〈論 文〉

Fuzzy 연산 방식을 이용한 형상식별 방법에 관한 연구

(A Study on a Method of Pattern Classification by Fuzzy Algorithm)

金 長 福* 金 淳 協**
(Kim Chang Bock) (Kim Soon Hyob)

(접수일자 80. 12. 15)

—Abstract—

Since Zadeh had published the fuzzy set theory at 1965, it has been applied to many fields suc h as realizability of communication nets, automatic control, learning systems, switching circuits.

In this paper, the method of applying a fuzzy logic to a pattern classification is studied and the difference of fuzzy logic from Boolean algebra is discussed. Classfication experiment is carried out 16 persons' photos of three families by fourty male and female observers and recognition rate 94% is obtained.

I. 서 론

자연과학을 연구하는 과정에서 어떠한 자연현상에 대하여서든 간에 그 현상을 보다 정밀하고 용이하게 연구하기 위하여는 그 현상을 수식화 시켜야 한다. 만약 어떤 자연현상을 일단 수식화할 수 있다면 세워진 수식을 간소화 함으로써 그 현상을 보다 정밀하게 이해하거나 용이하게 판별할 수가 있다. 따라서 자연현상에 대한 수식이 존재하면 반드시 그 수식의 간소화가 필요하다. 일반적으로 전자통신공학에 쓰이는 수식들은 부울대수에 의한 함수를 의미하며 부울함수를 간소화하기 위하여 많은 이론적 전개가 되어져 왔다. 예를 들면 Karnaugh map 및 McClusky의 Tabular method 등으로 함수의 간소화가 이론적으로 체계화 되고 있다. 지금까지 사용 되어진 부울대수는 집합요소가 {0, 1} 두 요소로서 two-valued logic이다. 한편 집합요소의 범위를 $0\leq x_i<1$로 정하고 그 갯수를 넓혀주었을 때, 이 many-valued logic을 fuzzy logic이라 부른다. 이 fuzzy logic 이란 명칭은 1965년도의 Zadeh 논문에서 명명되었다. 지금까지의 많은 연구에 의하여 fuzzy logic이 통신망 용량, 자동제어, 인식작용, 스위칭 회로분야 등에 응용되어지고 있는데 본 논문에서는 인식작용 분야중 형상식별에 관하여 고찰하였다.

II. 본 론

(1) Fuzzy 연산의 정의 및 부울대수 연산과의 차이점.

Fuzzy 연산의 기본 정의는 다음과 같다.

$$\bar{x}=1-x \quad \cdots\cdots (1)$$

$$x+y=\max(x, y) \quad \cdots\cdots (2)$$

$$x\cdot y=\min(x, y) \quad \cdots\cdots (3)$$

이 세가지 정의는 물론 부울대수에도 적용될 수 있다. 즉 부울대수는 fuzzy 논리함수의 특수한 경우이다. 따라서 fuzzy 연산에서 논리함수를 간소화 할 때 대부분의 경우 부울대수의 간소화 방법을 그대로 이용하면 된다. 그러나, fuzzy 논리함수는 식 (1), (2), (3)에서 보는 것과 같이 부울대수의 기본연산인 NOT, OR, AND 연산과는 그 특성이 조금 다르므로 실제 문제에

* 홍익대 正會員
** 광운공대 正會員

있어서 부울대수식으로 간소화하면 큰 오류를 범할수도 있다. 예를들면 $F=x_1+\bar{x}_1+x_2\bar{x}_2$ 일때, 부울대수에서는 항상 $F=1$이지만 fuzzy 논리에서는 항상 $F=1$은 아니다. 그런데 실제로 지금까지 fuzzy 연산방법을 연구하여 온 Marinos, Wee, Fu, kandel 등의 학자들에 의하면 누구나 다 부울대수적으로 fuzzy 논리함수를 전개시키고 있다. 이들의 연구에 의하면 $(x+\bar{x})$, $(x\cdot\bar{x})$의 특징적 연산만 유의하면 fuzzy 논리함수도 무난히 부울대수식으로 간소화 시킬수 있음이 증명되고 있다. [2] [3] [4] [5]

여기에 fuzzy 논리함수의 간소화 방법에 대한 특성을 추려보면 다음과 같다.

