熱力學의 基本法則과 에너지의 效率的 利用(I)

盧 承 卓
〈서울大 工大 機械工學科·工博〉

1. 序 論

에너지資源의 확보가 점차 어려워지고 에너지의 價格이 상승되어감에 따라 에너지의 效率的 利用은 상대적으로 그 重要性이 높아지고 있다. 에너지의 效率的 利用은 個人의 單純한 消費節約에서부터 產業내지는 國家的 에너지 시스템에서의 節約에 이르기까지 그 規模가 다양하나 어떠한 경우에서나 에너지의 效率的 利用의 程度를 나타내는데 우리는 과거 오랫동안 效率이란 말을 使用하여 왔으며 이 의미는 시스템에 人爲的으로 投入된 에너지에 대하여 이로부터 導出되어 有用하게 使用되는 에너지의 比率을 뜻한다. 이러한 方式에 의하여 定義된 效率로는 사이클效率, 機器效率 등이 있으며 경우에 따라서는 效率이 100%를 넘을 수도 있다. 또한 에너지의 投入 또는 導出에서 異種의 에너지를 同時에 취급하는 경우에는 이를 함께 취급하는데에 問題點이 있다.

흔히 에너지를 保存, 節約하여야 한다고 말하고 있으나 엄밀한 의미에서 볼 때 이 말은 타당하지 못하다. 熱力學의 第1法則에 의하여 孤立系에서의 에너지는 항상 保存되므로 熱力學的面에서 볼 때에는 에너지의 保存, 節約이란 말은 달리 表現되어야 한다. 간단한 例를 들어보자. 80°C의 물 1kg과 0°C의 물 1kg이 混合되면 40°C의 물 2kg이 된다. 이 때 에너지는 0°C를 基準으로 하면 混合 前과 後는 모두 各各 80kcal로서 總에너지面에서는 損失이 전혀 없다. 그러나 40°C 程度의 물은 多量이 있더라도 別로 쓸모가 없음을 잘 알고 있다. 만약 위의 두 경우의 에너지를 等價라고 생각한다면 發電所의 復水器로부터 상당히 많은 量의 熱에너지를 導出하여 利用할 수 있을 것이다. 다시 말하면 에너지의 節約, 保存이란 말은 有用한 에너지를 保存하거나 에너지를 有用하게 使用하는 것으로 해석하여야 한다. 그러나 흔히 使用되는 效率에 의하여는 이와 같은 에너지의 質的 問題는 定量化되지 못한다. 이를 表現하기 위하여는 熱力學의 第2法則의 도움이 必要하며 에너지의 效率的 利用의 評價는 이를 근거로 하여야 할 것이다.

이 글의 또 다른 目的은 흔히 理論的인 學科目의 一部로서 취급되어 상당한 時間과 努力을 들여 熱力學에 대한 지식을 습득하고도 第2法則과 연관된 部分은 特殊한 경우를 제외하고는 도외시하는 경향이 있어 이의 重要性을 강조하기 위함이며 동시에 第2法則의 使用도 第1法則의 使用과 같이 자연스럽게 하기 위함이다. 흔히 第1法則과 연관된 사실은 우리가 모두 충분히 이해하여 더이상 논의할 필요가 없는 것으로 생각한다. 예를 들면 第1法則의 표현으로서의 에너지保存이란 말에서 "에너지란 무엇인가"에 대한 적절한 한마디의 답은 어려운 것이다. 그러나 지나칠 정도로 第2法則과 연관된 엔트로피에 대하여는 마치 그 正體가 불확실하기 때문에 使用하기도 곤란한 것으로 생각한다. 엔트

로피가 무엇인가를 물을 때에는 에너지가 무엇인가를 되물어 볼 필요가 있다는 말은 상당히 有用한 表現인 것으로 생각된다. 한잔의 커피가 식고 있을 때 커피로 부터 주위로 에너지의 傳達 즉 熱損失이 일어난다는 것과 同時에 非可逆現象으로서 우리 주위의 엔트로피가 증가되고 있다고 표현한 例가 있다.

이 글에서는 熱力學에 연관된 基本法則을 서술하고 에너지의 効率的 利用에 대하여 第1法則과 同時에 第2法則을 적용시키는 경우를 說明하고자 한다. 여기서는 熱力學에 연관된 各種의 定義나 說明 등에 있어 지나친 엄밀성은 피하고자 한다.

2. 熱力學의 基本法則

熱力學의 基本法則으로 들 수 있는 것에는 4個의 法則이 있다. 이 중 第0法則과 第3法則은 特別한 고려없이 使用하여 왔으며 第1法則과 第2法則은 各各 에너지의 保存法則과 엔트로피의 存在 또는 過程의 方向性 등의 表現으로 많이 使用하여 왔다. 熱力學의 法則이란 經驗 또는 實驗에 의한 結果를 一般化하여 이들이 타당성이 있다고 생각될 때 이들을 어떠한 더욱 基本的인 原理, 原則에 의하여 증명할 수 없이 믿는 사실을 體系化한 것이다.

