

## 血液에 의한 超音波 散亂의 理論的 考察

崔 在 準 · 洪 勝 弘

= Abstract =

### A Theoretical Study of Ultrasound Scattering by Blood

Je-Jun Choi, Seung-Hong Hong

In this study, the scattering of ultrasound by blood is theoretically studied. At first, the Chernow equation which represents acoustic propagation inside the region of inhomogenities is modified to be fitted for blood. Then, scattering amplitude and scattering Cross-section at the far-field region are obtained from this equation. In this case, hemotocrit is assumed to be less than 26 per cent, and the red blood cell is modeled as independent scatterer.

This study also develops a practical approximation for the backscattering of periodic sine-wave bursts by a volume of randomly distributed scatterers, i.e., whole red blood cells. This expression for the received backscattering ultrasound pressure after the n-th burst of narrowband transducer is obtained from an ideal continuous wave transducer's response.

#### 1. 緒 論

超音波의 醫學에의 應用에 관한 연구는 1950년대부터 시작되었고, 10여년 전부터는 임상에 적용되어 實用化가 촉진되어 최근 몇년간 초음파는 치료나 진료의 수단으로서 그 용도가 급격히 증가되고 있다. 이에 따른 의용초음파기술의 개발을 위해서는 초음파에 의해서 생체조직으로부터 얻어지는 정보들, 즉 속도, 흡수 산란등을 정확하게 측정할 수 있어야만 한다. 특히 診療에 있어서는 散亂 process를 근간으로 하는만큼 그의 중요성은 주지의 사실이다. 특히 超音波血流計에 의해 관찰되는 血流信號는 임상논리를 부여하는 의학적인 측면에만 국한되어서 연구되어 왔었고, 散亂特性

自體에 관한 연구는 도외시된 감이 없지 않았었다. 따라서 이 시스템의 근본이론이 되는 血液에 의한 超音波散亂信號의 解析은 더욱 의의를 가진다 하겠다.

K.K. Shung<sup>6,8)</sup>등의 실험에 의해 지금까지 밝혀진 바에 의하면 血液에 의한 超音波散亂은 赤血球(red blood cell)에 기인하며 혈장(plasma)과 적혈구 사이의 壓縮率(compressibility) 및 密度(density)의 차이에 의해서 발생된다. 표 1에 혈장과 적혈구의 압축률 및 밀도의 차이를 나타내었다.

표에서 알 수 있는 것과같이 이들의 차이는 대단히 적으며 血液이 흐르게 되면 이들은 약간의 변위(fluctuation)를 발생시키며 이는 위치의 함수로 이 변위에 의해서 散亂의 해석이 가능하게 된다. 또한 이 변위도 상당히 미약하기 때문에 血液에 의한 超音波散亂은 매우 약할 것이라는 사실을 짐작할 수 있고, 이로 말미암아 多重散亂(multiple scattering)에서 2次이상의 散

<1981. 2. 1 접수>

仁荷大學校 電子工學科

Dept. of Electronic Eng., Inha University

표 1. 血液의 密度와 壓縮率(平均值)

Table 1. Acoustically significant properties of blood (mean values)

	Density (gm/cm <sup>3</sup> )	Adiabatic Compressibility $\beta \times 10^2$ (cm/dyne)
Water	0.998	46.1
0.9% Saline	1.005	44.3
Plasma	1.021	40.9
Erythrocyte	1.092	34.1

亂波成分은 무시할 수 있게 된다<sup>1,3,11)</sup> 그러므로 임의의 한 적혈구에 적용되는 산란식을 유도해 내면 이로부터 Green 함수에 의한 수식전개가 가능하며 far-field region에서 Twersky에 의해 정의된 散亂波와 散亂振幅(scattering amplitude) 및 산란단면적(scattering cross-section)과의 관계식과 이 전개된 식과의 비교에 의해서 이 두식을 각각 구해낼 수 있다. 본 연구에서는 또한 산란의 정량적 해석의 기초자료로서 이상적인 CW 변환기에 의한 음壓應答에서 출발하여 narrow-band 변환기의 n번째 burst에 의한 受信 逆散亂音壓을 얻게 되는데, 적혈구와 혈장사이의 밀도와 압축률의 變位에 대한 사항을 고려하기 위해서 진폭과 위상의 不規則函數(random function)를 도입하게 된다.

