◀論 文▶

浴槽의 保温性能研究

—理論·計算·實驗—

李 炳 昊·徐 廷 一

A Performance Equation of Bath Tubs

by
Byung Ho Lee and Jung Il Suh

ABSTRACT

In this paper, a new performance equation of bath tubs has been derived, which is very characteristically illuminating and in good agreement with experiments:

$$T = T_\infty + (T_0 - T_\infty)\, e^{-\frac{k(A_f' + A_0)}{MC_p \Delta x} t},$$

where T_∞ is the temperature of the bathroom, T_0 that of the bathwater at $t = 0$, k the overall heat conductivity of the tub-wall, A_f' the equivalent surface area to the wall, A_0 the submerged area of the tub-wall, M mass of the bath-water, C_p the specific heat of the bathwater and Δx the thickness of the tub-wall. Here the equivalent-free surface area is written as

$$A_f' = mA_f, \quad m = \text{const.}(1-\phi)^{0.88}:$$

where m is a numerical factor which is determined by a simple experiment and some calculation, ϕ the relative humidity and A_f the real free-surface area.

From this study, it has been clarified that cooling of bath-water is mainly due to mass-transfer through evaporation from the free surface and conductive heat loss through the tub-wall is minor, which rather gaily mock at common sense.

The effect of keeping bathwater warm by increase of the tub-wall thickness is also analyzed by a new idea of the thickness gain factor.

I. 緖 論

浴槽內의 温水의 冷却速度를 支配하는 熱損失에는 첫째로 温水의 自由表面을 通한 蒸發熱損失과, 둘째로 浸水된 浴槽壁層을 通한 熱傳導損失과, 그리고 셋째로 浸水되지 않은 露出된 浴槽壁面에서의 對流熱損失로 나누어진다. 이밖에 輻射에 依한 熱損失도 생각할 수 있으나, 温水의 温度가 그것을 考慮하기에는 너무 낮아서 이는 無視된다.

以上 세가지 熱損失中 셋째것도 나중 詳細히 解析해서 따지지만, 첫째것과 둘째것에 比해서 2%未滿으로 되기때문에 大槪 無視된다.

相對濕度가 아주 높지않을 때에는 첫째의 蒸發熱損失이 가장 支配的인 것은 놀날만하다. 即 浴槽의 温水의 冷却速度는 主로 蒸發에 依한 質量傳達에 依한 것이지, 熱傳達(傳道熱損失)에 依한 것이 아닌 事實이 判明됐다. 例를들어 相對濕度가 80% 程度면 蒸發에 依한 熱損失量이 全熱損失量의 約 70%가량이 되고, 相對温度가

60%程度이면 約85%와 浴槽內의 溫水를 冷却시키는 主原因이 된다.

그런데 이 蒸發熱損失은 浴室內의 室溫과 溫水의 溫度, 그리고 室內의 相對濕度에 크게 左右된다. 그 中 相對濕度가 높을수록 이 蒸發의 熱損失은 減少한다. 公衆沐浴湯같은데서 蒸氣가 자욱하면 相對濕度가 거이 95%까지 되는 수가 있는데, 이럴때에는 蒸發이 크게 抑制되어 蒸發熱損失은 全損失量의 20～30%未滿으로 될 수 있다.

勿論 Polyurethane foam으로 만든 保溫壁層을 가진 Stain less 浴槽의 壁面層을 通하여 流失되는 傳導熱損失도 詳細히 解析한다. 本論文에서는 이 傳導熱損失을 土臺로 해서 自由表面에서 일어나는 蒸發熱損失도 前者로 換算하여, 浴槽의 溫水의 冷却을 總體的으로 傳導에 의한 熱損失로 解析한다. 이를 爲하여 自由表面을 通한 蒸發熱損失量과 等價의 熱傳導損失量을 줄만한 浴槽壁層面積을 導出했다. 이런 方式의 解析의 結果는 매우 合理的인 冷却式을 가져왔다.

끝으로 保溫層의 두께를 數倍로 늘렸을 경우에 保溫의 效果도 詳細히 考察하였다.

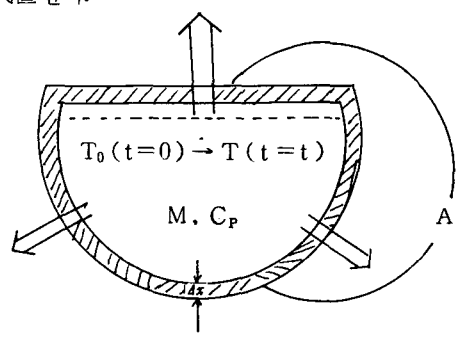
沐漕內의 溫水의 保溫의 問題는 매우 實用的인 것임에도 不拘하고, 全然 文獻이 없어, 本論文은 獨自的인 創意에 依해서 이루어진 것이며, 特히 여기서 導出된 理論式이 實驗値와 매우 잘 一致한다는 것은 刮目할만하다.

浴槽의 保溫性能 實驗은 그 環境條件(特히 相對濕度와 室溫)을 골고루 體系的으로 바꾸어가며 해나가기가 매우 까다롭다. 따라서 浴槽의 保溫性能에 對한 最適設計는 우리가 提示하는 이 方法으로 Program을 짜서 Computer에서 그 最適條件을 찾을 수 있는 基本性能式을 導出했다고 생각하는 바 이다.

Ⅱ. 浴槽性能基本式 導出

2.1. 傳導熱損失만으로 因한 冷却式

지금 理論을 簡單化하기 爲하여 溫水가 全面同一한 두께 Δx의 均一한 保溫材로 둘러싸였을 때를 생각한다. 이러한 假定은 極히 一般的이며, 나중에 自由表面에서의 蒸發熱損失量과 等價의 熱損失을 주는 浴槽壁面積으로 自由表面積을 換算代置한다.