2.1 熱力學의 第0法則 (Zeroth Law of Thermodynamics)

熱力學의 第0法則이라고 불리우는 法則은 溫度를 測定할 수 있는 근거를 마련한 것으로서 "두 物體가 제3의 物體와 各各 同一한 溫度에 있다면 두 物體는 서로 同一한 溫度에 있다"고 表現된다. 이는 우리의 經驗으로 미루어 볼 때 너무나 명확한 사실이기는 하나 이 事實은 우리가 흔히 使用하는 다른 어떠한 法則으로부터도 유도할 수가 없으므로 論理的 전개를 위하여는 必要한 法則이다. 제0법칙에 의한 근거를 마련하지 않고도 이미 熱力學의 第1, 2法則 등이 使用되어 왔으나 이에 앞선 더욱 基本的인 法則으로 생각하여 기존의 法則名을 바꾸지 않고 第0法則으로 명명하였다. 第3의 物體를 우리가 使用하는 溫度計로 생각하면 이 法則에 의하여 溫度를 測定, 比較할 수 있음이 分明하다.

2.2 熱力學의 第1法則 (First Law of Thermodynamics)

熱力學의 第1法則은 흔히 에너지의 保存法則이라고 表現한다. 이는 또한 에너지는 生成되거나 없어지지 않고 그 形態만을 바꾸게 된다고 서술하기도 한다. 그러나 熱力學의 第1法則은 이보다도 훨씬 깊은 의미를 내포하고 있다.

다음의 그림 1에서와 같은 시스템을 생각하자.

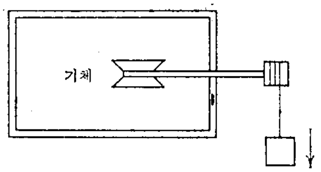

그림 1. 사이클에서의 熱과 일의 傳達

이 시스템은 공기나 물과 같은 任意의 物質로 생각하고 시스템의 경계를 통하여 일을 傳達할 수 있도록 추와 줄이 감긴 바퀴가 연결되어 있다. 최초 狀態 ①에서 시스템을 完全히 熱絶緣시키고 추를 아래로 내려뜨려 시스템에 일을 行하여 주면 시스템은 狀態 ②로 變換된다. 狀態 ②는 아마 溫度가 上昇되었을 것이다. 狀態 ②에서 시스템 주위의 熱絶緣物을 제거시켜 원래의 狀態 ①로 變換시키려면 시스템의 溫度를 낮추어야 한다. 즉 시스템으로부터 熱傳達이 外部로 行하여져야 한다. 이와같이 시스템이 ①의 狀態로부터 ②를 거쳐 다시 ①의 狀態로 복귀할 때 시스템은 사이클을 行한다고 말한다. 經驗에 의

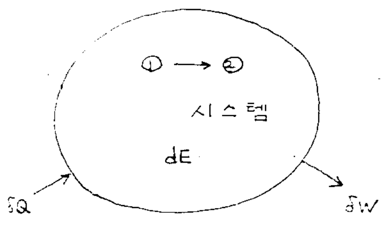

그림 2. 시스템에서의 상태 변화

하면 이러한 사이클 과정의 시스템에 대하여 사이클 동안에 시스템에 주어진 일 W와 사이클 동안에 시스템으로부터 傳達된 熱 Q 사이에는

$$QJ=W \qquad (2.1)$$

의 關係가 있다. 여기서 J는 熱量單位와 일의 單位에 따른 換算因子이나 同一한 單位를 使用한다면 $J=1$로 택할 수 있다. 이것을 一般化시켜 사이클의 어느 過程에서 주어진 熱量을 δQ, 行하여진 일을 δW로 나타내면 式 (2.1)은

$$\oint\delta Q=\oint\delta W \qquad (2.2)$$

로 표시된다. 여기서 $\oint$은 사이클 全體에 대한 積分을 나타내며 δQ, δW의 δ은 不完全微分量에 대한 미소량을 뜻한다(完全微分과 不完全微分에 對한 別途說明 참조). 式 (2.2)를 바꾸어 쓰면

$$\oint(\delta Q-\delta W)=0 \qquad (2.2a)$$

이 되며 이 式은 $(\delta Q-\delta W)$을 사이클積分 즉 폐쇄경로에 대하여 積分하면 0이 됨을 뜻한다. 사이클 積分이 0이 되면 別途說明에서 알 수 있듯이 피적분량은 完全微分量이 되어 1項의 數學的 函數로 표시되며 任意의 狀態사이의 積分에 있어 그 積分經路에는 無關하게 된다. 즉,

$$\delta Q-\delta W=dE \qquad (2.3)$$

로 쓸 수 있고

$$\int_1^2(\delta Q-\delta W)=\int_1^2 dE$$

의 값은 狀態 1과 2에 따라서만 決定되며 그 사이의 積分經路에는 無關하게 된다. 다시 말하면 熱力學의 第1法則으로부터 $\delta Q-\delta W$는 式 (2.3)으로 표시될 수 있고 狀態間의 經路過程에는 無關하며 最初와 最終 狀態에만 관련되는 點函數 E가 유도된다. 이를 廣義의 內部 에너지라고 부르고 物質이 保有한 運動에너지, 位置 에너지를 모두 포함시킨 量으로서

$$E=U+KE+PE$$

로 표시된다. 여기서 U는 物質의 狀態에 의하여 決定되는 內部에너지, KE와 PE는 各各 運動에너지와 位置에너지를 뜻한다. 여기서의 運動에너지와 位置에너지는 시스템 全體가 어떤 速度나 位置에 있을 때 시스템 全體로서 保有한 에너지를 뜻할 뿐이지 실제로 많은 工學的 問題에서 볼 수 있는 시스템의 경계를 통하여 出入하는 物質의 速度나 位置에 의한 에너지가 아님을 주의하여야 한다.