## 2. 血液의 理論모형

V.L. Newhouse 등은 초음파 도플라법에 의한 血流信號를 해석함에 있어서 적혈구를 완전한 獨立散亂體로 가정했다. 그러나 B.A.J. Angelsen<sup>12)</sup>은 적혈구 상호간의 相關距離를 무시할 수 없기 때문에 적혈구 하나하나를 獨立인 散亂體로 간주할 수 없다고 했으며, K. K.Shung<sup>9)</sup>등에 의한 실험에서도 獨立散亂體假定の 矛盾性을 지적했는데 이들의 실험결과를 그림 1에 나타내었다. 이 그림에 의하면 血液에 의한 散亂은 헤마토크리트의 26%에 이르기까지는 직선적으로 증가하게 되고 26% 이상이 되면 다시 감소되는 현상을 나타내는데 이는 헤마토크리트 26% 이상이 되면 적혈구를 獨立散亂體로 간주할 수 없게 됨을 의미하며, 이 현상을 그들은 Twersky<sup>2,12)</sup>에 의해 제안된 “hole approach”-영커블은 赤血球덩어리 사이의 空白(cavity, hole)에 의한 散亂을 解析하는 理論-를 도입하여 理論的으로 설명하고 있다. 따라서, 본 연구에서도 그들의 결과를

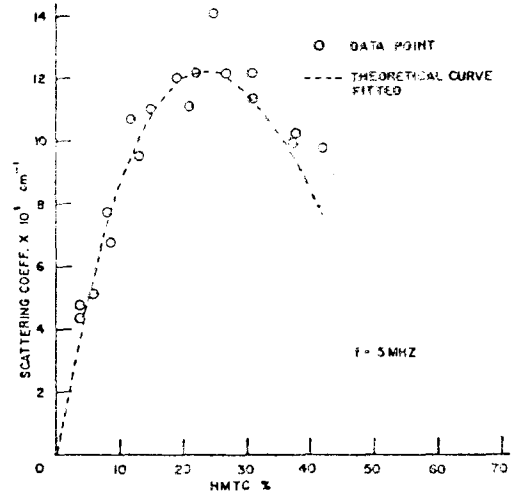


그림 1. 헤마토크리트의 변화에 따른 散亂 (5MHz)

Fig. 1. Scattering coefficient is plotted versus hematocrit at 5MHz

그대로 도입하여 헤마토크리트를 26% 以下로 限定하고 개개의 적혈구를 獨立散亂體로 설정하며 혈액을 적혈구와 혈장으로 구성되는 불균일성을 갖는 媒質로 모델화한다.

## 3. 血液에서의 超音波의 波動方程式 및 散亂振幅과 散亂斷面積

超音波가 임의의 매질을 진행하는 경우 이에따른 波動方程式은 Chernow<sup>3,9)</sup>에 의해서 구해진다. 즉

$$\frac{1}{C_i^2} \frac{\partial^2 \phi(\vec{r}, t)}{\partial t^2} - \nabla^2 \phi(\vec{r}, t) + F \log \rho(\vec{r}) \cdot \nabla \phi(\vec{r}, t) = 0$$

단  $C_i = [1/\rho(\vec{r}) \cdot \kappa(\vec{r})]^{1/2}$ ; 波의 進行速度

$\rho(\vec{r})$ ; 媒質의 密度

$\kappa(\vec{r})$ ; 媒質의 壓縮率

(1)

이 식을 혈액에 적용시키기 위해 그림 2와 같은 산란도를 고려한다.

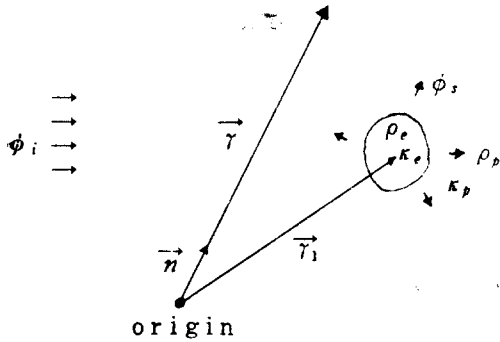
여기에서 散亂體인 적혈구의 密度 및 壓縮率을  $\rho_e(\vec{r})$ ,  $\kappa_e(\vec{r})$ 로 하고 혈장의 그것들은 각각  $\rho_p(\vec{r})$ ,  $\kappa_p(\vec{r})$ 라 하면 이들 매질 사이의 變位를 나타내는 變位係數를 다음과 같이 정의할 수 있다. 즉,

$$C_p(\vec{r}) = [\rho_e(\vec{r}) - \rho_p(\vec{r})] / \rho_p(\vec{r})$$

$$C_\kappa(\vec{r}) = [\kappa_e(\vec{r}) - \kappa_p(\vec{r})] / \kappa_p(\vec{r})$$