지금 溫水의 質量을 M, 比熱을 C_p, 總傳導壁面積을 A, 時間 t 동안에 初期 溫度 T_0(℃)에서 T(℃)로 冷却되었다면, 熱收支均衡에서 다음式이 成立한다.

$$MC_p(T_0-T)=\int_0^t Ak\left(\frac{T-T_\infty}{\Delta x}\right)dt$$

여기 T_∞는 浴室內의 平均溫度이다.

이 式에서 右邊의 積分은 溫度 T가 t의 函數의 모양을 미리 알기 前에는 풀 수가 없으므로 차라리 兩邊을 微分해서 얻어지는 微分方程式으로 고쳐서 푸는 것이 바람직하다. 即

$$-MC_p\frac{dT}{dt}=Ak\frac{T-T_\infty}{\Delta x}$$

變數分離하면

$$\frac{dT}{T-T_\infty}=-\frac{Ak}{MC_p\Delta x}dt$$

이를 積分하면

$$\ln(T-T_\infty)=-\frac{Ak}{MC_p\Delta x}t+\text{const.}$$

여기 const는 初期條件 :

$t=0 : T=T_0$

를 利用하면 다음과 같이 얻어진다.

$\text{const.}=\ln(T_0-T_\infty)$

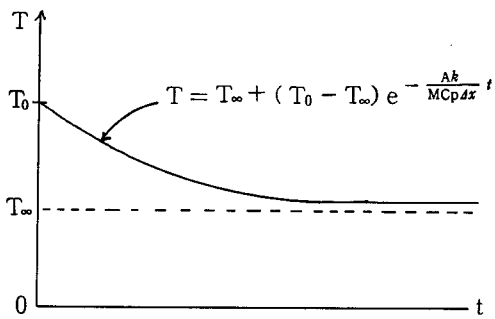
그러므로

$$\ln\left(\frac{T-T_\infty}{T_0-T_\infty}\right)=-\frac{Akt}{MC_p\Delta x},$$

即 $T=T_\infty+(T_0-T_\infty)e^{-\frac{Ak}{MC_p\Delta x}t}$

으로 된다. 이리하여 우리는 이 浴槽保温基本式을 導出한다. 結局 温水의 温度는 時間의 minus 指數函數로 떨어짐을 알 수 있다. 이 事實은 매우 自然스럽다.

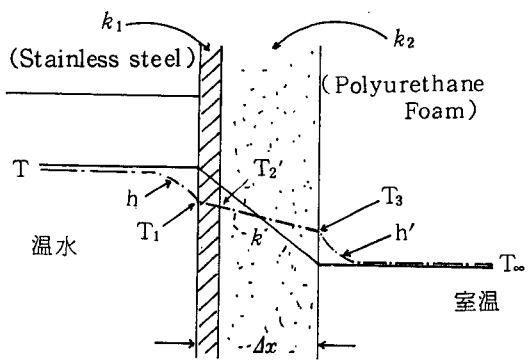
兩邊을 各各 T_0에서 빼면 温度降下(冷却) 의 時間函數를 다음과 같이 얻을 수 있다.



$$T_0-T=(T_0-T_\infty)-(T_0-T_\infty)e^{-\frac{kAt}{MC_p\Delta x}},$$

或은 $$\frac{T_0-T}{T_0-T_\infty}=1-e^{-\frac{kA}{MC_p\Delta x}t}$$

이 式이 浴槽의 温水의 冷却基本式이다.



2.2. 通算熱傳導率 k

浴槽壁層을 通한 傳導熱損失로 인하여 浴槽內의 温度 T는 內面의 film coefficient h에 依해서 曲線으로 감소하고, Stainless板과 保温材層에서 各各 다른 勾配의 直線的으로 감소하며, 다시 保温壁 外面의 film coefficient h'에 依해서 曲線的으로 室温까지 감소하게 되는데, 이를 點線으로 表示한 것 같이 T에서 T_∞로 純全히 單一한 熱傳導에 依해 떨어진 것으로 通算한다. 이와같이 簡單化의 正當性은 다음과 같이 立證할 수 있다.

普通 film coefficient에 不確定性이 많이 介在하기 마련인데, 첫째, 우리가 關心하고 있는 温水의 温度가 不過 45℃~40℃의 좁은 範圍이고, 둘째, 室温도 20℃~28℃의 範圍에 있을 뿐만 아니라, 문을 닫은 浴室內의 바람의 速度(蒸氣의 對流에 依한 것)가 그리 變動이 없다는 與件등으로 定常狀態에서는 다음과 같이 생각할 수 있다.

$$\frac{T-T_1}{\frac{\Delta x}{h\Delta x}}=\frac{T_1-T_2}{\frac{\Delta x}{k_1\Delta x/\Delta x_1}}=\frac{T_2-T_3}{\frac{\Delta x}{k_2\Delta x/\Delta x_2}}=\frac{T_3-T_\infty}{\frac{\Delta x}{h'\Delta x}}$$

$$\equiv\frac{T-T_\infty}{\frac{\Delta x}{k}}$$

여기 $$k=\left(\frac{1}{h\Delta x}+\frac{\Delta x_1}{k_1\Delta x}+\frac{\Delta x_2}{k_2\Delta x}+\frac{1}{h'\Delta x}\right)^{-1}$$

이리하여 通算熱傳導率 k를 求할 수가 있다. 即 温度分布曲線을 點線으로 表示되는 單一直線分布로 바꿀수가 있어서 먼저 浴槽保温性能式을 導出할때의 假定은 全的으로 正當했다.

