

## Line Balancing 을 위한 最適 Cycle Time의 決定方法

(A Study on the Determination of Optimum Cycle Time for Assembly Line Balancing

李 根 富\*

### Abstract

Although the product line produces a large volume of goods in a relatively short time, once the product line is established there are numerous problems that arise in connection with this product line. One of these problems is the problem of balancing operations or stations in terms of equal times and in terms of the times required to meet the desired rate of production.

The objective of line balancing is minimizing the idle time on the line for all combinations of work stations subject to certain restrictions.

In general, there are two types of line-balancing situations; (1) assembly line balancing and (2) fabrication line balancing.

Two approaches to the assembly line balancing problem have been used. The first assumes a fixed cycle time and find the optimum number of work stations. The second approach to the assembly line balancing problem assumes the number of work stations to be fixed and systematically coverages on a solution which minimizes the total delay time by minimizing the cycle time. Here the cycle time is determined by the longest station time.

In this paper, by using the second approach method, a general mathematical model, problem solutions, and computer program for the assembly line balancing problem is presented. Data used is obtained from the company which has been confronted with many problems arising in connection with their assembly line.

### 1. 序 論

#### 1.1 研究 目的

組立시스템이라는 製造프로세스는 인간이 생산을 시작했을 때부터 存在하고 있는 프로세스이다. 이 組立이라는 프로세스는 과거부터 현재에 이르기까지 生産工程의 중요한 位置를 占하여 왔지만 科學적으로 檢討되기를 最近의 일이다. O·R (Operations Research) 이나 System Approach 의 一般化 또는 컴퓨터의 발달 등에 의해 組立시스템의 효율화가 대두되고 있다. 따라서 本研究는 組立시스템의 Line Balancing 에 重要 요소인 Cycle time을 解析하여 Line 형성의 最適性을 求하고자 함을 目的으로 한다.

\* Kyung Wbn Technical College, Department of I. E. Full Time Instructor.

#### 1.2 研究범위 및 方法

일반적으로 짧은 製造時間內에 多量의 제품을 생산하는 組立 line 에는 여러가지의 문제가 발생한다. 그 중 하나는 작업이나 工程의 문제, 또는 생산비율의 결정문제들이다. 이를 해결하기 위한 Line balancing의 目的은 여러 作業工程의 要因을 복합하여 Idle time을 最小化하는 데 있다. 이와 같은 Line balancing 문제는 크게 다음과 같이 區分되어진다.<sup>1)</sup>

첫째로 Assembly line balancing 과 둘째로는 Fabrication line balancing 문제이다. 이들중 Assembly line balancing 문제를 해결하기 위해서는 아래와 같은 기법들이 있다.

① Cycle time을 고정시켜 作業工程의 數를 最適化시키는 方法

1) James M. Moore, *Plant Layout and Design*, The magmillan Co., 1975.

② 作業工程數를 고정시키고 最少의 Cycle time 에 의해 Dely time 을 最少化시키는 方法

本研究는 둘째 方法을 토대로 하여 組立 line 에 흘러 들어가는 모델의 종류에 따른 各工程의 平均作業時間과 Cycle time 의 關係性, Line 의 作業不均衡으로 인한 Cost 증대 등에 관한 이론적 체계를 관계 참고문헌에서 추출하여 일반적인 數學的 모델을 제시하고 그 解를 즉 Cost를 最少로 하는 Cycle time을 求하기 위해 많은 문제가 발생하고 있는 組立 line 을 가진 기업에서 실제로 데이터를 求해 컴퓨터를 사용하여 처리하였다.

2. 最適 Cycle time 의 해석

最適 Cycle time 은 총작업불균형 (M) 을 極少로 하는 것이어야 한다. 따라서 M가 T의 連續函數라고 假定하면 M을 極少로 하는 T의 값은 다음조건을 만족시키는 것이어야 한다.<sup>2)</sup>

$$\frac{\partial M}{\partial T} = 0 \dots\dots\dots (1)$$

그런데 총작업불균형 M은 4 가지 Cost가 組合된 것이므로 편의상 아래와 같이 이를 區分하여 解析하여 보기로 했다.

$$즉, M = M_1 + M_2 \dots\dots\dots (2)$$

$$M_1 = \sum_{i=1}^I \sum_{l=1}^N (rC_{il} + \delta D_{il}) \dots\dots\dots (3)$$

$$M_2 = \sum_{i=1}^I \sum_{l=1}^N (\alpha I_{il} + \beta U_{il}) \dots\dots\dots (4)$$

로 區分하여 各各의 M<sub>1</sub>, M<sub>2</sub>를 最少로 하는 條件을 檢討하기로 하였다.