(2)

이 식에서  $C_p(\vec{r})$ 과  $C_\kappa(\vec{r})$ 은 密度變位係數와 壓縮率變位係數이며  $\rho_e(\vec{r}) = \rho_p(\vec{r})$ ,  $\kappa_e(\vec{r}) = \kappa_p(\vec{r})$ 이면, 즉, 산



$\phi_i$  incident wave.  
 $\phi_s$  scattered wave.  
 $\vec{r}_1$  source vector  
 $\vec{r}$  observation vector  
 $\vec{n}$  unit vector

그림 2. 散亂圖  
 Fig. 2. Scattering geometry

란제가 존재하지 않으면  $C_p(\vec{r}) = C_s(\vec{r}) = 0$ 이 된다. 따라서  $\phi$ 가 이간에 대해서 정현적으로 변화되는 平面波이고 그의 角周波數를  $W$ 라 하면, 식 (1), (2)로부터 혈액內에서의 波動方程式은

$$\begin{aligned} \nabla^2 \phi(\vec{r}) + k^2 \phi(\vec{r}) &= -k^2 N(\vec{r}) - \mathbf{M}(\vec{r}) \cdot \nabla \phi(\vec{r}) \\ \text{단, } N(\vec{r}) &= [C_p(\vec{r}) + C_s(\vec{r}) + C_p(\vec{r}) \cdot C_s(\vec{r})] \\ \mathbf{M}(\vec{r}) &= [\nabla C_p(\vec{r})] / [1 + C_p(\vec{r})] \\ k^2 &= \omega^2 / c^2 \\ c^2 &= 1 / \rho_p(\vec{r}) \cdot \kappa_p(\vec{r}) \end{aligned} \quad (3)$$

또한

$$\nabla^2 G(\vec{r}, \vec{r}_1) + k^2 G(\vec{r}, \vec{r}_1) = -\delta(\vec{r} - \vec{r}_1) \quad (4)$$

를 만족하는 Green 함수

$$G(\vec{r}, \vec{r}_1) = \exp(-jk|\vec{r} - \vec{r}_1|) / 4\pi|\vec{r} - \vec{r}_1| \quad (5)$$

에 의해서 식 (3)의 積分形은

$$\begin{aligned} \phi(\vec{r}) &= \phi_i(\vec{r}) + \iiint_R \{k^2 N(\vec{r}_1) \cdot \phi(\vec{r}_1) + \mathbf{M}(\vec{r}_1) \\ &\quad \cdot \nabla \phi(\vec{r}_1)\} \cdot G(\vec{r}, \vec{r}_1) d\vec{r}_1 \end{aligned} \quad (6)$$

단;  $R$ 은 산란체를 포함하는 영역, 그런데 혈액에 의한 多重散亂메카니즘에서는 2次 以上の 散亂成分은 無視될 수 있으므로 임의의 점에서의  $\phi(\vec{r})$ 은

$$\phi(\vec{r}) = \phi_i(\vec{r}) + \phi_s(\vec{r}), \quad |\phi_s| / |\phi_i| \ll 1 \quad (7)$$

따라서 식 (6), (7)에 의해서 全散亂波  $\phi_s(\vec{r})$ 은  $R$ 을 全領域  $V$ 로 확장하면

$$\phi_s(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi} \iiint_V \phi(\vec{r}_1) \frac{\exp(-jk|\vec{r} - \vec{r}_1|)}{|\vec{r} - \vec{r}_1|} d\vec{r}_1 \quad (8)$$

$$\text{단, } \phi(\vec{r}_1) = k^2 N(\vec{r}_1) \cdot \phi(\vec{r}_1) + \mathbf{M}(\vec{r}_1) \cdot \nabla \phi(\vec{r}_1)$$