式 (3)을 熱力學의 第1法則의 表現으로 받아들일 수 있으며 그 意味는 다음과 같이 해석할 수 있다. 첫째는 그림 2에서 볼 수 있듯이 시스템이 δQ의 熱을 받고 δW의 일을 行하여 그 狀態가 ①에서 ②로 變化할 때 임의의 過程에 대하여

$$\delta Q-\delta W=dE$$

의 시스템 에너지가 증가된다는 것이다. 이는 시스템의 경계를 통하여 出入하는 에너지의 差가 시스템이 保有한 에너지의 증감으로 나타난 것으로 흔히 말하는 에너지保存의 法則을 뜻한다. 둘째는 任意의 過程에서 不完全微分量으로 表示되는 δQ와 δW가 그 差異인 $\delta Q-\delta W$로서는 完全微分量 dE를 形成하여 物質의 狀態에만 연관된 內部에너지 E를 定義하는 것이다. 이로 인하여 많은 熱力學에 관계되는 문헌에 內部에너지를 數表 또는 圖表로 나타낼 수 있는 것이다. 위에서 δQ와 δW가 不完全微分量이라 함은 同一한 狀態間의 變化에 있어서도 그 中間經路過程에 따라 所要되는 熱量이나 일量이 다르게 된다는 뜻이다. 이러한 例는 일이

$$\delta W=pdV$$

로 表示됨을 고려하면 즉시 알 수 있다. 여기서 P는 壓力, V는 體積을 뜻하며 狀態 1과 2사이의 일 ${}_1W_2$는

$${}_1W_2=\int_1^2 pdV$$

로 表示되고 이 積分값은 $P-V$線圖에서 點1과 2를 연결하는 過程曲線밑의 面積으로서 확실히 中間經路에 따라 그 값이 달라진다. 즉 일은 狀態만에 의존하는 量이 아니고 그 經路에 따라 달라지는 道程函數(path function)이다.

運動에너지와 位置에너지를 무시할 수 있을 때의 熱力學의 第1法則은 式 (2.3)을 變形하여

$$\delta Q=dU+\delta W \qquad (2.3a)$$

로 쓸 수 있고 더욱 일 δW를 流體의 體積變化에 따른 일로 限定하면

$$\delta Q=dU+pdV \qquad (2.4)$$

로 쓸 수 있다. 이 式으로부터 體積이 一定한

特殊한 경우를 고려하면 體積이 一定할 때 狀態變化에 所要되는 熱量 δQ_V는

$$\delta Q_V = dU \qquad (2.5)$$

즉 內部에너지의 差에 해당된다. 이것을 單位質量의 시스템에 적용하면

$$\delta q_V = \frac{1}{m}\delta Q_V = du \qquad (2.5a)$$

가 된다. 한편 壓力이 一定한 경우에 所要되는 熱量은

$$\delta Q_P = dU + d(PV) = d(U+PV) \qquad (2.6)$$

로 表示되므로

$$U + PV \equiv H \qquad (2.7)$$

로 定義하고 엔탈피(enthalpy)라고 부르면 所要熱量은 엔탈피의 差인 dH가 된다. 이를 다시 單位質量의 시스템에 적용하면

$$h = u + pv \qquad (2.7a)$$

이므로

$$\delta q_P = \frac{1}{m}\delta Q_P = \frac{1}{m}dH = dh \qquad (2.6a)$$

가 된다. 여기서 엔탈피의 定義를 一定한 壓力에서 狀態變化를 시키는데 所要되는 熱量으로 해석하여도 무방함을 알 수 있다.

2.3 流動系에 있어서의 熱力學의 第1法則

다음의 그림 3과 같이 入口狀態가 i로 표시되고 出口狀態가 e로 표시되는 流動系를 생각하자 任意의 時間간격 Δt 동안에 시스템이 入口로부터 $\dot{m}_i\,\Delta t$의 質量을 壓力 P_i, 溫度 T_i, 比體積 v_i 및 에너지 e_i의 狀態로서 받아들이고 出口에서 $\dot{m}_e\,\Delta t$의 質量을 하첨자 e로 表示된 狀態로서 배출시켜 시스템의 狀態가 1로부터 2로 바뀌었다면 시스템의 質量과 에너지에 對하여 다음 式이 成立된다.

$$m_2 - m_1 = \dot{m}_i\Delta t - \dot{m}_e\Delta t \qquad (2.8)$$

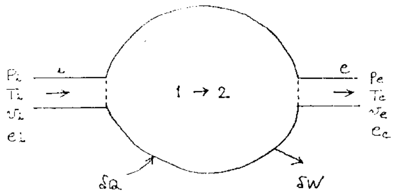

그림 3. 유동계에서의 제 1법칙

$$E_2 - E_1 = \delta Q - \delta W + \dot{m}_i\Delta te_i - \dot{m}_e\Delta te_e + P_i\Delta V_i - P_e\Delta V_e \qquad (2.9)$$