1.2 M<sub>1</sub>에 대한 最適 Cycle time

(3)式에서 C와 D는 時間의 函數이므로 이를 偏微分하면 다음과 같이 된다.

$$\frac{\partial M}{\partial T} = \sum_{i=1}^I \sum_{l=1}^N [r \frac{C_{il}}{T} + \delta \frac{D_{il}}{T}] \dots\dots\dots (5)$$

$$\frac{\partial C}{\partial T} = \leq 0 \dots\dots\dots (6)$$

$$\frac{\partial D}{\partial T} = \geq 0 \dots\dots\dots (7)$$

이 된다. 그리고 여기서

$$C = \sum_{i=1}^I \sum_{l=1}^N rC_{il}$$

$$D = \sum_{i=1}^I \sum_{l=1}^N \delta D_{il}$$

인 것으로 한다. 따라서 T에 대하여 M<sub>1</sub>의 極少值가 存在한다는 것을 예측할 수 있다.

이를 도표로 표현하면 그림-1과 같다.

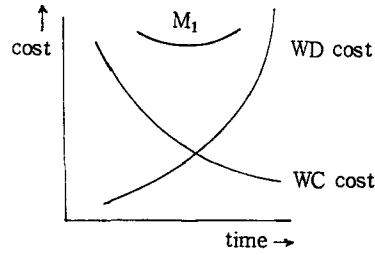


그림-1

以上을 定理하면 다음과 같다.

① WCT와 WDT의 合 M<sub>1</sub>은 아래 조건일 경우 Cycle time 을 各工程의 作業時間의 平均値 T<sub>ao</sub>와 같게 취할 경우 最少가 된다.

조건 (a) r = δ

(b) U<sub>l</sub>와 I<sub>l</sub>는 一定

(c) t<sub>i</sub>(ml)는 t = T<sub>ao</sub>에 대해 대칭한 분포도를 갖는다.(그림-2 참조)

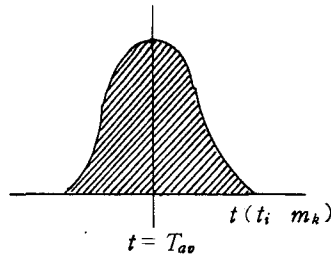


그림-2

② 일반적으로 M<sub>1</sub>은 Cycle time이 다음 式의 값일 경우 最少가 된다.

$$T_{opt} = T \int_{-\infty}^T g(t) dt = \frac{r}{r + \delta}$$

여기서 g(t)는 t<sub>il</sub> =  $\sum_{k=1}^I \frac{t_i(m_l)}{l}$ 의 분포함수이다.

2.2 M<sub>2</sub>에 대한 最適 Cycle time 해석

式 (4)에서

$$\frac{\partial M_2}{\partial T} = \sum_{i=1}^I \sum_{l=1}^N [\alpha \frac{\partial I_{il}}{\partial T} + \beta \frac{\partial V_{il}}{\partial T}] \dots\dots\dots (8)$$

을 求한 후 式 (2), (3)을 式 (8)에 代入하면 다음과 같은 結果를 얻을 수 있다.

$$\frac{\partial I_{il}}{\partial T} = \begin{cases} 0 & ; T \leq f_{il-1} + V_i \\ 1 & ; T \geq f_{il-1} + V_i \end{cases} \dots\dots\dots (9)$$

$$\frac{\partial V_{il}}{\partial T} = \begin{cases} -1 & ; p_{il} + t_i(m_l) > s_i + d_i, \\ & T \leq f_{il} + u_i \\ 0 & ; otherwise \end{cases}$$

$$I = \sum_{i=1}^I \sum_{l=1}^N I_{il}, \quad V = \sum_{i=1}^I \sum_{l=1}^N V_{il}$$

따라서 그림-3과 같이 最少值가 存在한다는 것을 알 수 있다.

2) 川畑正太, 組立システムとコンピュータ, 産業圖書株式會社, 1971.

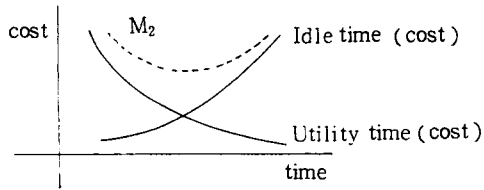


그림-3

2.3  $M = M_1 + M_2$ 에 대한 最適 Cycle time 분석

2.1.2.2에서 論한  $M_1$  과  $M_2$  에 대한 極少條件을 使用하므로써  $M$ 를 極少로하는 最適 Cycle time  $T$ 에 대해서도 다음과 같은 結論을 얻을 수 있다.