그런데 far-field region에서

$$\begin{aligned} \exp(-jk|\vec{r} - \vec{r}_1|) \\ = \exp(-jk\sqrt{r^2 + r_1^2 - 2\vec{r} \cdot \vec{r}_1}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \exp(-jk(r - \vec{n} \cdot \vec{r}_1)) \\ &= \exp(-jkr) \cdot \exp(j\vec{k} \cdot \vec{r}_1) \end{aligned} \quad (9)$$

$$\text{단, } \vec{k} = k \frac{\vec{r}}{r} = k\vec{n}, \quad |\vec{r}| = r, \quad |\vec{r} - \vec{r}_1|^{-1} \simeq r^{-1}$$

따라서 far-field region에서의 散亂波  $\phi_{sf}(\vec{r})$ 은

$$\begin{aligned} \phi_{sf}(\vec{r}) &= \frac{1}{r} \exp(-jkr) \left[ \frac{1}{4\pi} \iiint_V \exp(j\vec{k} \cdot \vec{r}_1) \right. \\ &\quad \left. \cdot \phi(\vec{r}_1) d\vec{r}_1 \right] \end{aligned} \quad (10)$$

그런데 Twersky에 의해서 잘 알려진 far-field region에서의 scattering amplitude와 scattering cross-section  $f(r, \theta, \phi)$   $\sigma_s$ 는 다음과 같다.<sup>6, 12)</sup>

$$\begin{aligned} \phi_{sf}(\vec{r}) &= \frac{1}{r} \exp(-jkr) \cdot f(r, \theta, \phi) \\ \sigma_s &= \int_{4\pi} |f(r, \theta, \phi)|^2 d\Omega \end{aligned} \quad (11)$$

단,  $\Omega$ 는 solid angle

따라서 헤마토크릿이 26%以下인 경우 血液의 散亂振幅과 散亂斷面積은

$$\begin{aligned} f(r, \theta, \phi) &= \frac{1}{4\pi} \iiint_V \exp(j\vec{k} \cdot \vec{r}_1) \cdot \phi(\vec{r}_1) d\vec{r}_1 \\ \rho_s &= \frac{1}{16\pi^2} \iiint_{4\pi} \left| \iiint_V \exp(j\vec{k} \cdot \vec{r}_1) \cdot \phi(\vec{r}_1) d\vec{r}_1 \right|^2 d\Omega \end{aligned} \quad (12)$$

#### 4. Narrow-band 變換器에 의한 血液으로부터의 逆散亂音壓

Narrow-band 변환기의 出力은 CW(continuous wave) burst 인데 數式處理上, 容易한 면에서 CW 변환기를 사용하지만 실제 시스템에서는 晝質이나 音壓出力의 안

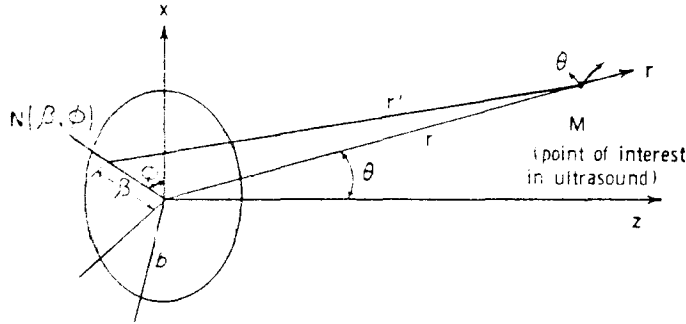


그림 3. 피스톤형 변환기의 음압을 구하는 좌표계  
Fig. 3. Coordinate system used to derive characteristics of a flat cylindrical piston

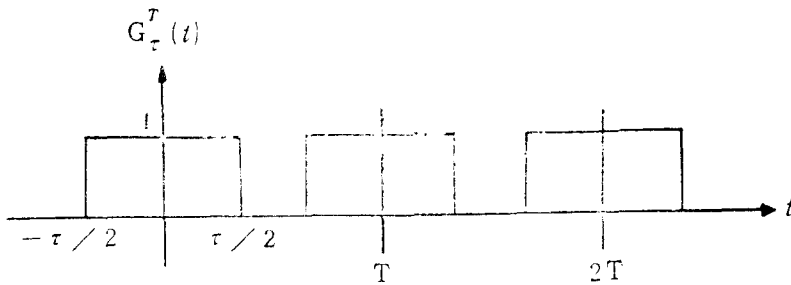


그림 4. Gate 함수  $G_r^T(t)$   
Fig. 4. Gate function  $G_r^T(t)$

경성등의 잇점때문에 Narrow-band 변환기를 주로 이용한다<sup>5)</sup>. 그래서 본 연구에서도 CW 변환기의 출력으로부터 Narrow-band 변환기의 n 번째 burst에 의한受信逆散亂音壓을 계산한다. 그림 3은 모든 면에서 동일한出力이 발생되는 이상적인 CW 변환기에 의한 M점에서의 음壓  $P(M,t)$ 을 나타낸다<sup>4)</sup>.