여기서 δQ는 時間간격 Δt동안에 傳達된 熱量, δW는 外部로 行하여진 일量으로서 軸일과 시스템의 體積變化에 따른 일까지도 포함된다. e_i와 e_e는 각각 入口와 出口에서의 에너지로서

$$e = u + \frac{v^2}{2} + gZ$$

의 形態로 나타낼 수 있다. 여기서 v는 流動速度, Z는 入出口의 높이를 나타내며 g는 重力加速度이다. 또한 $P_i\Delta V_i$로 나타낸 項은 들어오는 流體의 흐름에 의하여 시스템에 行하여지는 일을 나타내는 것으로 ΔV_i는 時間간격 Δt 동안에 流入되는 流體의 體積을 나타내며 $P_e\ \Delta V_e$는 出口측에 대한 유사한 量을 뜻한다.

$$\Delta V = \dot{m}\Delta tv$$

로 표시되므로 위의 式은 다음과 같이 變換된다.

$$\begin{aligned} E_2 - E_1 &= \delta Q - \delta W + \dot{m}_i\Delta t\left(u_i + \frac{1}{2}v_i^2 + gZ_i\right) \\ &\quad - \dot{m}_e\Delta t\left(u_e + \frac{1}{2}v_e^2 + gZ_e\right) + p_iv_i\dot{m}_i\Delta t \\ &\quad - p_ev_e\dot{m}_e\Delta t \\ &= \delta Q - \delta W \\ &\quad + \dot{m}_i\Delta t\left(h_i + \frac{1}{2}v_i^2 + gZ_i\right) \\ &\quad - \dot{m}_e\Delta t\left(h_e + \frac{1}{2}v_e^2 + gZ_e\right) \end{aligned} \qquad (2.10)$$

위에서 $h_i = u_i + p_iv_i$ 및 $h_i = u_i + p_iv_i$가 使用되었으며 이는 式(7a)의 定義에 따른 것이다. 式(2.10)의 各項을 Δt로 나누고 時間간격을 짧게 택하면

$$\dot{E} = \dot{Q} - \dot{W} + \dot{m}_i\left(h_i + \frac{1}{2}v_i^2 + gZ_i\right) - \dot{m}_e\left(h_e + \frac{1}{2}v_e^2 + gZ_e\right) \qquad (2.11)$$

로 된다. 이 式의 의미는 시스템의 에너지變化率 $\dot{E}$은 시스템으로 전달되거나 이로부터 나가는 熱 및 일 傳達率 $\delta\dot{Q} - \delta\dot{W}$에 入口에서 流入되는 質量의 엔탈피, 運動에너지와 位置에너지를 合하고 出口에서의 유사한 에너지로 빼어줌으로서 계산된다는 것이다. 여기서 주시할 사항은 流動에 의하여 傳達되는 에너지가 엔탈피 h로 表示된다는 點이다. 여기서 使用된 엔탈피의 의미는

一定한 壓力에서의 狀態變化에 따른 熱量과는 無關하고 單純히 式(7a)에 따른 定義를 使用한 것이다.

式(8)과 式(10), (11)을 시스템의 狀態가 時間에 따라 變化하지 않는 一定한 定常狀態(steady state)에 적용시키면

$E_2=E_1$ 또는 $E=0$

$\dot{m}_i=\dot{m}_e=\dot{m}$

$m_2=m_1=m$

이 成立되어 式(11)은 다음과 같이 된다.

$$\dot{Q}+\dot{m}\left(h_i+\frac{1}{2}v_i^2+gZ_i\right)=\dot{W}+\dot{m}\left(h_e+\frac{1}{2}v_e^2+gZ_e\right) \tag{2.12}$$

2.4 熱力學의 第2法則

2.4.1 熱力學의 第2法則의 叙述

熱力學의 第2法則이라고 부르는 重要한 基本法則은 앞에서의 第0法則이나 第1法則과 마찬가지로 經驗的으로 얻은 事實을 기술한 것으로서 모든 現象이 發生되어 進行될 때는 特定한 方向性이 존재함을 나타낸다. 熱傳達은 溫度가 높은 쪽으로부터 낮은 쪽으로만 自然的인 狀態에서는 일어난다든지 그림 4에서와 같이 外部로부터 일 W가 기체의 시스템에 行하여지고 기체가 Q의 熱을 外部로 전달시킴으로서 기체의 상태가 최초의 狀態로 복귀될 수 있으나, Q의 熱傳達을 外部에서 氣體로 行하여 氣體가 앞에서와 同一한 일 W를 外部로 行할 수 없다는 것은 經驗的으로 잘 알고 있다. 이러한 事實은 第1法則의 觀點에서 보면 시스템이 사이클을 이루는 경우이므로 $Q=W$가 되어야 할 것이나 그 變換過程에서 $W\rightarrow Q$는 可能하나 $Q\rightarrow W$는 部分的 變換만이 可能한 方向性이 있는 것이다. 이러한 例는 무수히 많으나 이들이 모두 同一한 性格을 가지고 있음을 밝힐 수 있다. 역사적으로는 Planck-Kelvin이나 Clausius에 의한 熱力學의 第2法則의 叙述이 많이 인용된다.

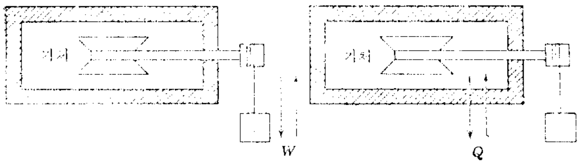

그림 4. 사이클에서의 일과 熱의 變換

◉ **Planck-Kelvin의 叙述**

사이클로 作動되며 單一의 熱源과 熱交換을 行하여 일을 發生시킬 수 있는 장치는 존재하지 않는다.