2.3. 通算熱傳導率 k의 決定

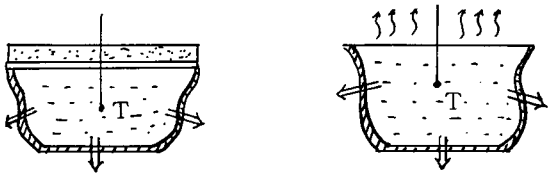
原來 熱傳導率과 film coefficient의 決定은 매우 까다롭다. 여기서는 다음과 같은 實驗으로 그 通算熱導率 k를 決定했다.

滿 Tank의 温水를 비닐로 여러겹 덥고, 石綿層을 그 위에 10cm가량 덮어서 浴槽自由表面에서 일어나는 蒸發의 熱損失을 遮斷한다. 따라서 熱은 浴槽壁面을 通하는 損失만이 될 것이다. 또 다른 實驗은 滿 Tank의 温水를 自由表面을 그대로 열어 놓고 温水의 温度의 降下를 時間에 따라 測定하는 것이다. 이 兩者의 差가 純蒸發에 依한 熱損失에 依한 것으로 볼 수 있다.

다음은 이번 case study에서 採用한 Stainless

浴槽의 實測値이다.

이 實驗에서 全傳導壁面은 15720cm² (實測), 滿 Tank의 温水의 물은 255*l* 이다. 結局 한시



$M = 255 \times 10^3$ gr

$A_0 = 15720\ cm^2$

$\Delta x = 0.7\ cm$

1980. 10. 4 측정 ($T_\infty = 21$℃, $\phi = 80$ %)

시 각	T(Top shield)	T(Top open)
9:48 PM	113.0°F(45 °C)	113.2°F(45 °C)
10:48 PM	111.9 °F(44.4 °C)	109.2°F(42.9°C)

$\Delta T)_{shield} = 0.6$℃/hr $\quad \Delta T)_{open} = 2.1$℃/hr

간 동안에 浴槽壁面을 通한 熱損失로 0.6 ℃ 가 冷却된 것이다. 그리고 벽 두께는 0.7 cm

$$\frac{A_0 t}{MC_p \Delta x} = \frac{(15720)(3600)}{(255\times10^3)(1)(0.7)} = 0.317\times10^3$$

$$\because\ e^{-\frac{kA_0 t}{MC_p \Delta x}} = e^{-0.317\times10^3 k}$$

한편 $\dfrac{T_0 - T}{T_0 - T_\infty} = \dfrac{45-44.4}{45-21} = \dfrac{0.6}{24} = 0.025$

따라서 冷却式에 依해서

$$0.025 = 1 - e^{-0.317\times10^3 k}$$

$$e^{-0.317\times10^3 k} = 0.975 = e^{-0.025378}$$

$$k = 0.80\times10^{-4}\ \text{cal/cm℃sec}$$

이것이 實驗에 使用한 Stainless 浴槽壁의 通算熱傳導率의 값이다. 이리하여 다른 浴槽의 通算熱傳導率 k의 값을 손쉽게 正確히 決定할 수 있다.

Ⅲ. 蒸發熱損失

앞節에서 본바와같이 浴槽內의 温水의 冷却은 自由表面에서의 蒸發에 依한 質量傳達로 인한 熱損失이 큰 部分을 担當함을 알았다. 이것은 또한 蒸發의 潛熱이 크기 때문이기도하다. 아무튼 이 蒸發熱損失이 支配的인 要因이 된다는 事實은 常識的豫想을 크게 뒤엎는 바가 있다.

그러면 이 蒸發量을 實驗으로 測定하려 할 때 浴槽自由表面의 基準이 1～2 時間內에 1mm內外로 되기 때문에 精確히 測定한다는 것은 어렵다. 그래서 이를 理論的으로 算出하는 方式을 取했다.

3.1. 蒸發量

아직 蒸發量을 算出할 수 있는 理論式은 없고, 다음의 半實驗式이 있읍니다.

이 論文에 의하면 大氣의 温度와 水表面 温度가 平衡을 이루고 있는 경우 蒸發에 依한 水準減少量 E_{ev}은

$E_{ev} = (0.37 + 0.0041\bar{v})(P_S - P_W)^{0.88}$ inch/day

으로 表示됨을 半 實驗的으로 確認했다. 여기

$\bar{v}$ = 바람의 日速, MPD (Miles per day)

P_S = 水面上 5′ 의 곳에서의 温度에 對한 飽和水蒸氣壓, inch Hg.

P_W = 같은 位置에서의 實際蒸氣壓, inch Hg.

따라서 우리의 温水의 경우에는 P_S와 P_W는 温水의 温度에 對한 것을 取해야 한다. 또 P_S와 P_W 사이에는 相對濕度 ϕ로 다음 關係가 있다.

$$P_W = P_S\phi$$

그러므로, E_{ev}의 第二因數

$$(P_S - P_W)^{0.88} = P_S^{0.88}(1-\phi)^{0.88}$$

으로 고쳐 쓸 수 있다.

다음에 P_S의 温度函數를 알면 좋으나, 一般的으로 複雜한 關係이어서, Steam Table로 數値를

---

*여기 實驗에서 알 수 있는 것은 蒸發에 依한 熱損失量이 (2.1−0.6)/2.1=71% (相對濕度 80% 일때)가량 된다는 것이다.