$$P(M,t) = \frac{K}{r} e^{-\alpha \cdot r} \cos \omega \left( t - \frac{r}{V} \right) \left[ \frac{2J_1(kb \sin \theta)}{kb \sin \theta} \right]$$

$$= \frac{K}{r} e^{-\alpha \cdot r} \cos \omega \left( t - \frac{r}{V} \right) \cdot D$$

단, K: 진폭

$J_1$ : 1次 Bessel 함수

$\omega$ : 각주파수,  $k=2\pi/\lambda$

$\alpha$ : 감쇄정수,  $e^{-\alpha \cdot r}$ : Lambert-Beer law

D: 方向係數 (directivity function)

V: 波의 進行速度 (13)

이 식은 1/r 감쇄항, 매질에 따른 지수감쇄항, 진동항, 그리고 方向係數의 항으로 구성되어 있고, 진동항에는 進行時 매질에 의한 시간지연항이 포함되어 있다. 그런데 J. L. Rose<sup>4)</sup>에 의하여 변환器軸上의 거리가 near-field의 2倍以上이면 方向係數가 무시된, 즉  $D=$

1인 근사적인 음압의 해석이나 方向係數 D를 고려한 정확한 식의 해석이나 거의 誤差가 없다는 사실이 증명되었는데 따라서 방향계수를 무시할 수 있을 정도로 충분한 far-field region을 고려의 대상영역으로 하면 식 (13)은

$$P(M,t) = \frac{K}{r} e^{-\alpha \cdot r} \cos \omega \left( t - \frac{r}{V} \right) \quad (14)$$

따라서 Narrow-band 변환기의 음壓은 그림 4와 같은 Gate 함수를 고려하면

$$P(M,t) = \frac{K}{r} e^{-\alpha \cdot r} \cos \omega \left( t - \frac{r}{V} \right) \cdot G_r^T \left( t - \frac{r}{V} \right) \quad (15)$$

이제 이 식을 근간으로 그림 5와 같은 좌표계에서 Narrow-band 변환기에 의한 血液으로부터의 逆散亂音壓을 구한다. 지금 媒質 I의 감쇄정수를  $\alpha_1$ , 매질 II의 감쇄정수를  $\alpha_2$ 라하고 각 매질에서의 波의 進行速度를  $c_1, c_2$ 라 하면 각 매질에서의 지연시간은  $R/c_1$  및  $R/c_2$ 이므로 c으로 入射되는 음壓  $P(c,t)$ 는

$$P(c,t) = \frac{K}{R+x} e^{-\alpha_1 R - \alpha_2 x} \cos \omega \left( t - R/c_1 - x/c_2 \right) \cdot G_r^T \left( t - R/c_1 - x/c_2 \right) \quad (16)$$

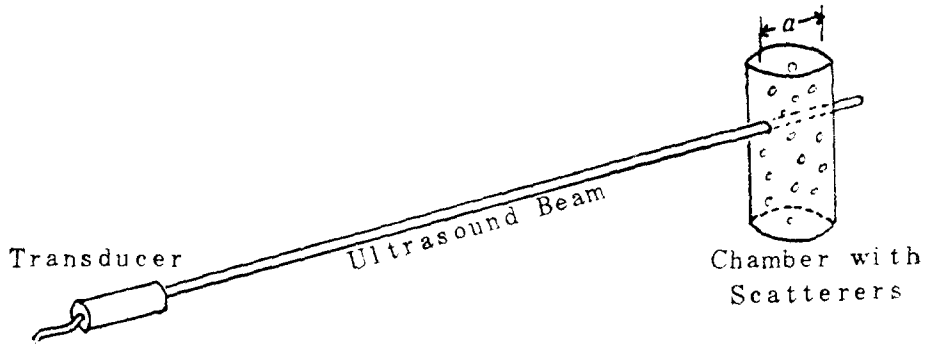


그림 5. 역산란식을 위한 좌표계  
Fig. 5. Systems of coordinates for the backscattering formula

