태로

제 2 스테이지에는 예측이 가벼운 정도이므로 B에서 E가 각각 B_2, C_2, D_2, E_2 로 분류되고, C_2 가 1회 나온 뒤의 A는 A_2 로 비로소 구분된다.

제 3 스테이지에는 C가 연속하여 2회 나올 때 CC가

C₂C₃로 되며 이후를 3스태이지로 분류하여 각각 A₃, B₃, C₃, D₃, E₃로 한다.

이렇게 함으로써 예측과정은 5상태에서 3스태이지, 11상태로 확장되었다. 이에 대한 천이 행렬은 (11×11)의 차수를 갖게 된다.

3. 측정과 결과 고찰

3.1 측 정

안경을 착용하지 않은 20대 남자 5명을 피검자로 선정하였다. 피검자는 양눈으로 시표를 추종하고 검지기로써 왼쪽 눈의 수평운동을 측정하였다.

입력신호는 구형파, 진폭 5°(±5°), 주파수는 각각 0.1, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1.0, 1.2[Hz]로 하고, 불규칙한 순서로 시행하여 피검자가 신호에 대한 예측을 하지 않도록 하였다.

1회의 시행은 주파수마다 10사이클을 기준으로 하고, 1사이클마다 2개의 영점 통과(zero crossing)시간을 반응시간으로 기록하였다. 따라서 1회에 20개의 응답점이 얻어졌다. 기록의 표본은 그림 3.1과 같다.

3.2 측정치의 처리

측정결과는 FORTRANⅣ 로써 프로그램하여 다음과 같이 처리하였다.

응답시간 범위에 따라서 응답상태를 A에서 E까지로 분류하고 각각 1에서 5까지의 정수를 부여하여 계산기의 입력자료로 처리하였다. 계산기 프로그램에 의하여 A₁에서 E₃까지 11개의 상태로 분류되고 각각의 값은 1에서 11까지 정수로 부여하였다.

주파수별로 총 시행회수에 대하여 1~20의 각 응답

점에서 반응상태의 발생회수를 계산하고 총 시행회수로 나누어, A, …, E 상태의 상태확률 $p(A), \dots, p(E)$ 를 얻었다. 이것은 각 반응점에서 각 상태가 발생하는 빈도에 대한 앙상블평균(ensemble average)에 해당하며, 안구의 예측과정을 나타내는 실험치가 된다.

응답상태의 천이 회수를 합산하여 (11×11)의 천이 회수 행렬을 만들고, 각 행의 합의수로써 그 행의 원소를 나누어 천이확률 행렬을 얻었다.

각 상태의 상태확률을 행벡터로 나타내면, 제 1응답점의 상태확률 행벡터는 초기 값에 해당하므로 식 (2, 1)과 같이 된다.

$$\begin{aligned} \pi(n) &= \pi(0)\Phi(n) \\ &= \{\pi_{A_1}(n), \pi_{A_2}(n), \dots, \pi_{E_3}(n)\} \end{aligned} \quad (3.1)$$

여기서, 본 실험에서 응답점이 20개이므로 $n=0, 1, 2, \dots, 19$ 에 대하여 각각 11개의 상태확률을 얻고, 식 (3.2)에 의하여 5개의 상태에 대한 상태확률을 구한다.

식 (3.1)에서 A, …, E의 5상태에 대한 상태확률은 식 (3.2)과 같다.

$$\begin{aligned} \pi_A(n) &= \pi_{A_1}(n) + \pi_{A_2}(n) + \pi_{A_3}(n) \\ \pi_B(n) &= \pi_{B_2}(n) + \pi_{B_3}(n) \\ \pi_C(n) &= \pi_{C_2}(n) + \pi_{C_3}(n) \\ \pi_D(n) &= \pi_{D_2}(n) + \pi_{D_3}(n) \\ \pi_E(n) &= \pi_{E_2}(n) + \pi_{E_3}(n) \end{aligned} \quad (3.2)$$

3.3 결과 고찰

그림 3.2는 안구운동의 응답시간에 대한 상태 확률 곡선이다. 점선은 피검자의 응답시간 측정치에 대한 상태 확률을 나타내고, 파선은 마르코브 모델에 의한 상태 확률의 계산결과를 나타낸다.