◉ **Clausius의 叙述**

사이클로 作動되며 外部에 아무 영향을 끼치지 않고 低溫部로부터 高溫部로 熱傳達을 시킬 수 있는 장치는 존재하지 않는다.

위의 두 叙述은 完全히 相異한 것으로 생각되나 實際는 同一한 表現임을 증명할 수 있다. 다만 이 증명은 두 叙述의 對等性에 관한 것으로서 各各의 事實 自體를 증명한 것은 아니고 熱力學의 第1法則에서 말하는 에너지 保存과 같이 지금까지의 經驗에 비추어 긍정적으로 받아들이는 것이다.

2.4.2 熱機關과 冷凍機

사이클로서 作動되며 外部로부터 熱供給을 받아 一部는 배출시키며 일을 發生시키는 장치를 熱機關이라고 부른다. 반면 사이클로서 作動되며 外部로부터 일을 供給받아 低溫部로부터 高溫部로 熱傳達을 시키는 장치를 보통 冷凍機라고 부른다. 그러나 使用 目的에 있어 高溫部에서 배출되는 熱을 利用할 때는 히이트 펌프(heat pump)라고도 부른다. 이들의 性能을 表現할 때에는 效率(efficiency) 또는 性能係數(coefficient of performance)의 用語를 使用한다.

熱機關에서 사이클 동안에 高溫部 t_H로부터 供給받는 熱量을 Q_H, 低溫部 t_L로 배출시키는 熱量을 Q_L이라고 하면 內部에너지 變化는 없으므로 사이클동안의 일 W는

$$Q_H-Q_L=W \tag{2.13}$$

로 나타난다. 이 때 熱機關의 效率은

$$\eta=\frac{W}{Q_H}=1-\frac{Q_L}{Q_H} \tag{2.14}$$

로 定義된다.

冷凍機에서는 사이클 동안에 W의 일을 소비하여 Q_L의 熱을 低溫部 t_L로부터 高溫部 t_H로 傳達시키므로 冷凍機의 性能係數 $(COP)_R$은

$$(COP)_R=\frac{Q_L}{W} \tag{2.15}$$

로 定義된다. 또한 히이트 펌프에서의 性能係數 $(COP)_H$는

$$(COP)_H=\frac{Q_H}{W} \tag{2.16}$$

로 정의되고 冷凍機나 히이트 펌프 모두에서

$$Q_L+W=Q_H$$

가 또한 成立된다.

熱機關과 冷凍機에서의 性能을 앞節의 第2法則의 叙述과 比較하면 Planck-Kelvin의 表現은 低溫部에서의 배출열량 Q_L이 0되는 機關은 있을 수 없다는 서술로서 効率이 100%가 될 수 없음을 뜻한다. 또 Clausius의 表現은 冷凍機나 히이트 펌프에서 일 W가 0이 될 수 없음을 뜻하며 따라서 性能係數가 無限大가 될 수 없음을 나타낸다.

2.4.3 카노 사이클(Carnot cycle)

熱機關의 効率은 100%가 될 수 없음을 第2法則에서 叙述하고 있다. 그러면 理論的이라 할지라도 最大効率은 얼마나 될 것인가? 이에 대한 답은 可逆機關을 가정함으로서 주어진다. 可逆機關은 可逆過程(reversible process)에 의하여 구성되는 사이클機關이며 可逆過程은 시스템의 過程을 逆으로 行하여 시스템이 最初의 狀態로 되돌아갈 수 있고 시스템은 물론 그 주위에 대하여도 전혀 아무런 變化도 없게 할 수 있는 가상적인 過程이다. 이 世上의 모든 過程은 實際는 可逆過程이 아닌 非可逆過程에 속한다. 모든 過程을 非可逆으로 만드는 要因에는 여러가지가 있을 수 있다. 마찰, 溫度差에 따른 熱傳達, 物質의 混合 등 많은 例가 있다.

주어진 두 熱源사이에서 作動되는 熱機關에서 可逆熱機關보다도 더 높은 效率을 가진 機關은 存在하지 않는다는 것을 熱力學의 第2法則의 叙述에 맞추어 쉽게 증명할 수 있다.

可逆사이클의 例로서 카노(Carnot) 사이클이 있다. 카노사이클은 두개의 等溫過程과 두개의 斷熱過程으로 이루어지는 可逆사이클로서 주어진 두 等溫의 熱源사이에서 作動되는 사이클 중에서 最大의 熱効率을 가짐은 앞에서와 같이 증명할 수 있다. 이를 약간 더 확장시키면 두개의 주어진 等溫의 熱源사이에서 作動되는 카노사이클의 効率은 모두 同一함을 論理的으로 증명할 수 있다. 이 마지막의 카노사이클에 대한 說明은 카노사이클의 効率이 두 주어진 熱源의 溫度에만 관계되고 다른 어떠한 狀態量이나 作動媒質에 관련이 없음을 암시한다. 따라서 카노사이클을 새로운 溫度計로 받아들일 수 있을 것이다.