이 되고 C점에 入射된 波는 逆散亂되어 다시 受信될 것이며 이 때 B점에서의 受信音  $P(B, t)$ 는 C壓점에서 산란체의 密度 및 壓縮率의 變位에 의한 진폭과 위상의 不規則函數  $A(C, t_s)$  및  $\xi(C, t_s)$ 를 도입하면

$$P(B, t) = \frac{K \cdot A(C, t_s)}{(R+x) \cdot (r+r')} e^{-\alpha_1(R+r') - \alpha_2(x+r)} \cos [w(t_s - r'/c_1 - r/c_2) + \xi(C, t_s)] \cdot GT_r(t_s - r'/c_1 - r/c_2) \quad (17)$$

$$\text{단, } t_s = t - R/c_1 - x/c_2$$

그런데 모든 면에서 음압이 동일한 이상적인 變換器이므로 B점의 음압이 受信逆散亂音壓이 된다. 따라서 體積 V에 의한 逆散亂音壓  $P^{(s)}(B, t)$ 는

$$P^{(s)}(B, t) = \int_V P(B, t) dV \quad (18)$$

또한  $R \gg x, r' \gg r, R \sim r', r \sim x$ 이므로 gate 함수의 近似値는

$$GT_r(t_s - r'/c_1 - r/c_2) \simeq GT_r(2t_s - t) = \begin{cases} 1, & nT - \tau/2 < 2t_s - t < nT + \tau/2 \\ 0, & nT + \tau/2 < 2t_s - t < (n+1)T - \tau/2 \end{cases} \quad (19)$$

여기서  $n=0, 1, 2, \dots$ 이며 이는 하나의 burst에 의한 逆散亂過程이 다음번의 burst가 발생되기 以前에 完結되어지는 것을 의미한다. 따라서 식 (17) 및 (19)로부터

$$P^{(s)}(B, t) \simeq \frac{K \cdot e^{2\alpha_1 R}}{R^2} \int_V A(C, t_s - t) \cdot \cos [w(2t_s - t) + \xi(C, t_s)] \cdot e^{-2\alpha_2 x} dV \quad (20)$$

이제 식 (20)으로부터 n번째 burst에 의한 受信逆散亂音壓을 구하기 위해서 그림 6과 같이  $t_0$ 를  $T, 2T, 3T, nT$ 의 各 burst의 중심에서 이에 의한 逆散亂音壓의 임의의 점까지의 경과시간으로 정의하면 n번째 burst의 경우

$$t = nt + t_0 \quad (21)$$

로 되어 n번째 burst에 의한 受信逆散亂音壓  $P^{(s)}_n(t_0)$

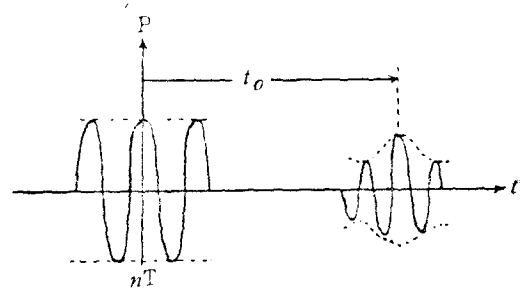


그림 6. n번째 burst와 逆散亂音壓  
Fig. 6. n-th burst and backscattered pressure

는 식 (20) 및 (21)에 의해

$$P^{(s)}_n(t_0) = \frac{K \cdot e^{-2\alpha_1 R}}{R^2} \left\{ \cos(\omega t_0) \int_V A(C, t_s) \cos[-2\omega x/c_2 + \xi(C, t_s)] \cdot e^{-2\alpha_2 x} dV - \sin(\omega t_0) \int_V A(C, t_s) \cdot \sin[-2\omega x/c_2 + \xi(C, t_s)] \cdot e^{-2\alpha_2 x} dV \right\} \quad (22)$$

$$\text{단, } t_s = nT + t_0 - 2R/c_1$$

이 식은  $R(t) \cdot \cos(\omega t_0) - S(t) \cdot \sin(\omega t_0)$ 의 형으로 나타나며  $R(t)$ 와  $S(t)$ 는 不規則函數로 Sigelmann 등에 의해 실측된 개(犬)의 혈액에 의한 逆散亂音壓을 관찰해 보면 이들 함수는  $\cos(\omega t_0)$ 나  $\sin(\omega t_0)$ 에 비하여 대단히 느리게 변화함을 알 수 있다.