即, 다음의 條件을 만족시킨다면 作業不均衡 Cost 함수  $M$ 는 Cycle time이 各 工程의 作業時間의 平均值  $T_{av}$ 와 같을 때 最少가 된다.

(a)  $\alpha = \beta, \quad r = \delta$

(b)  $t_i(m_i)$ 가  $T = T_{av}$ 에 대해 대칭인 分포를 갖는다.

(c)  $t_i(m_i) < s_i + d_i + u_i$

$T_{av} < s_i + d_i + u_i$  (모든  $i, l$ 에 대해)

결국 上記한 (a), (b), (c)의 조건하에서  $M_1, M_2$ 의 합인  $M$ 도  $T = T_{av}$ 일 때 最少가 된다.

3. 事例分析

3.1 組立工程의 概念

1) Engine 組立工場

이 곳에서 生産되는 모델의 種類는 3가지 製品이다. 이에 관한 工程은 그림-4와 같다.

그림-4 (표준시간 : 단위 : 초)

순서	공정명	Model No.		
		1	2	3
1	Cylinder Block 의 2종	2,102	1,683	2,283
2	Crank Shaft 의 3종	2,242	2,000	1,861
3	Cam Shaft 의 3종	2,250	2,519	1,836
4	Timing Gear 의 3종	2,302	2,042	2,231
5	Conecting Rod	2,054	1,358	2,908
6	Piston	1,860	1,814	2,318
7	Lower Engine Parts 의 5종	1,893	1,322	2,378
8	Valve System	3,452	3,062	2,291
9	Water Pump	3,201	1,641	2,509
10	Cylinder Head 의 2종	2,019	1,715	2,637
11	Carburetor	2,659	1,465	2,637
12	Ignition System 의 5종	2,040	1,599	2,299
13	Generator	2,095	2,074	2,972
14	Starter	1,922	1,985	2,972
15	Fly Wheel	1,978	1,985	2,931
16	Clutch Housing 의 3종	1,973	1,975	1,997
17	Engin Frount Support Plate	1,978	1,985	1,916
18	Radiator 의 2종	2,234	2,646	2,691
19	Fan Pulley	1,446	3,309	2,273

3.2 Computer 応用

1) 엔진 組立工程의 Cycle time 解析을 위한 프로그램의 데이터 入力과 이의 結果는 그림-5와 같다.