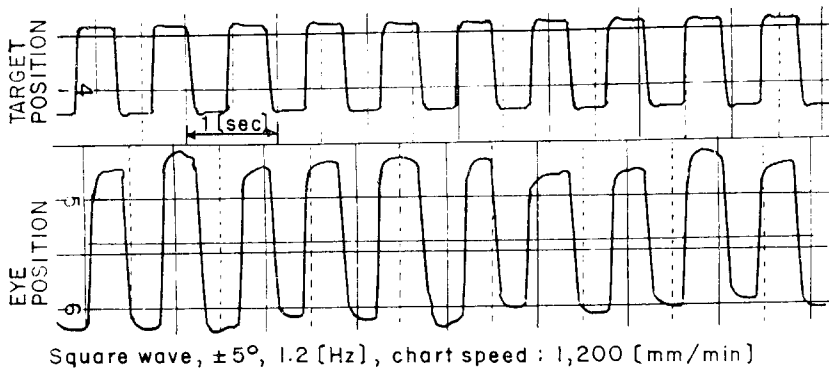


그림 3-1. 안구운동 측정 기록 표본
Fig. 3-1. Sampled chart recordings of eye movement responses

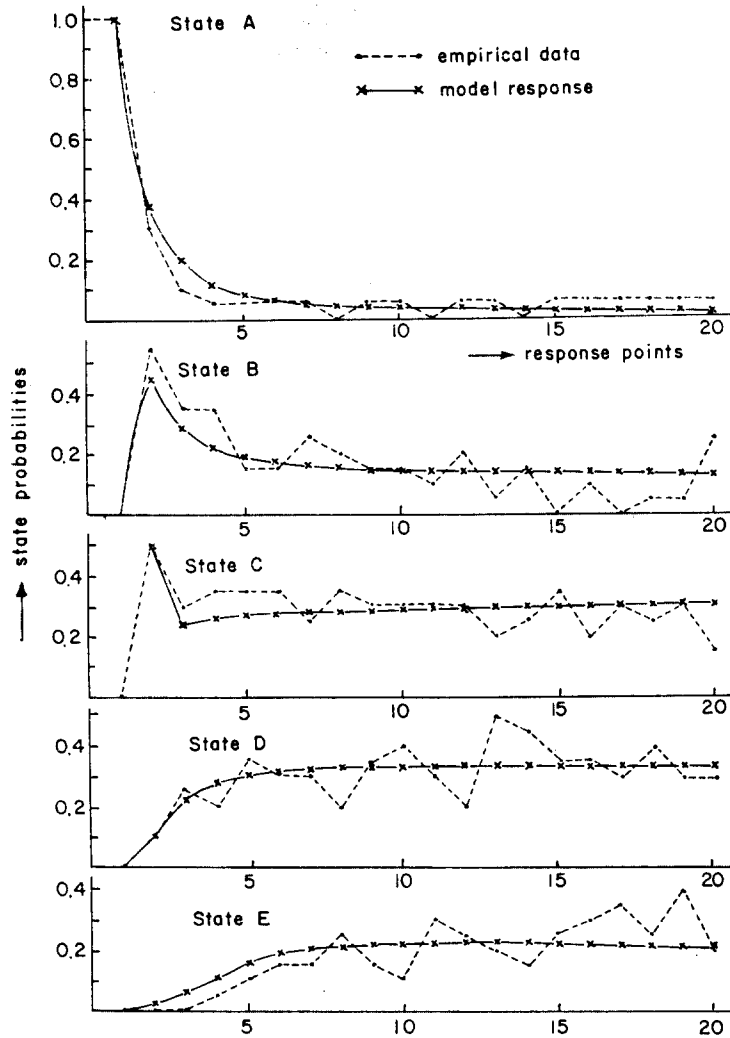


그림 3-2. 안구운동의 확률 응답곡선, 구형파, $\pm 5^\circ$, 1.0[Hz]
 Fig. 3-2. Probability response curves of eye movements, square wave, $\pm 5^\circ$, 1.0[Hz]

피검자의 응답시간 측정치에 대한 상태 확률은 응답점이 1에서 20으로 진행함에 따라 각 응답점에서 증감이 급격하나, 평균적으로 곡선의 진행은 과도 상태에서 정상상태로 이행하였다. 예측이 없는 A 상태는 주파수에 관계없이 제 1 응답점에서 상태 확률이 1이었는데, 이것은 시표가 갑자기 투사됨에 따라 불규칙한 계단입력에 대한 saccade 응답이 언제나 예측없이 150 [ms] 이상 지연되어 발생하고 있음을 보여 주었다.