〔정의〕 R과 Q는 변수 $x_1, x_2, \cdots\cdots, x_n$의 집합요소들로 형성되는 두개의 항이라 하면, $R=x_iR_i$ 이고 $Q=\bar{x}_iQ_i$(또는 $R=\bar{x}_iR_i$ $Q=x_iQ_i$)이며 $x_i\in\{x_1, x_2, \cdots\cdots, x_n\}$ 일때 $R_i\cdot Q_i$가 적어도 $j\in\{1, 2, \cdots\cdots n\}$인 j중 하나 이상의 값에 대한 $x_j\bar{x}_j$의 형태를 지니고 있다면 $R\phi Q$는 항 $\{R_iQ_i\}$의 집합요소로 정의한다. 또한 $R\phi Q$를 R과 Q의 fuzzy 공통항이라 부른다. 그리고 $\{R_iQ_i\}$의 집합이 0이면 $R\phi Q=0$로 한다. 이 정의에 의하여 다음과 같은 방식으로 진성주항(prime implicant)의 집합을 형성할 수가 있다.

차례 (1), 각항을 서로 비교하여 서로 공교되는 항을 생략한다.

차례 (2), 두항의 fuzzy 공통항들 중 다른 항에 포함되어 있지 않은 공통항을 첨가한다.

차례 (3), 차례 (2)에서 더해진 항과 공교되는 항을 제거한다.

차례 (4), 차례 (2), 차례 (3)을 반복하여 사용한다. 이렇게 하여 남은 모든 항은 진성주항이 된다. 예를 들어보면

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4)=x_1, \bar{x}_1x_2\bar{x}_3+x_1\bar{x}_1x_2\bar{x}_4 +x_1\bar{x}_1x_2x_3x_4 \cdots\cdots(4)$$

$$R_2\phi R_3=\{x_1\bar{x}_1x_2x_4,\ x_1\bar{x}_1x_2x_3\bar{x}_3x_4\} \cdots\cdots(5)$$

$$R_2\phi R_3=\{x_1\bar{x}_1x_2x_3,\ x_1\bar{x}_1x_2x_3x_4\bar{x}_4\} \cdots\cdots(6)$$

단, $R_1=x_1\bar{x}_1x_2\bar{x}_3$, $R_2=x_1\bar{x}_1x_2\bar{x}_4$, $R_3=x_1\bar{x}_1x_2x_3x_4$이다. 식 (4) (5) (6)에 의하여

$$\begin{aligned} f&=x_1\bar{x}_1x_2\bar{x}_3+x_1\bar{x}_1x_2x_4+x_1\bar{x}_1x_2x_3\bar{x}_3x_4+x_1\bar{x}_1x_2\bar{x}_4 \\ &\quad+x_1\bar{x}_1x_2x_3x_4\bar{x}_4+x_1\bar{x}_1x_2x_3+x_1\bar{x}_1x_2x_3x_4 \\ &=x_1\bar{x}_1x_2\bar{x}_3+x_1\bar{x}_1x_2\bar{x}_4+x_1\bar{x}_1x_2x_4+x_1\bar{x}_1x_2x_3 \cdots(7)\end{aligned}$$

$$R_4\phi R_5=\{x_1\bar{x}_1x_2x_3\bar{x}_3,\ x_1\bar{x}_1x_2\} \cdots\cdots(8)$$

단, $R_4=x_1\bar{x}_1x_2\bar{x}_3$, $R_5=x_1\bar{x}_1x_2x_3$이다. 식 (7) (8)에 의하여

$$\begin{aligned} f&=x_1\bar{x}_1x_2\bar{x}_3+x_1\bar{x}_1x_2\bar{x}_4+x_1\bar{x}_1x_2x_4+x_1\bar{x}_1x_2x_3+x_1\bar{x}_1x_2 \\ &\quad+x_1\bar{x}_1x_2x_3\bar{x}_3=x_1\bar{x}_1x_2 \cdots\cdots(9)\end{aligned}$$

즉, 주어진 $f(x_1, x_2, x_3, x_4)$에 대한 진성주항은 $x_1\bar{x}_1x_2$로 되어 간단히 간소화 되었음을 알수있다. 이러한 진성주항들이 많이 발생할 경우에는 그 항들을 최소화하기 위하여 부울대수에서 이용하는 Maclusky 법을 사용하면 된다.