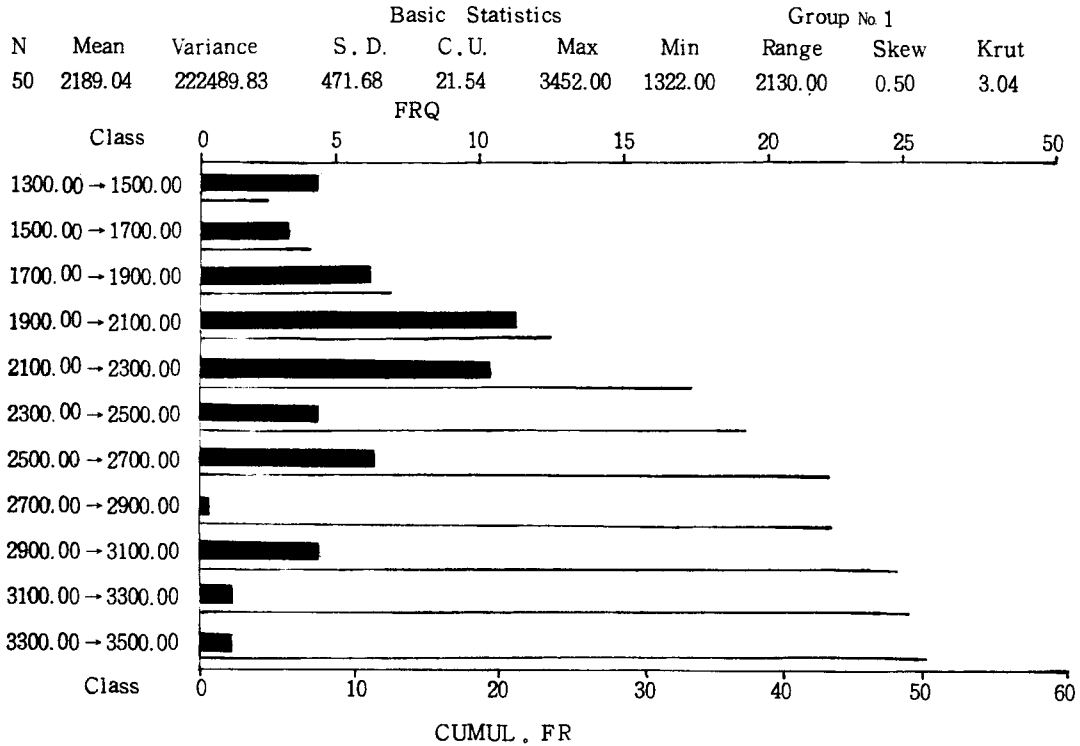
그림-5 Entry of Group Sample Data

No. 1 → No. 1	No.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
		2283.00	2242.00	1836.00	2231.00	2908.00	2318.00	2398.00	2115.00	2291.00	2509.00	2637.00	2299.00	2972.00	2931.00	1916.00	2691.00	2273.00	2102.00	2000.00	2250.00	2302.00	2054.00	1860.00	1893.00	3452.00
		26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
		3201.00	2019.00	2659.00	2040.00	2095.00	1922.00	1978.00	2234.00	1446.00	1683.00	1861.00	2519.00	2042.00	1358.00	1814.00	1322.00	3062.00	1641.00	1715.00	1465.00	1599.00	2074.00	1985.00	2646.00	2309.00

Group No. 1

N	50
Meam	2189.04
Variance	222489.83
S. D.	421.68
Max	3452.00
Min	1322.00
Range	2130.00
Skew	0.50
Krut	3.04

그림 5 - 1 Histogram



Class	Range	FRQ	Cumul. FRQ
1	1300.000 → 1500.000	4 ( 8.00)	4 ( 8.00)
2	1500.000 → 1700.000	3 ( 6.00)	7 (14.00)
3	1700.000 → 1900.000	6 (12.00)	13 (26.00)
4	1900.000 → 2100.000	11 (22.00)	24 (48.00)
5	2100.000 → 2300.000	10 (20.00)	34 (68.00)
6	2300.000 → 2500.000	4 ( 8.00)	38 (76.00)
7	2500.000 → 2700.000	6 (12.00)	44 (88.00)
8	2700.000 → 2900.000	0 ( 0.00)	44 (88.00)
9	2900.000 → 3100.000	4 ( 8.00)	48 (96.00)
10	3100.000 → 3300.000	1 ( 2.00)	49 (98.00)
11	3300.000 → 3500.000	1 ( 2.00)	50 (100.00)

3.3 最適 Cycle time

컴퓨터에 의한 자료의 분석결과  $\bar{x} = 2189.04$ ,  $s = 471.68$ ,  $n = 50$ 을 데이터로하여 표준화 변량<sup>3)</sup>

$$t = \frac{\bar{x} - u}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

에서 급수 1,900과 2,100인 경우의 분포(%)가 48%와 68%이므로

$$20 \times \frac{9.04}{1.000} = 0.1808$$

3) Richard P. Runyon, *Fundamentals of Behavioral Statistics*, Addison wesley Publishing company, 1975, p. 233.

을 求해 48.1808을 얻는다. 여기서 平均點까지의 확률 50을 벗어난 部分의 확률은 1.8192가 된다. 그러므로 1.8192인 곳의  $Topt$ 를 정규분포 그림에 의해 얻는다.

이는  $u = \bar{x} \pm 1.96 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ 의 95% 신뢰구간속에 포함되므로  $Topt$ 가 될 수 있다. 따라서

$$\begin{aligned} \mu &= \bar{x} + 0.05 \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \\ &= 2189.04 + 0.05 \times 7.0711 \\ &= 2189.3935 \end{aligned}$$

를 얻어 이를 最適 Cycle ( $Topt$ )이라고 할 수 있다.

4) \_\_\_\_\_, Ibid., p. 245.

4. 結 論

本研究에 의해 얻어진 결과를 종합하면 다음과 같다.

첫째, 平均 작업시간( $T_{opt}$ )은 2189.04 이며 最適 Cycle time ( $T_{opt}$ )은 2189.3935 로서 거의 一致하고 있다. 따라서 Mix model 組立 line 의 설계시에는 最適 Cycle time 을 本論에서 提示한 方法에 의거하면 미리 얻을 수 있다.

