

<論 文>

固體粉末이 浮上된 二相亂流 管流動의 解析

崔 英 惇* · 鄭 明 均**

(1980年 10月 14日 接受)

Analysis of Two Phase Turbulent Flow in Pipe with Suspension of Solid Particles

Young Don Choi and Myung Kyoon Chung

Abstract

The mixing length theory is extended to close the momentum equations for two-phase turbulent flow at a first-order closure level. It is assumed that the mass fraction of the particles is of the order of unity, that the particle size is so small that the particles are fully suspended in the primary fluid, and that the relaxation time scale of the particles is of the same order as the time scale of the energy containing eddies so that the suspended particles are responsive to the fluctuating turbulent field. The bulk motion of the particles is treated as a secondary fluid with its own coefficient of momentum transport. The proposed closure is applied to a fully developed gas-solid pipe flow in which the particles are assumed to be uniformly distributed across the pipe section. Predicted velocity profiles and the friction factors are in good agreement with available experimental data.

記 號 說 明

- a, b, C, C_1, C_d, C_i : 常數
- C_i : 抗力常數
- D : van Driest damping function
- d_p : 固體粒子的 直徑
- D_p : 管的 直徑
- f_0 : 固體粉末이 침가되지 않은 流體의 管摩擦係數
- f_{f+p} : 固體粉末이 침가된 流體의 管摩擦係數
- f_p : 第二氣體의 管摩擦係數
- F_{pi} : 第一氣體와 第二氣體의 速度差에 의해서 발생하는 Stokes 抗力
- l_f : 第一氣體을 混合거리
- l_p : 第二氣體의 混合거리

- P : 管內部の 壓力
- r : 管的 半徑方向座標
- R_* : Reynolds number $(= \frac{U_m \cdot D_p}{\nu_{f1}})$
- R_w : 管的 半徑
- t^* : Stokesian relaxation time $(= \frac{d_p^2}{36\nu_{f1}} (2 \frac{\rho_s}{\rho_f} + 1))$
- t_e : Eddy 의 存續時間
- t_L : Lagrangian integral time scale
- u_f' : 第一氣體의 管的 軸方向 亂流搖動速度
- u_p' : 第二氣體의 管的 軸方向 亂流搖動速度
- u_f : 第一氣體의 亂流搖動速度 제곱의 平均平方根
- u_p : 第二氣體의 亂流搖動速度 제곱의 平均平方根
- U_f : 第一氣體의 時間에 따른 管的 軸方向 平均速度
- U_p : 第二氣體의 時間에 따른 管的 軸方向 平均速度
- U_m : 第一氣體의 管的 半徑方向 거리에 따른 平

* 正會員, 高麗大學校 機械工學科
 **正會員, 韓國科學技術院 機械工學科

均速度

U^+ : 無次元速度 $(= \frac{U}{U_\tau})$

U_τ : 摩擦速度 $(= \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho_f}})$

v_f' : 第一氣體的 管의 半徑方向 亂流搖動速度

v_p' : 第二氣體的 管의 半徑方向 亂流搖動速度

V_f : 第一氣體的 時間에 따른 管의 半徑方向 平均速度

V_p : 第二氣體的 時間에 따른 管의 半徑方向 平均速度

x : 管의 軸方向 座標

y : 管壁으로부터의 거리 $(= R_w - r)$

y^+ : 無次元거리 $(= \frac{(R_w - r)U_\tau}{\nu_{f1}})$

$\delta_{0.99}$: 境界層두께

ν_f : 第一氣體的 渦粘性係數

ν_{f1} : 第一氣體的 層流動粘性係數

ν_{f0} : 固體粒子가 첨가되지 않은 氣體的 渦粘性係數

ν_p : 第二氣體的 渦粘性係數

ν_{p1} : 第二氣體的 層流動粘性係數

ν_{e1} : 等價層流動粘性係數

ν_{e2} : 等價渦粘性係數

κ : von Kármán의 常數

κ_p : 第二氣體的 渦擴散係數

L_f : Eulerian spatial integral scale

ρ_f : 第一氣體的 密度

ρ_p : 第二氣體的 密度

ρ_p' : 第二氣體的 亂流搖動密度

ρ_s : 固體粒子的 密度

τ_w : 混合氣體的 壁에서의 剪斷應力

α, β, λ : 常數

下記記號

f : 第一氣體

e : 等價, eddy

l : 層流流動

L : Lagrangian scale

m : 平均速度

p : 第二氣體

0 : 固體粉末이 첨가되지 않은 氣體

s : 固體粒子

t : 亂流流動

w : 壁

1. 序 論

固體粉末이 浮上된 二相流動은 石炭을 粉末化하여 運送하는 곳이나 보일러의 煙管을 통한 燃燒氣體의 흐름, 石炭을 粉末化하여 石油과 함께 燃燒시켜 發電하는 裝置등 여러 産業分野에서 應用되고 있다. 따라서 이에 관한 專門的 知識이 요구되어 왔고, 특히 實際流動의 例는 亂流流動이 많으므로 二相亂流流動에 대한 理解가 더욱 요구되고 있다.

이 分野에서 工學的으로 해결해야 할 問題點들로는 固體粉末이 浮上된 경우, 流動速度的 變化, 管摩擦係數의 變化, 熱傳達係數의 變化등을 豫測하는 것이다. 이 問題들에 대한 實驗的 研究^{(1)~(6)}는 比較的 많이 되어 있으나 解析的 研究은 적게 되어 있다. 그것은 固體粉末이 浮上된 경우 亂流流動의 渦粘性係數는 固體粒子和 氣體流動 사이의 相互作用, 固體粒子和 壁사이의 相互作用 固體粒子 自體의 相互作用 등, 복잡한 相互作用으로, 渦粘性係數에 대한 模型을 設定하기 어렵기 때문으로 생각된다. 이에 관한 약간의 理論的 研究^{(7)~(9)}나 實驗的 研究⁽¹⁰⁾가 있으나 流動의 解析에 正確히 적용하기는 아직 未及한 程度이다.

本 論文에서는 固體粉末이 浮上된 二相亂流流動의 代表的 例의 하나인 二相亂流管流動을 새로운 渦粘性係數模型과 層流動粘性係數模型을 設定하여 解析하고, 實驗資料와 比較함으로써 二相亂流管流動을 解析하는 方法과 二相亂流管流動의 特性을 考察하였다.

Melville and Bray⁽¹¹⁾는 最近 Owen⁽¹²⁾과 Meek and Jones⁽¹³⁾의 理論으로부터 얻어진 渦粘性係數模型을 사용하여 固體粉末이 浮上된 二相亂流제트를 解析함으로써, 實驗값과 比較的 잘 符合되는 結果를 얻었다. Melville and Bray는 固體粉末의 流動을 等價平均密度를 갖고 連續性이 있는 第二의 氣體로 간주하고 固體粉末이 氣體에 완전히 浮上되어 있다는 假定하에 제트流動을 解析하였다. 本 論文에서는 Melville and Bray의 解析方法을 固體壁이 있는 管流動에 擴大 적용하였다. 그러나 渦粘性係數模型은 修正하여 사용하였다.