2.4.4 熱力學的 絶對溫度

흔히 熱力學의 第2法則에 기반을 둔 熱力學的 絶對溫度(thermodynamic absolute temperature)를 定義한다고 말한다. 이는 그림 5에서와 같은 카노사이클을 고려함으로서 說明할 수 있다. 카노사이클의 效率이 高溫部와 低溫部의 溫度 t_H와 t_L만의 函數이므로

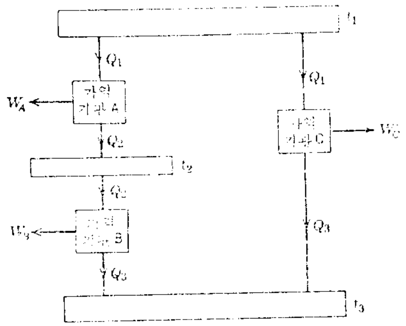

그림 5. 熱力學的 絶對溫度

$$\eta_C=1-\frac{Q_L}{Q_H}=\phi(t_L,\ t_H) \tag{2.17}$$

로 表示된다. 여기서 ϕ는 앞으로 명시될 함수이고 使用된 溫度 t_L이나 t_H는 分明하게 定義되지 않은 뜨겁고 찬 程度를 나타내는 任意의 溫度이다. 이 式은 바꾸어 새로운 函數로서

$$\frac{Q_H}{Q_L}=\phi(t_H,\ t_L) \tag{2.18}$$

로 바꾸어 쓸 수 있다. 이를 그림에서의 各各의 카노사이클 A, B 및 C에 적용시키면 다음 式이 成立된다.

$$\frac{Q_1}{Q_2}=\phi(t_1,\ t_2) \tag{2.19a}$$

$$\frac{Q_2}{Q_3}=\phi(t_2,\ t_3) \tag{2.19b}$$

$$\frac{Q_1}{Q_3}=\phi(t_1,\ t_3) \tag{2.19c}$$

한편

$$\frac{Q_1}{Q_2}=\frac{Q_1}{Q_3}\cdot\frac{Q_3}{Q_2}=\frac{\phi(t_1,\ t_3)}{\phi(t_2,\ t_3)} \tag{2.20}$$

이므로

$$\phi(t_1,\ t_2)=\frac{\phi(t_1,\ t_3)}{\phi(t_2,\ t_3)} \tag{2.21}$$

로서 좌변은 t_1과 t_2만의 函數이므로 우변의 t_3에 대한 함수 형태는 분리되어야만 한다. 즉

$$\phi(t_1,\ t_3)=f(t_1)\cdot g(t_3) \tag{2.22a}$$

$$\phi(t_2,\ t_3)=f(t_2)\cdot g(t_3) \tag{2.22b}$$

가 되어야 하며

$$\phi(t_1,\ t_2)=\frac{Q_1}{Q_2}=\frac{f(t_1)}{f(t_2)} \tag{2.23}$$

가 된다. 이를 一般化시키면

$$\frac{Q_H}{Q_L}=\frac{f(t_H)}{f(t_L)} \tag{2.24}$$

이 된다. 이 마지막 式의 意味는 카노사이클의 効率은

$$\eta_C=1-\frac{Q_L}{Q_H}=1-\frac{f(t_L)}{f(t_H)} \tag{2.25}$$

로 表示됨을 뜻한다. 여기서 函數 $f(t)$는 熱力學의 法則과는 전혀 관련이 없는 函數이며 任意의 溫度에 對한 새로운 溫度로서

$$T=Af(t) \tag{2.26}$$

로 두어 새로운 溫度 T를 定義하여 熱力學的 絕對溫度 T라고 부르며 K의 單位를 使用한다. 여기서 A는 常數이다. 그러면 카노사이클의 効力은

$$\eta_C=1-\frac{Q_L}{Q_H}=1-\frac{T_L}{T_H} \tag{2.27}$$

로 표시된다. 이제 상상적인 카노사이클에서 어느 한쪽의 溫度, 例를 들면, T_L을 基準溫度 T_3으로 一定하게 유지시킬 수 있는 경우로 생각하면

$$\eta_C=1-\frac{Q_3}{Q}=1-\frac{T_3}{T} \tag{2.28}$$

이 된다. 여기서 高溫部를 표시하는 T첨자 H는 생략 하였다. 基準點으로서 물의 三重點을 273.16 K로 선택하고 高溫部를 一定한 溫度로 유지하며 카노사이클에 熱供給을 行하여 Q와 Q_3 즉 効率을 측정한다면 이 때의 高溫部 溫度 T는

$$T=\frac{Q}{Q_3}T_3=(273.16\mathrm{K})\frac{Q}{Q_3} \tag{2.29}$$

로 定義된다. 이 式이 주는 의미는 카노사이클이 Q_H/Q_3을 측정함으로서 T_H를 定義할 수 있는 溫度計가 된다는 것이다. 물론 카노사이클이 理想的인 사이클이므로 實際 作動이 不可能하다는 問題點이 따르나 이는 理想氣體에 의한 溫度와의 對等性을 증명함으로서 問題가 解決된다.

2.4.5 絕對溫度와 理想氣體溫度와의 對等性

理想氣體란 物質의 狀態가

$$Pv=R\theta$$

로 表示되는 氣體로서 實際 存在하지는 않으나 모든 氣體가 壓力이 充分히 낮을 때 이에 해당된다. 이 式의 P, v, R은 各各 壓力, 比體積 및 常數이며 θ가 理想氣體溫度로 定義되는 量으로서 基準點을 앞에서와 같이 물의 三重點으로 택할 때

$$\theta=\theta_3\frac{(pv)}{(pv)_3}=(273.16\mathrm{K})\frac{(pv)}{(pv)_3} \tag{2.30}$$

로 쓸 수 있다. 여기서의 P는 充分히 낮은 壓力이어야 한다.