둘째, 組立生産計劃의 기초자료를 情報化시킬 수 있다.

셋째, Conveyor line 上에서 單一 모델을 交代로 生産하던 것을 同時에 混成生産할 수 있다.

넷째, Cycle time 의 解析으로 組立工程의 改善이 原價에 미치는 영향이 크다는 것을 알 수 있었다.

上記한 研究結果들이 실제 활용되어 工程管理의 合理化를 期하고 生産活動이 보다 効果적으로 수행되어야 하겠다.

本研究을 進行하면서 느낀 것은 組立시스템의 일반적 이론과 Line balancing algorithm, Cycle time 의 영향 등 그에 關連되는 제한 문제점들을 컴퓨터의 힘을 빌어 될 수 있는 대로 효율적으로 분석하는 同時에 가장 능률이 좋은 Line balance 의 관리 및 제어를 달성하는 것이 시급하다는 점이다. 이는 經營자뿐 아니라 日선生産担当者 역시 組立工程의 Line balance 의 重要性을 인식하지 못하거나 너무 어렵게 생각하고 있었으며 또한 日程計劃의 무리한 移行으로 科學的인 分析조차 생각치 못하고 있으며 know how 에 의해 얻어진 데이터에 倚重하고 있기 때문에 이것이 現場의 큰 問題點으로 대두하고 있기 때문이다. 그리고 組立生産시스템은 단순노동에 많이 의존하고 있는 生産形態이기 때문에 單純作業者들의 Moral 을 저하시키고 結論 및 이직률의 증가 및 나아가서는 生産제품의 품질저하까지 영향을 미치게 된다. 특히 企業이 점차 大型化하여감에 따라 組立生産工程의 여러가지 因子들을 精密分析하여 合理的이고 效率적으로 運轉되도록 하기 위해서는 과거와 같은 管理方法을 止揚하고 이를 EDPS化함으로써 보다 높은 附加價值를 얻을 수가 있는 것이다.

여기에 Automation 의 技術을 진보시켜 직면하고 있는 組立生産工程의 시스템 그 자체의 결점 보완 및 산업의 환경조건의 變化에 대한 대책 등을 강구할 수 있는 시스템을 디자인하는 것이 바람직하다고 본다.

參 考 文 獻

- 1) 金英鎭, 現代統計學, 서울:先進文化社, 1979.
- 2) 金海天, 現代生産管理論, 서울:博英社, 1974.
- 3) 朴東垓, 經營數學, 서울:進明文化社, 1975.
- 4) 成埵秀, 具然高·裴一成, FORTRAN演習, 서울:産學社, 1973.
- 5) 李根熙, 生産計劃 및 통제, 서울:創知社, 1978.
- 6) 李相鎔, 現代시스템工學概論, 서울:創知社, 1978.
- 7) 李舜亮, 新工程管理論, 서울:博英社, 1976.
- 8) 鈴木光彦, 圖說 電子計算機システム, 1969.
- 9) 島田清一, 小型電子計算機에 導入活用, 松壽印刷株式會社, 1968.
- 10) 川畑正大, 組立システムとコンピュータ, 産業圖書株式會社, 1971.
- 11) 吉谷龍一, 生産システム設計, 日刊工業新聞社, 1974.
- 12) 産業能率短期大學, 生産計劃, 1974.
- 13) Arnold, Robert R., Hill, Harold & Aylmer V. Nichols, *Modern Data Processing*, New York: John Wiley & Sons, 1969.
- 14) Brite, Robert L., *Introduction to Business Statistics*, Addison - wealey, 1977.
- 15) Jamison, Robert V., *FORTRAN Programming*, New York: McGraw-Hill Co., 1966.
- 16) Peter, Harriot, *Process Control*, New York: McGraw-Hill Co, 1967.
- 17) Ralston, Anthony, *Introduction to Programming & Computer Science*, Tokyo: McGraw-Hill, Co., 1971.
- 18) Runyon, Richard P., *Winning with Statistics*, Addison - Wesley, 1977.
- 19) Savas, Enanuel S., *Computer Control of Industrial Processes*, London: McGraw-Hill Co., 1965.
- 20) Spiegel, Murray R., *Probability and Statistics*, Schaum, 1975.
- 21) Starr, Martin K., *Systems Management of Operations*, London: Prentice - Hall, 1971.
- 22) Wilke, S.S., *Elementary Statical Analysis*, Prinseton University Press, New Jersey, 1966.