** Kohler, M. A, T. J. Nordenson and W. E. Fox; Evaporation from Pans and Lakes, U.S. Department of Commerce, Weather Bureau, Res. Pap. 38. May, 1955

各 温度에서 찾어 볼 수 있게 되어 있다. 우리 浴槽에서 關心되는 温水의 温度는 不過 40° ~ 45℃(104℉~113℉)의 좁은 範圍이므로 飽和 蒸氣壓 P_S를 다음과 같이 温度의 直線函數로 表示할 수 있다.

$P_S = 0.128925T - 2.981$ inch Hg. (T : ℃)

故로 $(P_S - P_W)^{0.88} = (0.1289\ T - 2.981)^{0.88} \cdot (1-\phi)^{0.88}$

로 바꿔 쓸 수 있다.

다음에는 E_{ev}의 第一因數를 考察하건데 그 속에 들어있는 $\bar{v}$라는 바람의 日速(MPH)은 매우 實驗的으로도 認定하기 어렵고, 가장 不確定性이 介在되는 因數이다. 왜냐하면 浴室의 문틈으로 새어들어오는 바람에 合流하여 對流와 더불어 氣流도 亂流가 되어 가지고 매우 複雜하다. 따라서 因數는 앞서 實驗에서 얻은 總蒸發熱損失量으로부터 逆으로 決定키로한다. 그러려면 蒸發의 潛熱을 먼저 求해야한다.

3.2. 蒸發의 潛熱

蒸發의 潛熱L는 温水의 温度를 絶對温度로 $T^*(=T+273.16)$ 表示하면

$L=(T+273.16)S_{fg}$는 cal/gr으로 된다. 여기 S_{fg}는 evaporation entropy 이며 亦是 Steam Table에서 찾어보도록 되어있다.

℉	102	104	106	108
S_{fg}(cal/gr)	1.8430	1.8345	1.8261	1.8179
	110	112	114	
	1.8090	1.8012	1.7930	

이것도 regression해서 温度의 一次函數로 代置하면

$S_{fg} = -0.00747T + 2.1333$ cal/℃gr

故로 蒸發의 潛熱은 40℃~45℃區間에서도

$L=(273.16+T)(-0.00747T+2.1333)$ cal/gr

3.3. 蒸發熱損失量計算

以上에서 自由表面의 水準이 줄어드는 量 E_{ev}을 알기 때문에, 거기에 自由表面積 A_f를 곱하면 蒸發量이 體積으로 나오고, 거기에 다시 密度 ρ와 蒸發의 潛熱을 곱하면 蒸發熱損失量(Q_{ev})의 cal가 積分으로서 얻어진다.

$$Q_{ev} = \int_0^t E_{ev} A_f \rho L \, dt$$

$$= \int_{T_0}^{T} E_{ev} A_f \rho L \frac{MC_p \Delta x}{(T_0 - T_\infty) kA} \, dT$$

$$\left(\text{여기서 } dt = -\frac{MC_p \Delta x}{(T_0 - T_\infty) kA} \, dT\right)$$

로 表示된다. 여기서 E_{ev}가 蒸發에 依한 水準의 降下이기 때문에 minus로 表示해야 한다. 그러나 이 積分을 遂行함에 있어서 또다시 問題가 되는 것은 A가 들어 있다는 것이다. 即 $A(=A_0+A_f')$ 속에 浸水되어 있는 壁面積 A_0은 미리 測定할 수 있으나, 自由表面積 A_f의 等價壁面積 A_f'을 아직 모르기 때문이며, 또 積分은 初等積分이지만 結果는 相當히 複雜하게 나온다.

3.4. 等價自由 面積

以上과 같은 蒸發熱損失을 計算하려면 複雜한 積分計算을 해야하며, 또 A自體도 温度와 濕度의 函數이기 때문에 그 關係를 알지 못하고서는 이 積分은 當場에 遂行키 어렵다.

따라서 먼저 等價自由表面積 A_f'를 求해야 한다. 이러한 目的에 立脚해서 單位時間當의 熱損失量을 等置해야한다. 即 單位時間當의 蒸發熱損失量은 $E_{ev}A_f\rho L$(cal)이며, 自由表面에 等價한 傳導壁面積 A_f'을 通하여 流出되는 熱量은 $kA_f'(T-T_\infty)/\Delta x$이다. 이를 等置하여 거기서 A_f'를 求하면

$$A_f' = \frac{\rho E_{ev} L \Delta x}{k(T-T_\infty)} A_f$$

으로 된다. 다시 말하면 實際 自由表面積 A_f의 $\frac{\rho E_{ev} L \Delta x}{k(T-T_\infty)}$ 倍가 等價自由表面積 A_f'로 된다는 뜻이다.

이렇게 定義한 것이 特히 意味가 있으려면 $\rho E_{ev} L \Delta x/k(T-T_\infty)$가 温度變化에 따라 不變한 定數가 되면 等價性의 目的을 더욱 잘 이룩하는데 理想的이다.

지금 前述한 Stainless浴槽의 경우를 들어 細密한 計算을 해서 그 結果를 表로 提示하면 다음과 같다.

ϕ	$\rho E_{ev} L \Delta x / k (T - T_\infty) \equiv m$			
	T=45℃	T=43℃	T=41℃	平均m값
80 %	5.64	5.66	5.68	5.66
85 %	4.38	4.40	4.41	4.40
90 %	3.06	3.08	3.09	3.08
95 %	1.66	1.67	1.68	1.67

이 表에서 알 수 있듯이 m의 값은 41℃～45℃內에서는 溫度에 따라 變하지 않는 거이 一定値이며, 相對濕度 ϕ에 따라 크게 左右됨을 알 수 있다.