Owen은 亂流流動에 固體粉末이 浮上되면 固體粒子和 氣體流動의 접촉面에서, 亂流運動에 너지가 消滅되기 때문에 第一氣體의 渦粘性係數가 減少한다는 理論을 제시했다. 그는 第一氣體에 의한 亂流運動에 너지生成率이 第一氣體 自體의 亂流에 너지 消滅率과 固體粒子和 氣體流動 사이의 接觸面에서의 消滅率의 合과 平衡을 이룬다는 假定 아래, 固體粉末이 浮上된 경우, 第

一氣體의 渦粘性係數를 固體粉末과 氣體의 負荷度의 比의 函數로 表示하였다. Owen의 理論에 의하면 固體粉末이 浮上된 경우 第一氣體의 渦粘性係數는 固體粉末의 負荷度의 比에 의해서만 變하나, Boothroyd⁽¹⁴⁾의 渦粘性係數 測定實驗에 의하면, 固體粉末의 負荷度의 比 뿐만 아니라 固體粒子의 相對的 크기에 따라서도 變하는 것이 밝혀졌다. Boothroyd는 이와 같은 現象은 固體粉末이 速度勾配가 있는 流動 속에서 搖動할 때, 亂流에너지가 生成되기 때문이라고 說明했다. 本 論文에서는 Boothroyd가 제시한 바와 같이 第二氣體에 의한 亂流에너지 生成을 考慮하여 第二氣體의 渦粘性係數모형을 誘導하고 이것을 流動解析에 사용하였다.

二相亂流流動의 解析에서 어려운 또 하나의 問題는 第二氣體의 渦粘性係數모형을 設定하는 것이다. Meek and Jones⁽¹³⁾는, 固體粒子들이 eddy 와 eddy 사이에서 自由落下하는 것을 考慮하여, 第二氣體의 渦粘性係數의 比를 誘導하였는데, 이 比가 Stokesian relaxation time 과 Lagrangian integral time scale의 比의 函數임을 보여주었다. 그러나 Soo⁽⁷⁾, Hinze⁽⁸⁾등은 自由落下를 考慮하지 않고, 第二氣體의 渦粘性係數를 誘導하여 Meek and Jones와 같은 경향의 모형을 提示하였다.

위의 理論들에 의해서 第二氣體의 渦粘性係數 變化的 大體的 傾向은 알 수 있으나 이 理論들은 固體壁面의 影響이 없는 곳에서 渦粘性係數를 誘導하였으므로 이 理論들이 제시하는 모형을 固體壁이 있는 管流動에 그대로 적용하기는 어렵다. 따라서 本 論文에서는 Meek and Jones의 渦粘性係數모형을 一般化하여 적용한 流動解析結果를 實驗結果와 비교하여서 實驗結果에 가장 잘 符合되게 하는 모형을 常數를 구하였다.

本 論文에서는 第二氣體의 渦粘性係數 뿐만 아니라 固體粉末의 첨가에 의한 層流動粘性係數의 變化도 考慮하였다. 速度勾配가 큰 層流動에 固體粒子가 存在하는 경우, 固體粒子의 回轉運動등에 의하여 固體粒子 주위의 流動分布가 變하여, 한 固體粒子에서 다른 固體粒子로 運動量이 傳達되는 過程과, 亂流流動에서 搖動하는 하나의 固體粒子에서 다른 固體粒子로 運動量이 傳達되는 過程에 類似性이 있음을 考慮하여, 第一氣體의 層流動粘性 係數에 대한 第二氣體의 層流動粘性係數의 比가 第一氣體의 渦粘性係數에 대한 第二氣體의 渦粘性係數의 比와 같다는 假定을 流動解析에 사용하였다.

Zinc 粉末이 空氣流動에 浮上되어 亂流流動으로 흐르는 경우, 運動方程式을 數值的으로 解析하여, 第一氣

體의 渦粘性係數와 第二氣體의 渦粘性係數, 그리고 第二氣體의 層流動粘性係數가 二相流動의 特性에 미치는 影響을 조사해 보았고, 각 粘性係數모형의 變化가 解析結果에 미치는 影響에 대하여도 검토해 보았다. 각 粘性係數에 影響을 주어서 流動特性을 變化시키는 因子는 管의 直徑, 固體粒子의 크기, 固體粉末의 負荷度, Reynolds number 인데 本 論文에서는 주로 管의 直徑, 固體粒子의 크기, 固體粉末의 負荷度の 影響에 대하여 검토해 보았다. 修正된 粘性係數모형을 사용하여 流動을 解析해본 結果, 管摩擦係數가 Boothroyd의 實驗結果⁽¹¹⁾와 比較的 잘 符合되었다.

2. 二相亂流 管流動의 解析

2.1. 基本方程式

固體粉末이 浮上된 管流動의 解析에서 固體粒子의 管直徑에 대한 相對的 크기가 작고, 固體粉末의 負荷도가 작은 경우, 固體粉末의 流動을 相當의 等價平均密度와 粘性係數를 갖는 第二氣體의 流動으로 간주하고 解析할 수 있다. ^{(11), (15)} 本 論文에서 解析하려는 流動條件도 固體粒子의 相對的 크기가 작고 固體粉末의 負荷도가 과히 크지 않은 범위이므로 이 方法을 채택하였다.

一般的으로 二相流動에 外部에서 熱이 가해지지 않는 경우 第一氣體는 非壓縮性流體로 간주되나, 第二氣體는 密度變化가 있는 壓縮性流體로 간주된다. 이와 같은 假定 아래, Melville⁽¹⁶⁾는 剪斷流動에 대하여 다음과 같은 Reynolds 平均方程式을 제시하였다.

(i) 連續方程式

$$\frac{\partial U_f}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r V_r) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho_f U_f}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \rho_f V_r) = -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \overline{\rho_f' v_r'}) \quad (2)$$

(ii) 運動方程式

$$\begin{aligned} & \rho_f U_f \frac{\partial U_f}{\partial x} + \rho_f V_r \frac{\partial U_f}{\partial r} \\ &= -\frac{\partial P}{\partial x} \Big|_f + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \rho_f \left(\nu_{r1} \frac{\partial U_f}{\partial r} - \overline{u_r' v_r'} \right) \right) \\ & \quad + F_{r1} \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} & \rho_p U_p \frac{\partial U_p}{\partial x} + \rho_p V_r \frac{\partial U_p}{\partial r} \\ &= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \rho_p \left(\nu_{r2} \frac{\partial U_p}{\partial r} - \overline{u_r' v_r'} \right) \right) \\ & \quad + \overline{\rho_p' v_r'} \frac{\partial U_p}{\partial r} - F_{r2} \end{aligned} \quad (4)$$

여기서 F_{pi} 는 第一氣體와 第二氣體의 速度差에 의해 생기는 Stokes의 抗力으로 다음과 같이 표시된다.⁽¹¹⁾

$$F_{pi} = C_s \frac{\rho_p}{t^*} (U_p - U_f) \quad (5)$$

여기서 C_s 는 固體粒子의 直徑에 관한 Reynolds number에 따라 變하는 抗力係數이고, t^* 는 Stokesian relaxation time으로

$$t^* = \frac{d_p^2}{36\nu_{f1}} \left(2 \frac{\rho_f}{\rho_p} + 1 \right) \quad (6)$$