(2) Fuzzy 논리와 통계적 특성

Fuzzy 논리가 통계적인 특성을 지니고 있는 현상을 식별하는 데에 사용될 수 있는데, 그 방법은 일반적인 통계적인 데이타를 비교함으로써 얻어지는 형상식별이 아니라, 일단 수집되어 얻어진 통계적 수치를 이용하여 더욱 정확한 통계적 수치를 얻고자 하는 방식이다. 이 방법은 앞절에서 사용된 변수들이 서로 통계적으로 연관성을 가질 때 다음과 같은 수식에 의하여 주어질 수 있다.

$$f(x, z)=\min\,[f(x, y),\ f(y, z)] \cdots\cdots(10)$$

단, $f(x, z)$란 x와 z의 통계적 연관성을 수치로 나타낸 것이다. 한편 n급 연관성 $f_n(x, y)$가 다음 (11)식과 같이 정의 된다면

$$\begin{aligned} f_n(x, y)&=\max\ \min\,[f_1(x, x_1),\ f_1(x_1, x_2), \cdots\cdots \\ &\qquad f_1(x_{n-1}, y)] \cdots\cdots(11)\end{aligned}$$

단, $n=2, 3\cdots\cdots$ 아래식 (12)는 당연히 만족한다.

$$f_{n+1}(x, y)\geq f_n(x, y) \cdots\cdots(12)$$

따라서

$$f(x, y)=\lim_{n\to\infty} f_n(x, y) \cdots\cdots(13)$$

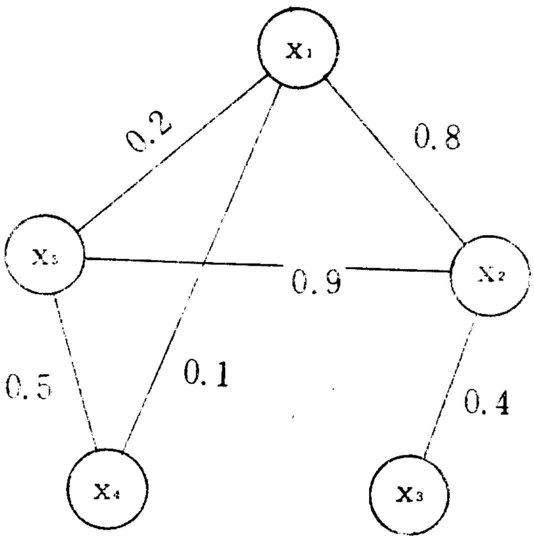
지금까지 유도 되어진 수식들을 이용할 수 있는 한 예로 다음 표 1과 같이 주어진 연관 값에 대한 n급 연관성을 찾아보자.

	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
X_1	1				
X_2	08	1			
X_3	0	0.4	1		
X_4	0.1	0	0	1	
X_5	0.2	0.9	0	0.5	1

표 1에 주어진 matrix에서 x_1, x_2 x_3, x_4 x_5의 관계는 그림 1과 같이 불명료한 관계를 나타낸다. 이것의 좀더 명확한 관계를 찾기 위해서 주어진 matrix를 $C_1(i, j)$과 하고 새로운 matrix $C_n(i, j)$를 다음 식 (14)의 정의로부터 구한다.

$$C_n(i, j)=\max\ \min\,[C_{n-1}(i, k),\ C_{n-1}(k, j)] \cdots(14)$$

그림 1. 관 계 도 1.



이 예에서는 $C_3(i,j)$가 최종 연관성을 보여주고 있는데 그 결과를 표 2와 그림 2에 주어지고 있다.

이것을 볼 때 확실히 그림 2는 그림 1에 대하여 보다 명확한 관계를 보여준다,

(3) Fuzzy 연산의 실제 응용 예

본론 (2)절에서 다룬 n급 연관성을 사용하여 형상식별의 가능성을 다음과 같이 타진해 본다. 16장의 세가족 사진을 40명의 집단에게 보이고 각 사진마다의 연관성을 (한 가족이다), (한 가족인것 같다), (모르겠다), (한 가족이 아닌것 같다), (한 가족이 아니다)의 다섯가지로 분류하여 각각 (1), (0.8), (0.5±0.1), (0.2), (0)이란 값을 주게 한다. 여기서 모르겠다는 그 표현의 정도에 따라 {(0.4), (0.5), (0.6)}의 세가지로 세분하도록 한다. 이렇게 하여 얻은 자료를 C_1