따라서 Field Engineering의 目的을 爲하여 이들 m값을 한개의 式으로 regression하면

$$m = 23.33(1-\phi)^{0.88} \qquad A_f' = mA_f$$

로 表示하여 0.5%未滿의 誤差範圍로 훌륭하게 fitting할 수 있다. 結局 實驗에 使用한 Stainless bath Tub에 對해서는 自由表面積 A_f를 $A_f' = mA_f$로 바꾸어서 全面이 傳導壁으로 둘러싸인 것으로 計算하는 우리의 一般浴槽性能式으로 冷却을 計算할 수 있다.

따라서 $A = A_0 + A_f' = A_0 + mA_f$

A_0=實際 溫水 壁面積

A_f'=等價自由表面積=mA_f

$m = 23.33(1-\phi)^{0.88}$

A_f=實際自由表面積

Ⅳ. 露出된 壁面에서의 對流熱損失

浴槽壁中 浸水되지 않고 露出된 部分에서 對流에 依한 熱損失量도 考察할 必要가 있다. 이것은 엷은 Fin(radiatar의 fin같은) 表面에서 일어나는 熱傳達을 생각해야 한다.

Fin의 밑부분의 溫度를 T_0, 거기서 Fim의 길이에 따라 x의 위치의 溫度를 T라하면, Fin의 兩面으로 부터 對流에 依한 熱損失量은

$$q = \int_0^L hP(T - T_\infty)dx$$

으로 表示된다.(單位時間當) 여기 h는 film coefficient이다. 지금 $T - T_\infty = \theta$로 놓으면

$$\theta = \theta_0 e^{-mx}$$

로 一般的으로 쓸 수 있다. 여기 m는

$$m \equiv \sqrt{\frac{hP}{kA_x}}$$

이다. k는 Fim의 熱傳道率, Ax은 斷面積$= \frac{1}{2}Pt$ 이다. $\theta_0 \equiv T_0 - T_\infty$, T_∞는 室溫이다.

이들 關係를 먼저 積分式에 넣어서 上限을 $L \to \infty$로 바꾸면 積分値는 $\theta_0\sqrt{hPkA_x}$ 로 된다. 이 값은 露出된 浴槽壁面이 無限이 길고 兩面에서 對流에 依한 總對流熱損失量(單位時間當) 임으로 有限한 우리의 경우는 이보다 작은 값을 가질 것은 勾論이다. 따라서 우리의 경우에는 浸水되지 않고 露出된 浴槽壁面에서의 對流熱損失量 q는 分明히 每時間當

$$q < \sqrt{hpkA_x}\,\theta_0$$

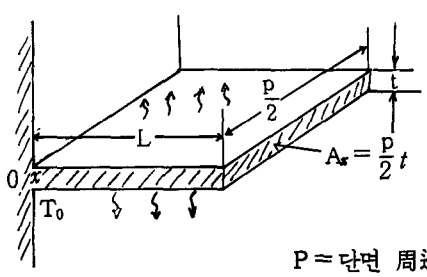
이다.

그런데 여기서 不確定性을 內包한 Film coefficient h의 값은 正確히 實測할 수 있는 딴 變數로 바꿔 놓는 것이 좋다. 여기서

$$m = \sqrt{hP/kA_x}, \quad hP = m^2 kA_x$$

임으로

$$q < mkA_x\theta_0$$

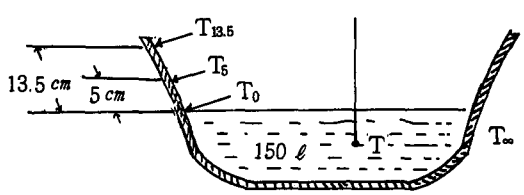


P=단면 周邊거리

(두께 $t \ll P$)

實驗 150l, with open top

(1980. 10. 8 밤) ϕ=80%, T_∞=21℃



로 된다. 따라서 m의 값만 Fin 上의 溫度分布에서 求할 수 있으면 對流熱損失量의 上限을 알 수 있다. 이를 爲하여 다음의 實驗을 했다.

	T	T_5		$T_{13.5}$	
8 : 35 pm	113°F(45℃)	84.0		75.8	
8 : 45	112.1 (44.5℃)	84.0		76.2	
9 : 00	110.6 (43.6 ℃)	83.6	av.	76.1	av.
9 : 15	109.6 (43.1℃)	83.3	82.6°F	76.0	76°F
9 : 30	108.3 (42.4℃)	83.1	(28.2	76.0	(24.4℃)
9 : 45	107.2 (41.8℃)	82.6	℃)	75.9	
10 : 00	106.2 (41.2℃)	82.1		75.9	
10 : 15	105.0 (40.5℃)	81.7		75.8	
10 : 30	103.8 (39.9℃)	81.6		75.8	

$$\theta_{13.5}=\theta_5 e^{-m(13.5-5)}$$

$$\frac{\theta_{13.5}}{\theta_5}=\frac{24.4-21}{28.2-21}=\frac{3.4}{7.2}=e^{-8.5m}$$

$$m=0.08827\,cm^{-1}$$

다음에는 $\theta_0=(T_0-T_\infty)$의 값을 定해야한다. T_0는 測定하기가 매우 어려워서 計算으로 내면,

$$\theta=\theta_0 e^{-0.08827x}$$

이므로 $x=5$ cm일 때 $\theta_5=7.2$이기 때문에

$$\theta_0=7.2e^{0.08827(5)}=7.2\ (0.6431)=11.2℃$$

($T_0=21+11.2=32.2℃=89.9°F$)

다음에서 k의 값이다.