모델 응답은 실험 결과에서 제 1 응답점의 상태 확률

로부터 초기 상태 확률 벡터를 구하고 또한 실험 결과로부터 확장된 11상태에 대한 천이 확률 행렬을 구하여 식 (3.1)의 $\pi(n) = \pi(0)\Phi(n)$ 와 식 (3.2)로써 A, ..., E의 상태확률을 계산하였다. 따라서 제 1 응답점의 응답은 A 상태의 확률이 1로서 실험치와 같으며, 제 2 응답점 이후의 응답은 완만하게 증가 또는 감소하는 제약을 보였다.

또한 두 곡선은 동일한 변화 추세를 보여주고 있어, 확장된 상태의 마르코브 연쇄에 의한 근사적 해석이

성립함을 확인할 수 있었다.

4. 결 론

본 논문에서는 saccade 수평 안구운동계의 위상특성 가운데서 특히 예측특성을 학습과정에 준하여 마르코브 연쇄과정으로 해석하였는데, 얻어진 결과는 다음과 같다.

(1) Saccade 안구운동의 불규칙한 응답점의 시간을 5구간으로 나누어 고찰한 결과, 실제 측정 한 응답과정과 모델의 응답과정이 모두 과도상태를 거쳐 정상상태로 이행하는 예측과정을 보였다.

(2) 안구운동의 예측특성은 0.1[Hz]에서는 비교적 미약하였고, 0.2[Hz]부터 정확한 예측이 나타났으며, 이 상태는 1.2(Hz)까지 비슷하게 30~40% 수준을 유지하였다.

(3) 위상이 50[ms] 이상 앞서는 약간 과도한 예측 상태는 0.4[Hz] 이상에서 확실히 나타났고, 0.8[Hz]와 1.0[Hz]에서는 정확한 예측 상태와 비슷한 35% 수준의 분포를 보였으며, 0.4, 0.6, 1.2[Hz]에서는 그 절반이었다.

(4) 위상이 150[ms] 이상 앞서는 과도한 예측 상태는 0.4[Hz] 이상 1.0[Hz]까지만 10~20%로 분포되었으나, 0.2[Hz] 이하의 낮은 주파수와 1.2[Hz]의 빠른 주파수에서는 미약하였다.

본 연구를 통하여 안구운동 예측 특성의 주파수별 차이를 구분할 수 있었고, 예측 과정도 학습과정의 일종이라는 근거에서 마르코브 연쇄과정으로 근사화할 수 있었다. 여기서 얻어진 자료가 안구운동계의 예측 특성 또는 적응특성을 나타내는 모델 시뮬레이션에 이용될 수 있을 것이다.

謝 意

본 연구를 수행함에 있어 연세대학교 공과대학 전기공학과 박상희 박사님의 도움을 받아서 완성하게 된 것을 감사드립니다.

참 고 문 헌

- 1) Bach-Y-Rita.: *The Control of Eye Movements*, Academic Press, 1971.
- 2) Billheimer, J.W.: *A Markov Analysis of Adaptive Tracking Behavior*, EE Thesis M.I.T., 1963.
- 3) Broadkey, J., Stark, L.: *Accommodative Convergence: An Adaptive Nonlinear Control System*, IEEE Trans. on Systems Science and Cybernetics, Vol. SSC-3, pp.121-131, 1967.
- 4) Dallos, P.G., Jones, R.W.: *Learning Behavior of the Eye Fixation Control System*, IEEE Trans. on Automatic Control, Vol. AC-8, pp. 218-227, 1963.
- 5) Fuchs, A.F., *Periodic Eye Tracking in the Monkey*, J. Physiol. 193, pp. 161-171, 1967.
- 6) Howard, R.A.: *Dynamic Probabilistic Systems*, Vol. I: Markov Models, John Wiley & Sons, 1971.
- 7) Robinson, D.A., *The Mechanics of Human Saccadic Eye Movement*, J. Physiol., Vol. 174, pp. 245-264, Nov. 1965.
- 8) Robinson, D.A., *Models of the saccadic Eye Movement Controlsystem*, Kybernetik, 14, pp. 71-83, 1973.
- 9) Stark, L., *Neurological Control Systems Studies in Bioengineering*, Plenum Press, 1968.
- 10) Sugie, N., *A Model of Predictive Control in Visual Target Tracking*, IEEE Trans. on Systems, Man and Cybernetics, Vol. SMC-1, No. 1, pp.2~7, 1971.
- 11) Young, L.R., Stark, L., *Dependence of Accuracy of Eye Movements on Prediction*, Quart. Prog. Rept, Res. Lab. Electr. M.I.T. pp. 212-214, 1962.