그림 2. 관 계 도 2

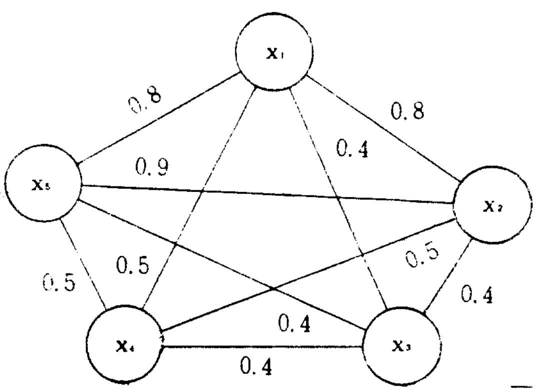
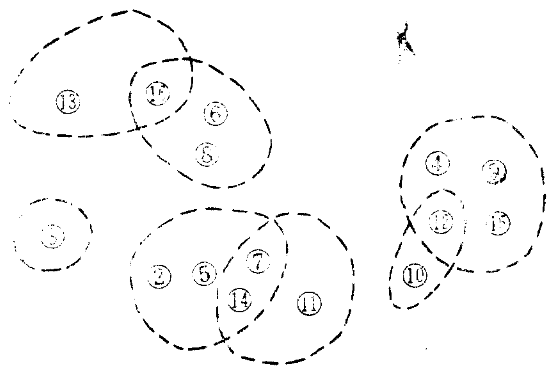
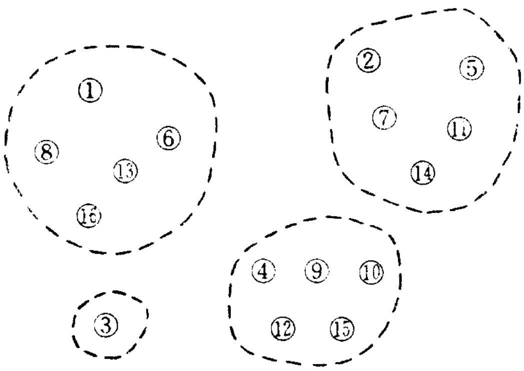