Stainless Stecl의 열전도율 k는

$$k_0=16.3\,W/m℃=16.3(0.5792)\,Btu/hrft°F$$
$$=16.3(0.5792)(4.13\times10^{-3})\,cal/sec\,cm℃$$
$$=3.9\times10^{-2}\,cal/sec\,cm℃$$

이 값은 앞서 Stainless 板에 0.6cm의 Polyurethane Foam의 保溫壁을 附着한 通算熱傳導率 k의 값 0.80×10^{-4}cal/sec cm℃와 비교하면 500倍가 큰 값이다.

다음은 A_x의 값이다. 이것은 $316\times0.1=31.6\,cm^2$ (實測)

故로 對流의 熱損失量 q는 單位時間當

$$q<mk_0A_x\theta_0=0.08827(cm^{-1})(3.9\times10^{-2}cal/sec\,cm℃)(31.6cm^2)(11.2℃)$$
$$=1.2184cal/sec=4386cal/hr$$

이 量은 $4386/1.50\times10^5=0.03℃$ 未滿이라는 뜻이다. 따라서 浸水되지 않고, 露出된 壁面으로부터 對流熱損失은 한 時間 동안에 0.03℃ 未滿의 溫水의 冷却을 가져올 따름이라, 이는 無視하여 正當하다.

V. 浴槽內의 溫水의 冷却計算

이제 前端의 準備가 完了되었음으로 浴槽性能式에서 冷却曲線으로 理論的으로 滿足스럽게 算出할 수 있다.

$$T=T_\infty+(T_0-T_\infty)e^{-\frac{k(A_f'+A_0)}{MC_p\Delta x}t},$$

$$A_f'=mA_f$$
$$=23.33(1-\phi)^{0.88}A_f$$

5.1. 溫水量 150*l* 인 경우

$A_f=5,818\,cm^2$

$A_0=12,254\,cm^2$

$T_\infty=21℃$ ($T_0=45℃$)

① $\phi=80\%$인 경우

$A_f'=23.33\,(1-0.80)^{0.88}\,5,818=32,929.85cm^2$

$A=A_f'+A_0=45,183.85cm^2$

$$\frac{kA}{MC_p\Delta x}=\frac{0.80\times10^{-4}(4.518385\times10^4)}{1.50\times10^5(1)\,0.7}$$
$$=0.344258\times10^{-4}\,sec^{-1}$$
$$=0.12393\,hr^{-1}$$

$\therefore\ T=21+24e^{-0.12393t}$ (t : 시간)

② $\phi=85\%$인 경우

$A_f'=25424.66cm^2$

$A_0=12254cm^2$

$A=37678.66cm^2$

$T=21+24e^{-0.103345t}$

③ $\phi=90\%$인 경우

$A_f'=17919.44cm^2$

$A_0=12254cm^2$

$A=30173.44cm^2$

$T=21+24e^{-0.082761t}$

④ $\phi=95\%$인 경우

$A_f'=10416.01cm^2$

$A_0=12254cm^2$

$A = 22670.01\,cm^2$

$T = 21 + 24e^{-0.062108t}$

5.2. 溫水量 180ℓ 인 경우

$A_f = 6727cm^2$,

$A_0 = 13221cm^2$,

$T_0 = 45℃$

$T_\infty = 21℃$

① $\phi = 80\%$

$A_f' = 23.33(1-\phi)A_f^{0.88} = 38074.82\,cm^2$

$A = A_0 + A_f' = 51295.82\,cm^2$

$$\frac{kA}{MC_p\Delta x} = \frac{(0.8\times10^{-4})(5.129582\times10^4)}{1.80\times10^5(1)\ 0.7}$$

$$= 0.325687\times10^{-4}\,sec^{-1}$$

$$= 0.117247\,hr^{-1}$$

$T = 21 + 24e^{-0.117247t}$

② $\phi = 85\%$

$A_f' = 23.33(0.15)^{0.88}(6727) = 29396.99$

$$\frac{13221}{A = 42617.99}$$

$T = 21 + 24e^{-0.097412t}$ (t : 시간)

③ $\phi = 90\%$

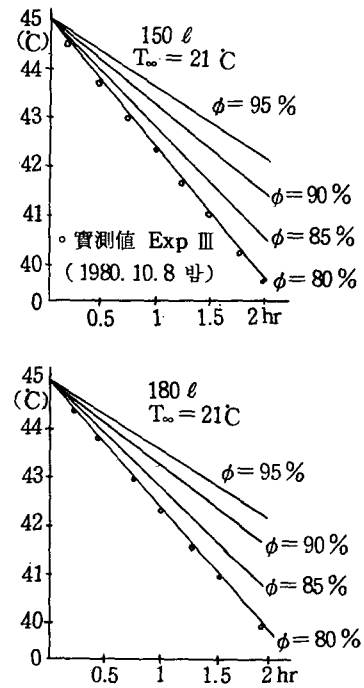
$T = 21 + 24e^{-0.075775t}$

④ $\phi = 95\%$

$T = 21 + 24e^{-0.057742t}$

5.3. 冷却計算 및 圖表

다음은 이리하여 計算한 結果를 다음 表에 싣는다.