로 주어진다. 固體粒子의 크기가 작고 固體粉末의 負荷도가 작은 경우, 固體粒子들은 第一氣體에 완전히 浮上되어, 第二氣體의 平均速度는 第一氣體와 같아지게 된다.⁽¹¹⁾ 이 假定을 사용하여 式 (3)과 式 (4)를 합하면

$$\begin{aligned} & (\rho_f + \rho_p) \left(U_f \frac{\partial U_f}{\partial x} + V_f \frac{\partial U_f}{\partial r} \right) \\ &= - \frac{\partial P}{\partial x} \Big|_f + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \left((\rho_f \nu_{f1} + \rho_p \nu_{p1}) \frac{\partial U_f}{\partial r} \right. \right. \\ & \quad \left. \left. - (\rho_f \overline{u_f' v_f'} + \rho_p \overline{u_p' v_p'}) \right) \right) + \overline{\rho_p' v_p'} \frac{\partial U_p}{\partial r} \quad (7) \end{aligned}$$

이 된다. $\overline{u_f' v_f'}$, $\overline{u_p' v_p'}$, $\overline{\rho_p' v_p'}$ 에 대하여 Boussinesq의 渦粘性係數모델과 渦擴散係數모델을 적용하면

$$\overline{u_f' v_f'} = -\nu_f \frac{\partial U_f}{\partial r} \quad (8)$$

$$\overline{u_p' v_p'} = -\nu_p \frac{\partial U_p}{\partial r} \quad (9)$$

$$\overline{\rho_p' v_p'} = -\kappa_p \frac{\partial \rho_p}{\partial r} \quad (10)$$

이 된다. 여기서 ν_f 는 第一氣體의 渦粘性係數이고 ν_p 는 第二氣體의 渦粘性係數이며 κ_p 는 第二氣體의 渦擴散係數이다.

Govier and Aziz⁽¹⁷⁾의, 管流動에서 第二氣體의 密度變化에 대한 實驗結果는, 固體粉末의 負荷도가 작을 때에는 第二氣體의 密度가 半徑方向에 따라 거의 一定하나, 固體粉末의 負荷도가 增加하면 第二氣體의 密度의 半徑方向에 따른 變化가 增加함을 보여주었다. 이 實驗結果에 의하면, 本論文에서 사용한 固體粉末의 負荷도의 범위에서는 第二氣體의 密度는 半徑方向에 따라 거의 一定하다고 볼 수 있다. 따라서 本論文에서는 第二의 密度가 半徑方向에 따라 一定하다고 假定하였다. 이 假定아래 式 (8), (9), (10)을 式 (7)에 代入하면

$$\begin{aligned} & (\rho_f + \rho_p) \left(U_f \frac{\partial U_f}{\partial x} + V_f \frac{\partial U_f}{\partial r} \right) \\ &= - \frac{\partial P}{\partial x} \Big|_f + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \left(\rho_f \nu_{f1} + \rho_p \nu_{p1} \right. \right. \\ & \quad \left. \left. + \rho_f \nu_f + \rho_p \nu_p \right) \frac{\partial U_f}{\partial r} \right) \quad (11) \end{aligned}$$

이 된다. Fully developed된 管流動에서는 式 (11)이

$$\begin{aligned} \frac{1}{\rho_f} \frac{dP}{dx} \Big|_f &= \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \left(\nu_{f1} + \frac{\rho_p}{\rho_f} \nu_{p1} \right. \right. \\ & \quad \left. \left. + \nu_f + \frac{\rho_p}{\rho_f} \nu_p \right) \frac{dU_f}{dr} \right) \quad (12-a) \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r (\nu_{e1} + \nu_{e1}) \frac{dU_f}{dr} \right) \quad (12-b)$$

로 된다. 여기서 ν_{e1} 는 等價層流動粘性係數로

$$\nu_{e1} = \nu_{f1} + \frac{\rho_p}{\rho_f} \nu_{p1} \quad (13)$$

로 定義되고, ν_{e1} 는 等價渦粘性係數로

$$\nu_{e1} = \nu_f + \frac{\rho_p}{\rho_f} \nu_p \quad (14)$$

로 定義된다. 方程式 (12)의 境界條件은

$$r=0 \text{에서 } \frac{\partial U_f}{\partial r} = 0 \quad (15)$$

$$r=R_w \text{에서 } U_f = 0 \quad (16)$$

이다.

2.2. 第一氣體의 渦粘性係數

運動方程式의 解析에 사용될 第一氣體의 渦粘性係數 모델은 Owen⁽¹²⁾의 理論에 根據하고 있다. Owen은 固體粒子가 浮上된 亂流流動에서는, 固體粒子和 氣體流動의 接觸面에서 亂流運動에너지가 消滅되기 때문에 第一氣體의 渦粘性係數가 減少한다고 제안했다. 더우기 그는 固體粒子의 存在에 의한 亂流에너지 消滅率이 $\frac{\rho_p u_f^3}{l_f}$ 에 比例한다고 제안했고, $\frac{t^*}{t_e} < 1$ 인 경우, 第一氣體에 의한 亂流에너지 生成率이 第一氣體 自體에 의한 亂流消滅率과 第一氣體와 固體粒子의 接觸面에서의 亂流에너지 消滅率의 和과 平衡을 이룬다는 假定하에, 다음과 같은 方程式을 誘導하였다.

$$\rho_f u_f l_f \left(\frac{dU_f}{dy} \right)^2 = C_d (\rho_f + \rho_p) \frac{u_f^3}{l_f} \quad (17)$$

여기서 C_d 는 $\frac{0.243}{\kappa^2}$ 으로, $\kappa=0.41$ 을 택할 경우 0.145가 된다. t_e 는 eddy의 存續時間으로 $\frac{l_f}{u_f}$ 에 比例한다. 方程式 (17)로부터 第一氣體의 渦粘性係數는

$$\nu_f = \frac{\nu_{f0}}{\left(1 + \frac{\rho_p}{\rho_f} \right)^{\frac{1}{2}}} \quad (18)$$

과 같이 誘導된다. $\frac{t^*}{t_e} \geq 1$ 인 경우에 대해서는 Owen은 $\nu_f = \nu_{f0} / \left(1 + \frac{\rho_p}{\rho_f} \left(\frac{t_e}{t^*} \right)^{\frac{1}{2}} \right)$ 를 제안했다.

그러나 方程式(17)의 誘導는 亂流에너지 生成이 단

지 第一氣體에 의해서만 일어난다는 假定하에 얻어진 것이다. 單位質量當 第一氣體의 亂流에너지 生成率은 $\overline{u_f'v_f'} \frac{dU_f}{dy}$ 로 表示되는데, 이 式은 速度勾配가 있는 流動에, 固體壁에 平行方向과 垂直方向의 亂流搖動成分이 存在하여 $\overline{u_f'v_f'}$ 가 存在하면 亂流에너지가 生成되는 것을 의미한다. 그런데 第一氣體가 亂流搖動을 하는 경우, 第二氣體도 亂流搖動을 하게 되므로, $\overline{u_p'v_p'}$ 가 存在하고 $\frac{dU_p}{dy}$ 도 存在하므로 亂流에너지는 第二氣體에 의해서도 生成되어야 한다고 생각된다. Boothroyd⁽¹⁴⁾는 固體粉末이 첨가된 管流動의 第一氣體의 渦粘性係數를 測定하였는데 固體粉末을 첨가한 경우와 첨가하지 않은 경우의 渦粘性係數의 比($\frac{\nu_f}{\nu_{f0}}$)가 固體粉末의 負荷度뿐만 아니라 管의 直徑에 따라서도 變하는 것을 발견 하였다.