이제 理想氣體를 使用하여 高溫 θ와 低溫 $\theta_3=273.16\mathrm{K}$ 사이에서 作動하는 카노사이클을 고려하자. 이는 $p-V$ 線圖로서 나타내면 그림 6과 같다. 理想氣體에 第1法則을 적용시킬 때

$$\delta Q=dU+pdV=C_Vd\theta+pdV$$

이므로 過程 1−2의 熱供給量 Q는

$$Q=\int_1^2 PdV=\int_1^2\frac{R\theta}{V}dV=R\theta ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) \tag{2.31}$$

이고 유사하게 θ_3에서의 熱放出量 Q_3는

$$Q_3=R\theta_3 ln\left(\frac{V_3}{V_4}\right) \tag{2.32}$$

이다. 따라서 다음이 成立된다.

$$\frac{Q}{Q_3}=\frac{\theta}{\theta_3}\ \frac{ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)}{ln\left(\frac{V_3}{V_4}\right)} \tag{2.33}$$

한편 可逆斷熱過程에 있어

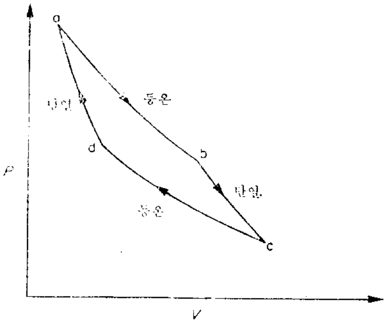

그림 6. 理想氣體의 카노사이클

$$\theta_1 V_1^{k-1} = \theta_3 V_4^{k-1}$$
$$\theta_2 V_2^{k-1} = \theta_3 V_3^{k-1} \qquad (2.34)$$

가 成立되므로

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{V_3}{V_4}$$

이고 式(33)은

$$\frac{\theta}{\theta_3} = \frac{Q}{Q_3} \qquad (2.35)$$

가 된다. 한편 카노사이클의 効率은 使用媒質에 關係없이

$$\eta_C = 1 - \frac{Q_3}{Q} = 1 - \frac{T_3}{T} \qquad (2.36)$$

이므로 式(35)와 함께

$$\frac{Q}{Q_3} = \frac{T}{T_3} = \frac{\theta}{\theta_3} \qquad (2.37)$$

가 된다. 여기서 $T_3 = \theta_3 = 273.16$K로 택하므로

$$T = \theta \qquad (2.38)$$

즉, 熱力學的 絶對溫度와 理想氣體溫度와는 同一함이 증명되었다.

理想氣體의 溫度는 섭씨(Celsius)溫度t°C와 연관하여 $\theta = (t + 273.15)$°K로 使用되어 왔으나 1967年 CGPM(General Conference of Weights and Measures)에서는 섭씨온도로

$$t°\mathrm{C} = T\mathrm{K} - 273.15 \qquad (2.39)$$

로 定義하고 있다. 여기서 式(29)에서의 273.16과 式 (2.39)에서의 273.15는 혼돈되지 않아야 한다. 이러한 定義에 따른다면 大氣壓에서의 물의 비등점은 섭씨 온도의 최초 定義에 使用되었던 것과 같이 정확한 100°C가 아니고 대체로 100°C라고 말할 수 있을 것이다. 그러나 實際 使用上의 問題點은 特殊한 경우를 제외하고는 없을 것이다.

完全微分과 不完全微分

x, y를 變數로하는 函數 $f(x,y) = x^3y^2 + x^2y^3$은 생각하자. 이의 微分은 定義에 따라

$$df = \frac{\partial f}{\partial x}\Big)_y dx + \frac{\partial f}{\partial y}\Big)_x dy = (3x^2y^2 + 2xy^3)\,dx + (2x^3y + 3x^2y^2)\,dy \qquad (a)$$

가 된다. 즉 式(a)로 表示된 微分式은

$$(3x^2y^2 + 2xy^3)\,dx + (2x^3y + 3x^2y^2)\,dy = d(x^3y^2 + x^2y^3) = df \qquad (b)$$

로 쓸 수 있고 式(b)의 마지막 項으로 表示된 것과 같이 單一項 df로 나타낼 수 있는 f라는 函數 $f(x,y) = x^3y^2 + x^2y^3$이 있다. 이와 같은 경우에 一般的으로

$$M(x, y)\,dx + N(x, y)\,dy$$

는 完全微分式이라고 부르고

$$M(x, y)\,dx + N(x, y)\,dy = df(x, y) \qquad (c)$$

로 나타낼 수 있다. 그러나 이것은 항상 가능한 것은 아니다. 式(c)와 같이 完全微分式이 되기 위한 必要充分條件은

$$\frac{\partial M(x, y)}{\partial y} = \frac{\partial N(x, y)}{\partial x} \qquad (d)$$