150 ℓ

T INF = T∞ = 21 ℃	t = 0	30 分	1 시간	1 시간반	두시간
REL, HUM. = 80.0 %	45.0000	43.5579	42.2025	40.9286	39 7312
REL, HUM. = 85.0 %	45.0000	43.7814	42.6436	41.5536	40 5185
REL, HUM. = 90.0 %	45.0000	44.0272	43.0939	42.1983	41 3391
REL, HUM. = 95.0 %	45.0000	44.2662	43.5548	42.8651	42 1965
T INF = T∞ = 23 ℃					
REL, HUM. = 80.0 %	45.0000	43.6781	42.4357	41.2679	40.1702
REL, HUM. = 85.0 %	45.0000	43.8921	42.8399	41.8408	40.8920
REL, HUM. = 90.0 %	45.0000	44.1083	43.2527	42.4318	41.6442
REL, HUM. = 95.0 %	45.0000	44.3273	43.6752	43.0430	42.4302
T INF = T∞ = 25 ℃					
REL, HUM. = 80.0 %	45.0000	43.7983	42.6688	41.6071	40.6093
REL, HUM. = 85.0 %	45.0000	43.9928	43.0363	42.1280	41.2654
REL, HUM. = 90.0 %	45.0000	44.1893	43.4115	42.6653	41.9493
REL, HUM. = 95.0 %	45.0000	44.3885	43.7956	43.2209	42.6638

T INF = T_∞ = 28℃						
REL, HUM. = 80.0 %	45.0000	43.9785	43.0185	42.1161	41.2679
REL, HUM. = 85.0 %	45.0000	44.1439	43.3309	42.5588	41.8256
REL, HUM. = 90.0 %	45.0000	44.3109	43.6498	43.0155	42.4069
REL, HUM. = 95.0 %	45.0000	44.4802	43.9763	43.4878	43.0142
T INF = T_∞ = 30℃					
REL, HUM. = 80.0 %	45.0000	44.0987	43.2516	42.4554	41.7070
REL, HUM. = 85.0 %	45.0000	44.2446	43.5272	42.8460	42.1991
REL, HUM. = 90.0 %	45.0000	44.3920	43.8087	43.2490	42.7119
REL, HUM. = 95.0 %	45.0000	44.5413	44.0967	43.6657	43.2478

180 ℓ

2ND DATA SET						
T INF. = T_∞ = 21℃	To	30 分	1시간	1시간반	두시간
REL. HUM. = 80.0 %	45.0000	43.6335	42.3448	41.1294	39.9833
REL. HUM. = 85.0 %	45.0000	43.8591	42.7724	41.7373	40.7515
REL. HUM. = 90.0 %	45.0000	44.0869	43.2085	42.3636	41.5508
REL. HUM. = 95.0 %	45.0000	44.3361	43.6905	43.0628	42.4525
T INF. = T_∞ = 23℃					
REL. HUM. = 80.0 %	45.0000	43.7474	42.5660	41.4520	40.4014
REL. HUM. = 85.0 %	45.0000	43.9541	42.9580	42.0092	41.1055
REL. HUM. = 90.0 %	45.0000	44.1630	43.3578	42.5833	41.8382
REL. HUM. = 95.0 %	45.0000	44.3914	43.7996	43.2242	42.6648
T INF. = T_∞ = 25℃					
REL. HUM. = 80.0 %	45.0000	43.8612	42.7873	41.7745	40.8194
REL. HUM. = 85.0 %	45.0000	44.0492	43.1436	42.2811	41.4596
REL. HUM. = 90.0 %	45.0000	44.2391	43.5071	42.8030	42.1256
REL. HUM. = 95.0 %	45.0000	44.4467	43.9088	43.3857	42.8771
T INF. = T_∞ = 28℃					
REL. HUM. = 80.0 %	45.0000	44.0320	43.1192	42.2583	41.4465
REL. HUM. = 85.0 %	45.0000	44.1918	43.4221	42.6889	41.9906
REL. HUM. = 90.0 %	45.0000	44.3532	43.7310	43.1325	42.5568
REL. HUM. = 95.0 %	45.0000	44.5297	44.0724	43.6278	43.1955
T INF. = T_∞ = 30℃					
REL. HUM. = 80.0 %	45.0000	44.1459	43.3405	42.5809	41.8646
REL. HUM. = 85.0 %	45.0000	44.2869	43.6077	42.9608	42.3447
REL. HUM. = 90.0 %	45.0000	44.4293	43.8803	43.3522	42.8442
REL. HUM. = 95.0 %	45.0000	44.5850	44.1816	43.7893	43.4078

Ⅵ. 保温壁두께의 温度利得

우리가 導出한 浴槽內의 温水의 冷却式에 依한다면

$$\frac{T_0-T}{T_0-T_\infty}=1-e^{-\frac{k(A_f'+A_0)}{MC_p\Delta x}t}$$

이로부터 지금 保温壁두께 Δx를 n배로 두껍게 한다면, 即 $\Delta x \rightarrow n\Delta x$:

로 한다면 等價自由表面 A_f'도 n倍로 됨을 알 수 있다.

$$A_f' \rightarrow nA_f'$$

왜냐하면 $A_f'=E_{ev}L\Delta x/k(T_0-T_\infty)$ 였기때문에 Δx가 $n\Delta x$로 늘면 $A_f' \rightarrow nA_f'$으로 된다.

따라서 保温壁두께를 n배로 했을 때에는 그대로 있을때의 冷却이 T_0-T였던 것이 T_0-T' $(T'>T)$로 될것이다. 이 때 $(T'-T)$를 保温壁두께의 温度利得이라고 定義하자.

$$\frac{T_0-T'}{T_0-T_\infty}=1-e^{-\frac{k(nA_f'+A_0)}{MC_p n\Delta x}t}=1-e^{-\frac{k(A_f'+A_0/n)}{MC_p\Delta x}t}$$

로 된다. 즉 浴槽의 保温壁두께를 n배로하면 浸水된 部分의 熱傳導面積이 n分의 1로 줄어진다는 꼴로된다. 이것은 아주 重要한 事實이다. 앞으로 浴槽壁두께를 保温의 目的으로 2, 3倍로 두껍게 한다면 温度利得을 計算할 때 浸水되어 있는 實際熱導面積 A_0를 2分之1, 3分之1로 해서 計算하면 된다는 것이다. 이와같은 事實은 正當한 것이 保温壁두께를 아주 크게 했을 경우 $n\rightarrow\infty$로 되어 結局 熱傳導에 依한 損失은 없고, 다만 蒸發에 依한 熱損失만이 있게 된다는 뜻이다.