Boothroyd는 그 原因이 第二氣體에 의한 亂流에너지 生成이라고 주장했다. 第一氣體에 의한 亂流에너지 生成만을 考慮하여 誘導한 Owen의 渦粘性모델, 式(18)에서는 $\frac{\nu_f}{\nu_{f0}}$ 는 固體粉末의 負荷度만의 函數이므로, Boothroyd가 測定한 管의 直徑變化에 따른 $\frac{\nu_f}{\nu_{f0}}$ 의 變化를 說明할 수 없다.

Boothroyd⁽¹⁴⁾가 제시한바와 같이 單位부피當, 單位時間當, 第二氣體에 의해서 生成되는 亂流에너지를 $\rho_p \overline{u_p'v_p'} \frac{dU_p}{dy}$ 라고 假定하고 $\overline{u_p'v_p'}$ 에 式(9)의 Boussinesq의 渦粘性係數모델을 적용하고, ν_p 에 Prandtl-Kolmogoroff 모델을 적용하면

$$\rho_p \overline{u_p'v_p'} \frac{dU_p}{dy} = \rho_p \nu_p \left(\frac{dU_p}{dy} \right)^2 \quad (19-a)$$

$$= 0.38 \rho_p u_p l_p \left(\frac{dU_p}{dy} \right)^2 \quad (19-b)$$

을 얻을 수 있다. 式(17)의 誘導過程에서 亂流에너지 生成率항에 式(19-b)를 첨가하고, 第二氣體의 平均速度(U_p)가 第一氣體의 平均速度(U_f)와 같다는 假定을 사용하면

$$\begin{aligned} & \rho_f u_f l_f \left(\frac{dU_f}{dy} \right)^2 + \rho_p u_p l_p \left(\frac{dU_f}{dy} \right)^2 \\ &= C_d (\rho_f + \rho_p) \frac{u_f^3}{l_f} \end{aligned} \quad (20)$$

을 얻을 수 있다. 이 式으로부터 第一氣體의 渦粘性係數를 誘導하면

$$\nu_f = \nu_{f0} \left(\frac{1 + \frac{\rho_p}{\rho_f} \frac{\nu_p}{\nu_f}}{1 + \frac{\rho_p}{\rho_f}} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (21)$$

이 된다. 本 論文에서 사용한 流動條件은 $\frac{t^*}{t_e}$ 가 대략 1 정도의 값에서부터 그 이하의 값을 취하므로 ν_f 의 誘導에 $\frac{t^*}{t_e}$ 의 影響은 考慮하지 않았다.

固體粉末이 첨가되지 않은 氣體의 渦粘性係數로, 固體壁의 影響이 작은 管의 中心部 ($R_w - r > \frac{\lambda \delta_{0.99}}{\kappa}$)에서는 一定渦粘性係數모델⁽¹⁸⁾

$$\nu_{f0} = \nu_{f1} \cdot a R_e^a \quad (22)$$

를 사용하였고 壁의 影響이 큰 內壁部 ($R_w - r < \frac{\lambda \delta_{0.99}}{\kappa}$)에서는 van Driest의 damping function을 사용한 混合거리모델(mixing length model)

$$\nu_{f0} = \kappa^2 (R_w - r)^2 D^2 \left| \frac{dU_f}{dr} \right| \quad (23)$$

을 사용하였다. 여기서 D 는 van Driest의 damping function이고, $a=0.005$, $b=0.9$, $\lambda=0.085$, $\kappa=0.41$ 을 사용하였다.

2.3. 第二氣體의 渦粘性係數

固體粉末이 浮上된 二相亂流流動의 解析에서 어려운 問題點의 하나는 第二氣體의 渦粘性係數모델을 設定하는 것이다. 一般的으로 第二氣體의 渦粘性係數는 第一氣體의 渦粘性係數에 比例한다고 가정되고 그 比例常數는 Stokesian relaxation time과 Lagrangian integral time scale의 比의 函數로 表示된다. Meek and Jones⁽¹³⁾는 固體粒子가 eddy와 eddy 사이에서 自由落下하는 것을 考慮하여 第二氣體와 第一氣體의 渦粘性係數의 比가

$$\frac{\nu_p}{\nu_f} = \frac{1}{1 + \frac{t^*}{t_L}} \quad (24)$$

이 됨을 보여주었다. 여기서 t_L 은 Lagrangian integral time scale이다. 그러나 Soo⁽⁷⁾, Hinze⁽⁸⁾등은 固體粒子의 自由落下를 考慮하지 않고, 第二氣體의 渦粘性係數를 誘導했고, Peskin⁽¹⁰⁾은 理論과 經驗을 토대로한 渦粘性係數모델을 제시했는데, $\frac{t^*}{t_L}$ 에 따른 $\frac{\nu_p}{\nu_f}$ 의 變化形態는 Meek and Jones의 모델과 대체로 一致한다. 그러나 이 理論들이 제시하는 渦粘性係數모델들은 固體壁의 影響이 없는 곳에서 誘導된 것이므로 固體壁이 있는 管流動의 解析에 그대로 적용하기는 곤란하다. 따라서 本 論文에서는 이 理論들이 제시한 모델들을 一般化하여

$$\frac{\nu_p}{\nu_f} = \frac{1}{1 + \alpha \left(\frac{t^*}{t_L} \right)^n} \quad (25)$$

으로 轉換하고 모델常數를 變化시켜 解析한 管摩擦係數의 固體粉末의 負荷度와 管의 直徑에 따른 變化의 特性이 實驗結果와 가장 잘 符合되는 β 값을 구하였다. 위의 理論들에 의하면 α 는 대략 1 정도의 값이고 β 는 1과 2 사이의 값이므로, 本 論文에서는 α 는 1로 固定하고 β 를 1과 2 사이에서 變化시켰다.

Lagrangian integral time scale t_L 에 대하여 Corrsin⁽¹⁵⁾은

$$t_L = \frac{L_f}{u_f} \quad (26)$$

을 제안 했는데, 이 式은 Snyder and Lumley⁽²⁰⁾의 實驗結果에 잘 符合된다. Melville and Bray⁽¹¹⁾는 式(26)과 Eulerian integral length scale 이 混合거리와 같다는 假定을 사용하여

$$t_L = \frac{l_f^2}{\nu_f} \quad (27)$$

을 誘導하였다. 한편 Hinze⁽²¹⁾는 Lagrangian time correlation 의 解析으로부터 t_L 을 誘導했는데 그가 導出した t_L 에 Prandtl-Kolmogoroff 의 渦粘性係數모델을 적용하면

$$t_L = C_1 \frac{l_f^2}{\nu_f} \quad (28)$$

이 얻어진다. 여기서 常數 C_1 는 Eulerian spatial integral scale 과 Lagrangian integral length scale 의 比에 따라서 定해지는 값인데, 이 比에 대하여 Snyder and Lumley⁽²⁰⁾와 Shlien and Corrsin⁽²²⁾ 등이 測定한 實驗값에 의하면, 0.40~1.36 사이의 값을 갖는다. 本 論文에서는 $C_1=1$ 을 假定하였다. 즉 t_L 값으로 式(27)을 사용하였다.