## 5. 結 論

본 연구에서는 초음파의 血液에 의한 산란현상을 理論的인 측면에서 다루었다. 血液에 의한 超音波의 散亂이 赤血球에 기인한다는 사실에 입각하여 Chernow

式에서 출발하여 Helmholtz 式的 Green 함수를 도입, scattering amplitude 와 scattering cross-section 을 구했다. 이때 赤血球는 獨立散亂體로 취급되었고 헤마토크릿은 26% 이하로 한정되었으며 多重散亂메카니즘에서 2次 以上の 散亂成分은 무시되었다. 본 연구에서는 또한 Narrow-band 변환기의 n 번째 burst 에 의한 受信 逆散亂音壓을 구했는데 이때 振幅 및 位相의 不規則函數  $A(C, t_s)$  및  $\xi(C, t_s)$ 가 도입하였다.

본 연구의 今後の 과정은

① hole approach 를 응용하여 헤마토크릿이 26% 이상 45%까지 적용되게끔 散亂振幅과 散亂斷面積의 완전한 식을 구해야 하며

② 血液에 의한 散亂過程은 定常過程(stationary process)이기 때문에 逆散亂音壓의 自己相關(auto-correlation)을 취하여 메터表示와 같은 定量的 해석을 하여야 하며 이를 실현하는 시스템제작도 다음 단계의 과제이다.

### 參 考 文 獻

- 1) Bjorn A.J. Angelsen, "A theoretical study of the scattering of ultrasound from blood," *IEEE Trans. Biomed. Eng.*, Vol. BME-27, pp.61-67, Feb. 1980.
- 2) C.I. Beard, T.H. Kays, and V. Twersky, "Scattering by random distribution of spheres vs. concentration," *IEEE Trans. Ant. Prop.*, Vol. Ap-15, pp.99-118, Jan. 1967.
- 3) C.R. Hill, R.C. Chivers, and D. Nicholas, *Ultrasound: its applications in medicine and biology*, ed. by F.J. Fry, Elsevier, New York, 1978.
- 4) J.L. Rose, "Ultrasonic field analysis and approximation parameters," *Brit. Journ. of NDT.*, pp.109-113, Jul. 1975.
- 5) J.L. Rose, and B.B. Goldberg, *Basic physics in diagnostic Ultrasound*, Willey Medical Pub., New York, 1979.
- 6) K.K. Shung, R.A. Sigelmann, and J.M. Reid, "Scattering of Ultrasound by blood," *IEEE Trans. Biomed. Eng.*, Vol. BME-23, pp.460-467, Nov. 1976.
- 7) P.D. Edmonds, and R.F. Rusher, "Properties in basic research on diagnostic and therapeutic ultrasonic radiation" *IEEE Trans. Biomed. Eng.*, Vol. BME-19 pp.460~467, Nov. 1976.
- 8) R.A. Sigelmann, and J.M. Reid, "Ultrasound scattering from biological tissues, "Interaction of ultrasound & biological tissues, US. DHEW Pub.(FDA) 73-8008, pp245~249, 1972.
- 9) R.C. Chivers, "Phase and amplitude fluctuations in the propagation of acoustic waves in lossless inhomogeneous continua with velocity, density and bulk modulus variations," *Ultrasound in Med. & Biol.*, Vol. 4, pp.353-361, 1978.
- 10) R.J. Parry, and R.C. Chivers, "Data of the velocity and attenuation of ultrasound in mammalian tissues- a survey," U.S. Government. Printing office, Washington D.C., 1977.
- 11) R.C. Chivers, "The scattering of ultrasound by human tissues-some theoretical models," *Ultrasound in Med. & Biol.*, Vol.3, 1977.
- 12) S.W. Hawley, T.H. Kays, and V. Twersky, "Comparison of distribution functions from scattering data on different sets of spheres," *IEEE Trans. Ant. Prop.*, Vol. Ap-15, pp. 118-135, Jan. 1967.