임은 잘 알려진 事實이다. 完全微分式은 아니나 微小變化量을 나타내는데 δ을 使用하여

$$\delta Q = (4x^2y^2 + 5xy^3)\,dx + (5x^3y + 4x^2y^2)\,dy \qquad (e\text{-}1)$$

$$\delta W=(x^2y^2+3xy^3)dx+(3x^3y+x^2y^2)dy \quad \text{(e-2)}$$

를 검토하면 式 δQ와 式 δW는 各各이 모두 完全微分式이 아니다. 즉, 앞에서의 式 (b)와 같이 $f(x, y)=x^3y^2+x^2y^3$ 이라는 函數 $f(x, y)$에 대응하는 $Q(x, y)$나 $W(x, y)$는 存在하지 않음을 알 수 있다. 이는 또한 式 (d)와 관련하여

$$8x^2y+15xy^2 \neq 15x^2y+8xy^2$$

$$2x^2y+9xy^2 \neq 9x^2y+2xy^2$$

으로부터로 확인할 수 있다. 다시 말하면 δQ와 δW는 不完全微分量이다. 그러나 이들의 差異인 $\delta Q-\delta W$를 조사하면

$$\delta Q-\delta W=(3x^2y^2+2xy^3)dx+(2x^3y+3x^2y^2)dy=d(x^3y^2+x^2y^3)=df(x,y)$$

로서 $\delta Q-\delta W=df(x, y)$의 形態로서 完全微分이 되고 그러한 函數 $f(x,y)$가

$$f(x,y)=x^3y^2+x^2y^3$$

으로서 存立함을 알 수 있다. 이는 또한 式 (d)와 비교하여

$$6x^2y+6xy^2=6x^2y+6xy^2$$

으로부터도 확인할 수 있다. 물론 어떠한 不完全微式의 경우에나 그 差가 完全微分式으로 表示됨이 아님은 기억하여야 한다.

不完全微分式을 完全微分의 式으로 바꿀 수 있는 또 하나의 方法은 적절한 因子를 도입하여 不完全微分式에 곱하여 주는 것이다. 例를 들면 式 (e-1)로 表示된 不完微分式 δQ는 $\frac{1}{x^2y^2(x+y)}$를 各項에 곱하여 完全微分式으로 바꿀 수 없다. 즉 式 (e-1)의 積分因子는 $\frac{1}{x^2y^2(x+y)}$이다. 따라서

$$\frac{\delta Q}{x^2y^2(x+y)}=\left[\frac{4}{x+y}+\frac{5y}{x(x+y)}\right]dx+\left[\frac{5x}{y(x+y)}+\frac{4}{x+y}\right]dy$$

이고

$$\frac{\partial}{\partial y}\left[\frac{4}{x+y}+\frac{5y}{x(x+y)}\right]=\frac{1}{(x+y)^2}$$

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{5x}{y(x+y)}+\frac{4}{4x+y}\right]=\frac{1}{(x+y)^2}$$

로서

$\frac{\delta Q}{x^2y^2(x+y)}$는 完全微分의 條件式 (d)를 만족하며

$$\frac{\delta Q}{x^2y^2(x+y)}=d\left[ln\left(\frac{x^5y^5}{x+y}\right)\right]=df$$

로서

$$\frac{\delta Q}{x^2y^2(x+y)}=df$$

되는 函數 $f=ln\left(\frac{x^5y^5}{x+y}\right)$가 存在한다. 즉 不完全微分 $\delta Q=(4x^2y^2+5xy^3)dx+(5x^3y+4x^2y^2)dy$는 積分因子 $\frac{1}{x^2y^2(x+y)}$을 곱하여 完全微分으로 바꿀 수 있고 이에 대응하는 函數 $f(x,y)=ln\left[\frac{x^5y^5}{(x+y)}\right]$을 찾을 수 있다. 그러나 이와 같은 積分因子의 存在는 2變數函數인 경우에만 적용되고 3이상의 變數에 대하여는 항상 해당되지는 않는다.

完全微分으로 表現되는

$$df(x, y, z)=P(x, y, z)dx+Q(x, y, z)dy+R(x, y, z)dz$$

에 대하여는 다음 사항이 성립된다.

(1) $P=\frac{\partial f}{\partial x}$, $Q=\frac{\partial f}{\partial y}$, $R=\frac{\partial f}{\partial z}$

(2) 피적분함수가 영역내에서 解析的일 때 폐쇄積分經路에 대한 線積分

$$\oint df=\oint(pdx+Qdy+Rdz)=0$$

이다.

(3) 狀態 1과 2사이의 積分값은 中間經路에 無關하고 그 값은 항상 同一하다. 즉 經路 A와 B에 대하여 항상

$$\int_1^2 df=A\int_1^2(Pdx+Qdy+RdZ)=B\int_1^2(Pdx+Qdy+Rdz)$$

이 成立된다. 따라서 積分값은 狀態點만 주어지면 數表化나 圖表化가 가능하다.

◇

國際學術大會案內

- 日 時 : 1982年 7月 26～29日
- 場 所 : 日本 東京 中央大學校
- 原稿審勘 : 抄錄(Abstract) 1931. 9. 1
  論文(Full Paper) 1982. 2. 1
- 連絡處 : Dr. Mutsuto Kawahara
  Conference Secretary
  Department of Civil Engineering
  Chuo University
  Kasuga, Bunkyo-Ku, Tokyo, 112
  JAPAN

SYMPOSIUM TOPICS

New computational techniques and mathematical foundation
Newtonian and Non Newtonian fluid flow
Laminar and turbulent flow
Supersonic and transonic flow
Transport phenomena
Mass and heat transfer
Multiple layer flow
Magnetohydrodynamics and plasmadynamics
Wave propagation
Fluid stability
Fluid-solid interaction
Ocean dynamics
Meteorological dynamics
Ground water flow
Well hydrodynamics
Flow in fluid machinery and storage tank
Aerodynamics
Ship hydrodynamics
Flow in estuary, lake and river
Tribology and lubrication
Miscellaneous