管의 中心部에서 混合거리 l_f 와 渦粘性係數 ν_f 가 一定하다고 假定하면 式(27)에서 t_L 이 一定하게 되고 따라서 式(24), (25)에서 $\frac{\nu_p}{\nu_f}$ 가 一定하게 된다. 한편 壁附近에서는 Prandtl 의 混合거리 理論을 式(27)에 적용하면 t_L 은 速度勾配에 逆比例하는 것을 알 수 있다. 따라서 式(24), (25)에서 $\frac{\nu_p}{\nu_f}$ 는 壁面に 가까이 갈수록 減少할 것으로 생각된다. 그러나 Soo and Tien⁽²³⁾ 의 壁附近에서 固體粒子的 搖動에 관한 理論的 解析에 의하면, 固體粒子가 壁附近에서 搖動하게 되면 壁面의 影響을 받게 되어 固體粒子的 亂流에너지가 壁面의 影響이 없는 경우보다 增加되어서 結果적으로 $\frac{\nu_p}{\nu_f}$ 는 管壁으로부터의 거리에 따라 대략 一定한 값을 갖게 된다는 것이 밝혀졌다. 따라서 本 論文에서는 管의 內壁

部의 $\frac{\nu_p}{\nu_f}$ 값이 管의 中心部에서 구한 一定한 값의 $\frac{\nu_p}{\nu_f}$ 와 같다고 假定하였다. 結果적으로 $\frac{\nu_p}{\nu_f}$ 는 管全體에 대하여 一定한 값을 갖게 된다. 式(18)과 式(24)를 式(14)에 代入하면

$$\nu_{ef} = \nu_{f0} \frac{\left(1 + \frac{\rho_p}{\rho_f} \left(\frac{1}{1 + \frac{t^*}{t_L}}\right)\right)}{\left(1 + \frac{\rho_p}{\rho_f}\right)^{\frac{1}{2}}} \quad (29)$$

이 되고, 式(21)과 式(25)를 式(14)에 代入하면

$$\nu_{ef} = \nu_{f0} \frac{\left(1 + \frac{\rho_p}{\rho_f} \left(\frac{1}{1 + \alpha \left(\frac{t^*}{t_L}\right)^\beta}\right)\right)^{\frac{1}{2}}}{\left(1 + \frac{\rho_p}{\rho_f}\right)^{\frac{1}{2}}} \quad (30)$$

이 된다. 式(29)는 Melville and Bray⁽¹¹⁾가 사용한 渦粘性係數모델이고, 式(30)은 修正된 渦粘性係數이다. 式(29), 式(30)에 式(6)과 式(27)을 代入하면 等價渦粘性係數는 固體粉末의 負荷度와 固體粒子的 管直徑에 대한 相對的 크기, Reynolds number 의 函數임을 알 수 있다.

2.4. 第二氣體의 層流動粘性係數

固體粒子가 流體의 層流動에 浮上되어 흐르는 경우 固體粒子周圍의 流動場과 應力場이 變하여 速度勾配에 대한 剪斷應力の 比와 運動에너지 消滅率이 增加하는데, 이것을 固體粒子的 存在에 의한 層流動粘性係數의 增加라고 한다.^{(24), (25), (26)} 이와 같이 固體粒子的 存在로 인하여 發生하는 層流動粘性係數의 增加량을 第二氣體의 層流動粘性係數라고 定義한다.

層流動의 速度勾配가 과히 크지 않을 경우 固體粒子的 첨가에 의한 層流動粘性係數의 變化에 대해서는 Happel⁽²⁴⁾, Frankel and Acrivos⁽²⁵⁾, Sather and Lee⁽²⁶⁾의 理論的 解析이 있는데 그들은 固體粉末이 첨가된 流動의 層流動粘性係數는 固體粉末의 負荷度の 增加에 따라 增加하는 것을 보여주었다.

그러나 本 論文에서 解析할 亂流流動의 層流亞層(laminar sublayer)에서와 같이 速度勾配가 큰 流動에 대해서도 위의 理論들을 적용할 수 있는가에 대해서는 확실치 않다. 그런데 層流動에서 浮上된 固體粒子가 回轉하거나 혹은 다른 原因에 의해서 固體粒子周圍의 流動場과 應力場을 變化시켜 運動量이 한 固體粒子에서 다른 固體粒子로 傳達되는 過程과, 亂流流動에서 第一氣體가 搖動함에 따라 固體粒子가 搖動하여 한 固

體粒子에서 다른 固體粒子로 運動量이 傳達되는 過程에 類似性이 있다고 생각되므로, 本 論文에서는 다음과 같이, 第一氣體의 層流動粘性係數에 대한 第二氣體의 層流動粘性係數의 比가 第一氣體의 渦粘性係數에 대한 第二氣體의 渦粘性係數의 比와 같다는 假定을 사용하였다.

$$\frac{\nu_{p1}}{\nu_{f1}} = \frac{\nu_p}{\nu_f} \quad (31)$$

3. 計算方法 및 結果에 대한 考察

앞에서 제시한 擴張된 混合거리모델을 固體壁이 있는 二相亂流 管流動에 적용하기 위하여, 方程式(12)를 數值的으로 積分하여, Boothroyd⁽¹⁾의 管摩擦係數 測定 實驗結果와 比較하였다.

管的 中心部 ($R_w - r \geq \frac{\lambda \delta_{0.99}}{\kappa}$)에서는 一定渦粘性係數 모델을 사용하였으므로 方程式(12)를 積分할 수 있는데 반하여, 管的 內壁部($R_w - r \leq \frac{\lambda \delta_{0.99}}{\kappa}$)에서는 混合거리모델을 사용하여서 ν_{e1} , ν_{s1} 가 r 의 函數이므로, 직접 積分이 곤란하여 數值積分하였다. 式 (23), 式 (30)을 式 (12)에 代入하고 r 에 대하여 積分하여 정리하면

$$\rho_f A \kappa^2 D^2 (R_w - r)^2 \left(\frac{dU_f}{dr} \right)^2 - \rho_f \nu_{e1} \frac{dU_f}{dr} + \frac{r}{2} \frac{dP}{dx} \Big|_r - \frac{C_1}{r} = 0 \quad (32)$$

여기서 A 는 $\frac{\nu_{e1}}{\nu_{f0}}$ 이고 C_1 은 積分常數이다. 積分常數 C_1 은, 式 (12)를 $R_w - r \geq \frac{\lambda \delta_{0.99}}{\kappa}$ 에서, 境界條件 式 (15)를 사용하여, r 에 대하여 한번 積分하여, $r = R_w - \frac{\lambda \delta_{0.99}}{\kappa}$ 에서 $\frac{dU_f}{dr}$ 을 $\frac{dP}{dx} \Big|_r$ 의 函數로 구하여, 式 (32)에 代入하면 구하여진다. 式 (32)는 $\frac{dU_f}{dr}$ 에 대한 二次方程式이므로 根의 公式으로 풀어서 陰의 값을 갖는 $\frac{dU_f}{dr}$ 을 취하여 境界條件 式 (16)을 사용하여 數值積分하면 U_f 가 구하여진다. 積分하는 순서는 먼저 $\frac{dP}{dx} \Big|_r$ 를 일정값으로 가정하여, 運動方程式을 積分하여 U_f 를 구한 후, U_f 의 r 에 대한 平均速度와 管直徑에 대한 Reynolds number를 구하여 Reynolds number가 定해진 값의 一定 誤差範圍에 들때 까지 $\frac{dP}{dx} \Big|_r$ 를 變化시키며 計算을 계속한다.