그림 3. C_1 (i, j)의 관계도



단, 그룹은(0.6) 이상의 관계가 주어질 경우에만 형성되었음

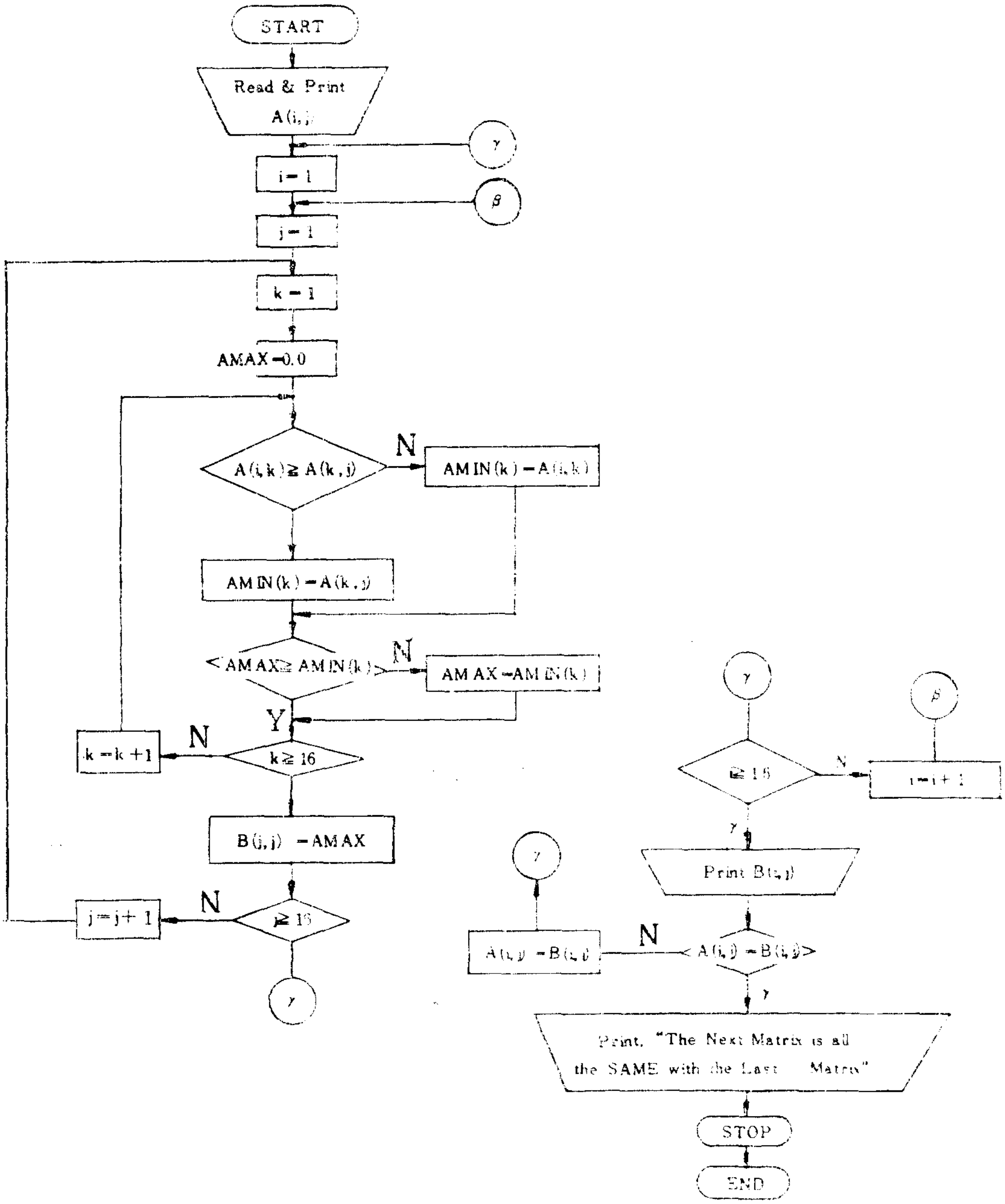
그림 4. $C_5(i,j)$ 의 관계도



단, 그룹은(0.6) 이상의 관계가 주어질 경우에만 형성되었음

(i,j)로 할 때 그 관계도는 그림 3과 같이 주어지는데 이를 식(14)에 의하여 $C_n(i,j)$를 구한 결과 $C_5(i,j)$에서 최종 연관성을 보여 주었는데 그 관계도는 그림 4와 같다. $C_5(i,j)$에서 보는바와 같이 열여섯장 중 열다섯장은 완전히 가족별로 분리가 되고 한장만이 상호관계가 불명료한 상태로 남았지만 그 결과가 실제와 틀린 것은 없었다. 이와같이 일차원적인 인식 식별작용은 간단한 식 (14)의 연산을 그림 5의 Flow chart에 의한 계산으로 얻을 수 있었다. 그러나 좀더 정확도를 요하는 작업, 통신신호와 잡음, 신호의 분리, 고액권의 위조여부 식별등을 위하여는 다각적이고, 복잡한 인식식별 연산을 할 필요가 있다. 또 이러한 연산을 빠른 속도로 행하기 위해서는 우선 복잡한 식별요소들간의 fuzzy 논리함수를 얻어서 이 수식을 최소화한 시스템을 특별히 제작하는 것이 중요하다.

그림 5. FLOW CHART



Ⅲ. 결 론

본 논문에서는 여러 학자들이 개별적으로 고찰한 fuzzy 연산방법의 특성과 원리를 집약하여 보았고 이를 실제 실험함으로써 증명하고자 노력하였다. 그 실험방법으로 세가족으로 분별될 수 있는 16명의 사진을 40명의 사람에게 가족분별을 하도록한 데이터를 중심으로 fuzzy 논리에 의한 연산처리한 결과가 94%의 식별도로 가족을 분명히 식별할 수 있었다. 그런데 더욱 연구해야 할 문제점은 현재의 모든 I.C 들이 two-Valued logic을 위주로 설계되어 있기 때문에, 본 논문에서 함수의 간소화에 대한 실험적 고찰은 대단히 복잡다난하고 비경제적인 것을 느꼈다. 그리고 형상식별을 위한 데이타 선정방법에 있어서도 좀더 분명하고 확실한 비교에 의한 값을 줄수 있는 패턴을 구하여야 하는데, 본 실험에서는 한 클래스의 구성원들이 개개의 데이타별로 느껴지는 정도를 수치로 주었기 때문에 완전성이 결여되어 있다. 앞으로, 데이타의 수치측정이 기계적으로 될 수 있도록 감지기를 사용할 수 있는 응용분야를 선택한다면 좀더 명확한 식별도를 얻을 수 있으리라 생각한다.

참 고 문 헌

1) L.A. Zadeh, "Fuzzy sets", Inform. Contr. Vol. 8, pp. 338~353, 1965.
2) P.N. Marinos, "Fuzzy logic and its application to switching systems," IEEE, Vol. C-18, pp. 343~348, 1969.
3) W.G. Wee and K.S. Fu," A formulation of fuzzy automata and its application as a model of learning systems" IEEE, Vol. SSC-5, pp. 215~224, 1969.
4) G.M. Mealy, Method for synthesizing sequential circuits", BSTJ, Vol. 34, 1955.
5) Z.J. Nikolic and K.S. Fu," An algorithm for learning without external supervision and its applications to learning control systems." IEEE, Vol. AC-11, pp. 414~422, 1966.
6) C. Chen, "Realizability of communication nets," IEEE, Vol. CAS-21, pp.150~151, 1974.