温度利得을 더욱 簡潔한 式으로 表示하기 爲하여 다음의 略算을 해본다. $(e^x=1+x+\cdots\cdots)$

$$\frac{T_0-T'}{T_0-T_\infty}\fallingdotseq\frac{k(A_f'+A_0/n)}{MC_p\Delta x},$$

$$\frac{T_0-T}{T_0-T_\infty}\fallingdotseq\frac{k(A_f'+A_0)}{MC_p\Delta x}$$

兩式을 邊邊이 除하면

$$\frac{T_0-T'}{T_0-T}=\frac{A_f'+A_0/n}{A_f'+A_0}=\frac{A_f'/A_0+1/n}{A_f'/A_0+1}$$

그런데 $A_f'/A_0=m(A_f/A_0)$ 임으로 윗式에서 兩邊으로 부터 1을 빼면

$$\frac{T'-T}{T_0-T}=\left(1-\frac{1}{n}\right)/\{m(A_f/A_0)+1\}$$

으로 된다. 保温壁두께의 温度利得은 定義에 依해서

$$\Delta T)_{gain}\equiv T'-T=(T_0-T)\left(1-\frac{1}{n}\right)/\{m(A_f/A_0)+1\}$$

으로 表示된다. 여기서 保温壁두께를 그대로 둔다면 $n=1$이어서 $\Delta T)_{gain}=0$ 即, 두께가 늘지 않았으니 温度利得도 없어야 함은 當然하다.

지금

$$\left(1-\frac{1}{n}\right)/\{m(A_f/A_0)+1\}\equiv G \quad \text{(gain factor)}$$

라 놓고 温度利得率이라 定義하면 温度利得은

$$\Delta T)_{gain}=G\,(T_0-T)$$

으로 表示된다.

다음에 實驗에 使用한 Stainless bath Tub 의 경우를 例를들어 計算해보면 다음과 같다.

150 l 의 경우의 Gain Factor G:

$$A_f/A_0=5818/12254=0.4748$$

$\phi=80\%$: $m=5.66$

$$G=\left(1-\frac{1}{n}\right)/\{m(A_f/A_0)+1\}$$

$$=\left(1-\frac{1}{n}\right)/\{5.66(0.4748)+1\}$$

$$=0.2712\left(1-\frac{1}{n}\right):$$

$\phi=80\%$, $G=0$ $(n=1)$

$=0.1356$ $(n=2)$

$=0.1809$ $(n=3)$

$=0.2034$ $(n=4)$

$=0.2170$ $(n=5)$

$\phi=95\%$, $G=0$ $(n=1)$

$=0.2788$ $(n=2)$

$=0.3720$ $(n=3)$

$=0.4183$ $(n=4)$

$=0.4462$ $(n=5)$

따라서 實驗 温度利得은

$\Delta T)_{gain} = G(T_0 - T)$

로 表示되기 때문에 $\phi = 80\%$와 $\phi = 95\%$의 경우만 다음 表에 提示하여 保温性能이 두께의 增加와 더불어 어떻게 向上하는 가를 따져보기로 한다.

150 l의 경우

$\phi = 80\%$, $T_\infty = 21$℃

* suffix 1은 1시간 直後의 뜻

$\Delta x \rightarrow n\Delta x$	G	$G(T_0 - T)_1^*$	$T + \Delta T)_{gain}$
$n = 1$	0.0000	0.0000	42.20℃
$n = 2$	0.1356	0.38℃	42.58℃
$n = 3$	0.1809	0.51℃	42.71℃
$n = 4$	0.2034	0.57℃	42.77℃
$n = 5$	0.2170	0.61℃	42.81℃

$\phi = 95\%$, $T_\infty = 21$℃

$\Delta x \rightarrow n\Delta x$	G	$G(T_0 - T)_1$	$T + \Delta T)_{gain}$
$n = 1$	0.0000	0.0000	43.55℃
$n = 2$	0.2788	0.40℃	43.96℃
$n = 3$	0.3720	0.54℃	44.09℃
$n = 4$	0.4183	0.60℃	44.16℃
$n = 5$	0.4462	0.64℃	44.20℃

亦是 保温壁두께의 温度利得은 相對濕度가 높을수록 顯著하다. 왜냐하면 Gain Factor에서 分母의 第1項:$m(A_f/A_0)$의 m가 $(1-\phi)^{0.88}$의 從屬性이 있기 때문에 ϕ가 커지면 커질수록 分母가 작아지기는 까닭이다.

Ⅶ. 結 論

一般的으로 浴槽의 性能을 따진 文獻이 없었다. 따라서 本 論文에서는 모든 式을 熱傳達 및 質量傳達의 基本式으로부터 도출하였다. 結果式은 매우 示性的이며 定量的으로 實驗과 잘 一致한다.

우리 理論에서 特히 들어난 것은 浴湯의 冷却은 主로 蒸發에 依한 質量傳達에 依한 것이지 浴槽壁을 通한 傳導熱損失이 아니라는 것이다. 그러나 浴室의 相對濕度가 95%가량이면 두개가 比等하게 된다.

끝으로 保温壁 두께의 効果를 温度利得率이라는 새로운 槪念을 誘導하여 考察하였다. 여기서도 우리의 性能式 乃至 冷却式이 그럴듯하다는 것을 알게 되었다.