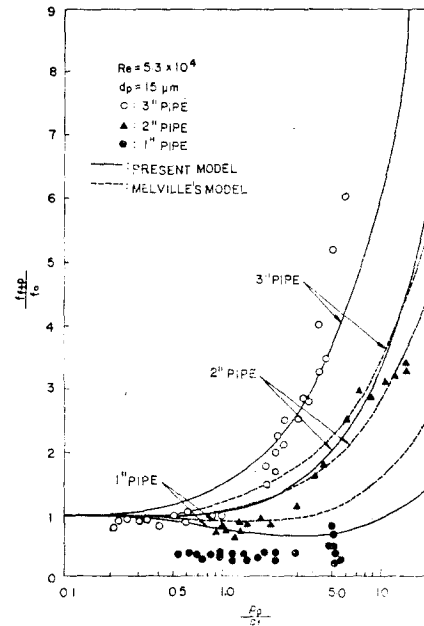


Fig. 1 Comparison of predicted friction factors with experimental data by Boothroyd.⁽¹⁾

Boothroyd⁽¹⁾는 球形의 zinc 粉末이 空氣流動에 浮上된 管流動의 摩擦係數를 測定하였는데, 實驗에 사용한 管은 直徑이 1 inch, 2 inch, 3 inch 管이었고, zinc 粉末의 크기는 0~40 μ m로 分布되어 있고, 平均直徑이 15 μ m이었다. 固體粉末의 負荷度는 0~10 사이 이었고 Reynolds number는 53000으로 一定한 값에서 實驗하였다. 本 論文의 計算에서는 固體粒子의 直徑을 15 μ m로 하고, 다른 條件은 Boothroyd의 實驗條件과 같게 하였다.

Fig.1은 方程式 (12)를 數值積分하여 얻은 固體粉末이 첨가된 경우의 管摩擦係數의 比와 實驗에서 測定한 값을 比較한 그림이다. 點線은 Melville의 渦粘性係數 모델을 사용하여 구한 結果이고 實線은 修正된 渦粘性係數 모델에서 $\beta=2$ 인 경우에 대하여 計算한 結果이다. 式 (30)에서 β 값이 增加하면 固體粒子의 相對의 크기에 따른 管摩擦係數의 變化가 커진다. 理論적으로 豫測되는 β 값의 範圍은 1~2 사이 인데, 이 範圍에서 計算結果가 實驗結果에 가장 잘 符合되는 것은 $\beta=2$ 일 때이다. 運動方程式을 固體粉末의 負荷度와 固體粒子의 크기, 管的 直徑을 變化시키며 解析하여 摩擦係數를 구해본 結果, 固體粒子의 첨가에 의한 第一氣體의 渦粘性係數의 變化가 固體粉末의 負荷度에 따른 管摩擦係數의 變化를 結定짓는 중요한 因子가 되는 것을 알 수 있었다. 式 (21)을 사용할 경우 式 (18)을

사용할 경우보다, 2 inch, 3 inch 管에서, 固體粉末의 負荷度增加에 따른 管摩擦係數의 增加勾配가 커지는데 이것은 實驗結果에 더 잘 符合된다. 修正된 渦粘性係數를 사용할 경우 解析結果가 實驗值에 比較的 잘 符合되므로 解析過程에서 導入된 여러 假定들의 妥當性을 알 수 있다.

위의 計算結果와 實驗結果에서 共通으로 나타난 特異한 點은 管의 直徑이 커짐에 따라 管摩擦係數가 增加하는 것이다. 이것은 式 (24), 式 (25)와 式 (6), 式 (27)에서 알 수 있는 바와 같이 管의 直徑이 커지면 $\frac{l^*}{l}$ 이 減少되므로 $\frac{\nu_p}{\nu_f}$ 가 增加되어 1에 가까워져서 式 (29), 式 (30)에서 ν_{e1} 가 增加하기 때문이다. 또 하나의 特異한 點으로는 1 inch 管의 경우 $\frac{\rho_p}{\rho_f}$ 가 增加함에 따라 管摩擦係數의 比가 減少했다가 다시 增加하는 것이다. Bocthroyd⁽¹⁾는 이 現象은 固體粉末의 負荷度가 작은 경우 固體粉末의 存在가 第一氣體의 亂流 運動量傳達을 방해하기 때문이라고 說明했다. 式 (29), 式 (30)은 위의 現象을 더 상세히 說明해준다. 즉 1 inch 管과 같이 固體粒子의 管直徑에 대한 相對的 크기가 클 경우 $\frac{\nu_p}{\nu_f}$ 는 작은 값을 취하기 때문에 固體粒子의 存在에 의한 亂流에너지 消滅現象이 惹起시키는 第一氣體의 渦粘性係數 減少效果가 第二氣體의 渦粘性係數增加效果보다 크게 作用하여 管摩擦係數의 比가 減少하는 現象이 나타나게 된다. 그러나 3 inch 管에서와 같이 固體粒子의 相對的 크기가 減少하면 $\frac{\nu_p}{\nu_f}$ 가 增加하여 固體粒子의 存在에 의한 渦粘性係數 增加效果

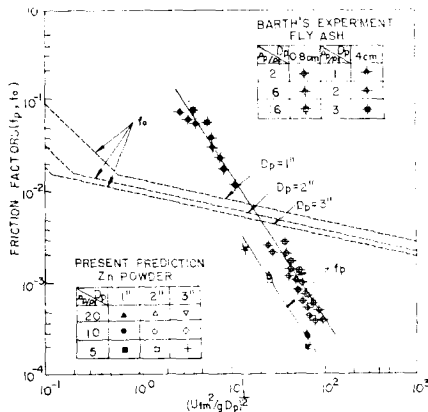


Fig. 2 Predicted variation of friction factor of secondary fluid in pipe as a function of Froude number. (experimental data for fly ash of $1\mu\text{m}$ are taken from Barth⁽²⁷⁾)

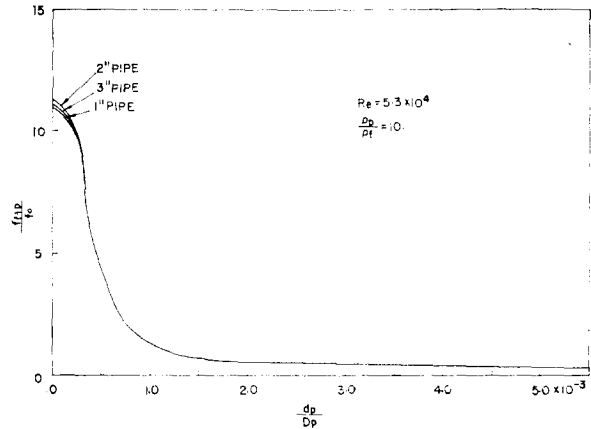


Fig. 3 Prediction of friction factors as a function of relative particle size.

가 亂流에너지 消滅에 의한 第一氣體의 渦粘性係數 減少效果보다 크게 作用하여 管摩擦係數는 $\frac{\rho_p}{\rho_f}$ 의 增加에 따라 恒상 增加한다.

Fig. 2는 第一氣體의 管摩擦係數를 Barth⁽²⁷⁾가 사용한 바와 같이 Froude number의 函數로 表示한 것이다. 그림에서 點線으로 表示된 f_0 는 Moody diagram에서 매끈한 管의 管摩擦係數를 Froude number의 函數로 表示한 것이다. Barth는 $1\mu\text{m}$ 의 均一한 크기의 fly ash를 運送하는 流動에서 第一氣體의 管摩擦係數를 測定하였는데, Froude number에 대하여 對數적으로 直線임을 보여주었다. 그림에서 보여주는 바와 같이 直徑이 다른 管의 管摩擦係數가 한 直線위에 나타내지는 것은 Froude number가 第二氣體의 管摩擦係數를 表示하는데 편리한 變數임을 알 수 있다. 本論文에서 zinc 粉末에 대하여 計算한 第二氣體 管摩擦係數도 역시 對數적으로 線形이며 다른 管直徑에 대한 管摩擦係數가 한 直線위에 表示된다. 다른 管直徑에 대한 第二氣體의 管摩擦係數가 實驗結果에서와 같이 한 直線위에 나타내지는 것은 解析過程의 妥當性을 보여주는 것으로 생각된다. 그림에서 f_p 는 Froude number가 增加함에 따라 f_0 보다 더 급속히 減少하는 데 이것은 Froude number가 增加함에 따라 固體粒子의 存在에 의한 亂流에너지 消滅效果가 커지기 때문으로 생각되고, Barth의 實驗과 解析結果가 완전히 일치하지 않는 것은 固體粒子의 크기와 材質이 다르기 때문으로 생각된다.

Fig. 3은 固體粉末이 첨가된 경우와 첨가되지 않은 경우의 管摩擦係數의 比를 固體粒子의 管直徑에 대한

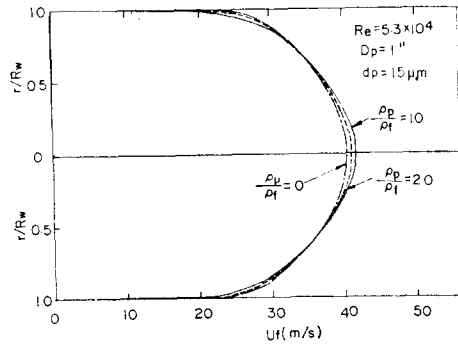


Fig. 4 Velocity profiles for various solid-gas loading ratios in 1'' pipe.

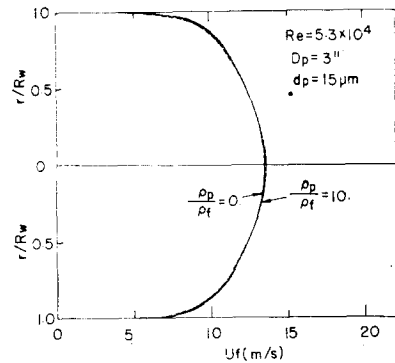


Fig. 5 Velocity profiles for various solid-gas loading ratios in 3'' pipe.

相對의 크기 $\left(\frac{d_p}{D_p}\right)$ 의 函數로 表示한 것이다. 그림에서 보여주는 바와 같이 管摩擦係數의 比는 Reynolds number가 一定한 경우 단지 固體粒子의 相對의 크기에 의해서만 變하는 것을 알 수 있다. 式 (30)에 의하면 이 關係는 Reynolds number가 變해도 成立되는 것을 알 수 있는데, Reynolds number가 增加하면 $\frac{l^*}{l_c}$ 가 增加하므로 管摩擦係數의 比가 減少됨을 推測할 수 있다.

Fig. 4와 Fig. 5는 1 inch 管과 3 inch 管에서 Reynolds number를 一定하게 하고 $\frac{\rho_p}{\rho_f}$ 를 變化시키며 速度分布를 계산한 結果이다. 두 管에 대하여 共通的으로 $\frac{\rho_p}{\rho_f}$ 가 增加하면 流動의 最大速度가 增加한다. 浮上物質의 負荷度가 增加하면 流動의 最大速度가 增加하는 現象은 Gill, Hewitt and Lacey⁽²⁸⁾에 의해서 觀測된 바 있다. Fig. 4, Fig. 5에 의하면 이 現象은 固體粒子의 相對의 크기가 커지면 增加하는 것을 알 수 있다.

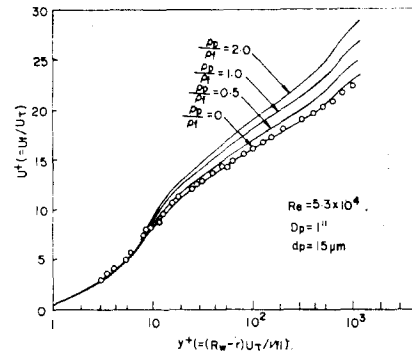


Fig. 6 Velocity profiles in wall coordinates in 1'' pipe. (o; experimental data taken from Laufer⁽²⁹⁾)

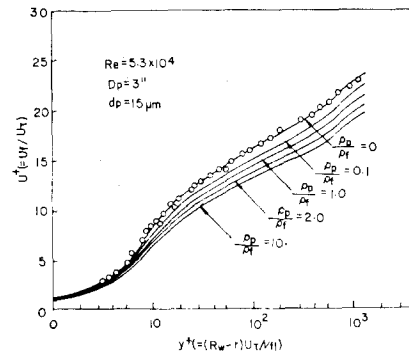


Fig. 7 Velocity profiles in wall coordinates in 3'' pipe. (o; experimental data taken from Laufer⁽²⁹⁾)

Fig. 6과 Fig. 7은 速度分布를 無二次元變數 $U^+ \left(= \frac{U_f}{U_f} \right)$, $y^+ \left(= \frac{(R_w - r)U_f}{\nu_f} \right)$ 의 座標로 圖示한 것이다. 固體粒子가 浮上되지 않은 경우에 대해서도 運動方程式을 解析하였는데, Laufer⁽²⁹⁾의 實驗値와 잘 一致함을 알 수 있다. 固體粒子의 相對의 크기가 큰 1 inch 管에서는 $\frac{\rho_p}{\rho_f}$ 가 增加함에 따라 U^+ 가 增加하고 固體粒子의 相對의 크기가 작은 3 inch 管에서는 $\frac{\rho_p}{\rho_f}$ 가 增加함에 따라 U^+ 가 減少한다. 이것은 Fig. 1에서 $\frac{\rho_p}{\rho_f}$ 의 變化에 따른 摩擦係數 比의 曲線勾配가 다르기 때문이다.

4. 結 論

本 論文에서는 固體粉末이 浮上된 二相亂流動을 固體粒子의 크기와 固體粉末의 負荷度가 과히 크지 않은 경우에 대하여 混合거리 理論을 擴張 적용하여 해석하

었다. 解析過程에서 固體粉末은 連續性이 있는 第二의 氣體로 간주하였고 第二氣體的 渦粘性係數와 層流粘性係數를 設定함으로써 固體粉末에 의한 運動量傳達을 考慮하였다.

修正된 渦粘性係數모델을 사용하여 流動을 解析하고 過去의 實驗資料와 比較함으로써 다음과 같은 몇가지 結論을 얻었다.

1. 固體粉末이 浮上된 二相亂流流動의 特性은 固體粉末의 存在에 의한 第一氣體的 渦粘性係數의 變化, 第二氣體的 渦粘性係數存在, 混合氣體的 層流粘性係數의 增加 등으로 結定되는데, 이 粘性係數들에 影響을 주는 因子들로는 固體粉末의 負荷度, 固體粒子的 管直徑에 대한 相對的 크기, Reynolds number 등이다.

2. 固體粉末이 浮上된 亂流管流動의 摩擦係數는 같은 Reynolds number 와 固體粉末의 負荷度에서 固體粒子的 管直徑에 대한 相對的 크기가 작을수록 增加한다.

3. 固體粒子的 相對的 크기가 작을 때에는 固體粉末의 負荷度가 增加하면 管摩擦係數가 增加하나 固體粒子的 相對的 크기가 클 때에는 負荷度가 增加하면 管摩擦係數가 減少하다가 어느 이상의 負荷度에서 부터 다시 增加한다.

4. 다른 管直徑에 대한 第二氣體的 管摩擦係數들은 Froude number 를 變數로 하여 表示할 경우 대략 對數的으로 하나의 直線으로 表示된다.

5. 같은 Reynolds number 에서 固體粉末의 負荷度を 增加시키면 流動의 最大速度는 增加하고 이 傾向은 固體粒子的 相對的 크기가 커질수록 커진다.

後 記

이 論文의 Computer 計算은 韓國科學技術院 機械工學科와 韓國科學財團의 後援으로 이루어진 것이며 이에 대하여 感謝드리고 이 論文의 研究를 도와주신 분들께 感謝드립니다.

參 考 文 獻

1. R.G, Boothroyd, Pressure Drop in Duct Flow Gaseous Suspensions of Fine Particles, Trans. Instu Chem. Engrs., Vol. 44, pp. 306~313, 1966.
2. C.A. Depew, Heat Transfer to Flowing Gas-Solid Mixtures in a Vertical Duct, Ph.D. Thesis, Rept. UCRL-9280, University of California

- Berkeley, 1957.
3. C.A. Depew and L. Fabbar, Heat Transfer to Pneumatically Conveyed Glass Particles of Fixed Size, J. of Heat Transfer, Trans. of ASME, May, pp. 164~172, 1963.
4. R.G. Boothroyd, Heat Transfer in Flowing Gaseous Suspensions, Chemical and Process Engineering, October, pp. 108~114, 1969.
5. M.K. Laats and F.A. Frishman, Scattering of an Inert Admixture of Different Grain Size in a Two-Phase Axisymmetric Jet, Heat. Transfer-Soviet Res., Vol. 2, pp. 7, 1970.
6. M.K. Laats and F.A. Frishman, Assumptions used in Calculating the Two Phase Jet, Fluid Dynamics, Vol. 5, pp. 333, 1970.
7. S.L. Soo, Statistical Properties of Momentum Transfer in Two Phase Flow, Chem. Engr. Sci., Vol. 5, April, pp. 57~67, 1956.
8. J.O. Hinze, Turbulence, Chap. 5, pp. 460~470, McGraw-Hill, New York, 1975.
9. R.W. O'Brien, A Method for the Calculation of Effective Transport Properties of Suspensions of Interacting Particles, Journal of Fluid Mechanics, Vol. 91, Part 1, pp. 17~39, 1979.
10. R. L. Peskin, Some Fundamental Research Problems in Gas-Solid Flows, AIChE Symposium, Vol. 71, No. 147, pp. 52~59, 1975.
11. W.K. Melville and K.N.C. Bray, A Model of the Two Phase Turbulent Jet, I.J. of Heat and Mass Transfer, Vol. 22, pp. 674~656, 1979.
12. P.R. Owen, Pneumatic Transport, Journal of Fluid Mechanics, Vol. 39, pp. 407~432, 1969.
13. C.C. Meek and B.G. Jones, Studies of the Behaviour of Heavy Particles in a Turbulent Fluid Flow, J. Atmos. Sci., Vol. 30, pp. 239~244, 1973.
14. R.G. Boothroyd, Turbulence Characteristics of the Gaseous Phase in Duct Flow of a Suspension of Fine Particles, Trans. Instu Chem. Engrs. Vol. 45, pp. 297~310, 1967.
15. S.L. Soo, Heat Transfer Process of Particulated Suspension, Advanced Heat Transfer, B.T. Chao Edited, pp. 417~437. University of Illinois Press, 1969.

16. W.K. Melville, The Two-Phase Turbulent Jet, Ph. D. Thesis, Southampton University, 1974.
17. G.W. Govier and K. Aziz, The Flow of Complex Mixtures in Pipes, pp.623, Van Nostrand Reinhold Company, 1972.
18. M.E. Crawford and W.E. Kays, A Program for Numerical Computation of Two Dimensional Internal/External Boundary Layer Flows, Rept. HMT-23, pp.19, Stanford University, California, 1975.
19. S. Corrsin, Estimates of the Relations Between Eulerian and Lagrangian Scales in Large Reynolds Number Turbulence, J. Atmos. Sci., Vol. 20, pp.115~119, 1963.
20. W.H. Snyder and J.L. Lumley, Some Measurement of Particle Velocity Autocorrelation Functions in a Turbulent Flow, Journal of Fluid Mechanics, Vol. 48, pp.41, 1971.
21. J.O. Hinze, Turbulence, Chap. 5, pp.425~426, McGraw-Hill, New York, 1975.
22. D.J. Shlien and S. Corrsin, Journal of Fluid Mechanics, Vol.62, pp.255, 1974.
23. S.L. Soo and C. L. Tien, Effect of the Wall on Two-Phase Turbulence Motion, J. of Appl. Mech., Trans. of ASME, March, pp.5~15, 1960.
24. J. Happel, Viscosity of Suspensions of Uniform Spheres, J. of Appl. Phy., Vol. 28, Nov., pp. 1288~1292, 1957.
25. N.A. Frankel and A. Acrivos, On the Viscosity of a Concentrated Suspension of Solid Spheres, Chem. Engr. Sci., Vol. 22, pp.847~853, 1967.
26. N.F. Sather and K.J. Lee, Viscosity of Concentrated Suspension of Sphere, Progress in Heat and Mass Transfer, Vol. 6, pp.575~589, 1972.
27. W. Barth, Flow Problems with Mixtures of Gaseous and Entrained Solid Particles, Engr. Digest, Vol. 23, pp.81~85, 1962.
28. L. E. Gill, C.F. Hewitt and M.C. Lacey, Sampling Probe Studies of the Gas Core in Annular Two-Phase Flow-II, Chem. Engr. Sci. Vol. 19, pp.665~682, 1964.
29. J. Laufer, "The Structure of Turbulence in Fully Developed Pipe Flow, NACA Rept. pp. 1174, 1954.