

〈 論 文 〉

電子計算機에 依한 海溢을 豫測하는 數值計算 program 開發에 關한 研究(2)

Study on Application Program Preparation of the High
Tide Prediction for the Electronic Computer (2)

金 治 弘*
Kim, Chi Hong

4 · 0. 數值計算의 프로그램

4 · 1. 基礎方程式 및 安定된 定差方程式

(2-52)式에서 既히 基礎方程式에 對하여 說明 하였으나 海溢數值計算을 爲한 프로그램作成이 主目標 이므로 다음과 같이 表現키로 하였다.

$$\frac{\partial M}{\partial t} + \frac{M}{(h+\zeta)} \frac{\partial M}{\partial x} + \frac{N}{(h+\zeta)} \frac{\partial M}{\partial N} = -g(h+\zeta) \frac{\partial(\zeta-\zeta_0)}{\partial x} + fN - \frac{\tau_h(x)}{\rho_\omega} + \frac{\tau_s(x)}{\rho_\omega} \dots\dots\dots(4-1)$$

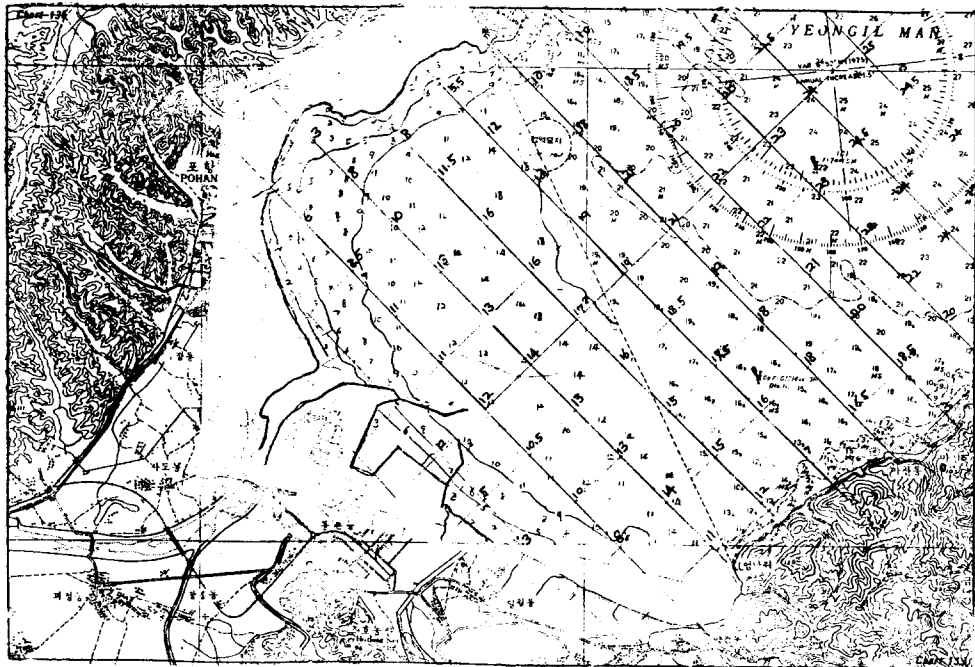
$$\frac{\partial N}{\partial t} + \frac{M}{(h+\zeta)} \frac{\partial N}{\partial x} + \frac{N}{(h+\zeta)} \frac{\partial N}{\partial y} = -g(h+\zeta) \frac{\partial(\zeta-\zeta_0)}{\partial y} - fN - \frac{\tau_\delta(y)}{\rho_\omega} + \frac{\tau_s(y)}{\rho_\omega} \dots\dots\dots(4-2)$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = -\left(\frac{\partial M}{\partial x} + \frac{\partial N}{\partial y}\right) \dots\dots\dots(4-3)$$

여기서 t : 時間

x, y : 座標軸 (x 를 東向, y 를 北向)

U, V : 水深方向의 平均流連의 x, y 成分



* 本學會 理事 成均館大 理工大 副教授 技術士

M : UH N : VH h : 水深

ζ : 水位上昇高

ζ_0 : $\Delta P / \rho_{\omega} g$,

ΔP : 大氣圧降下分

f : $2\omega \sin\phi$ (Coriolis parameter)

ω : 地球의 回轉角速度

ϕ : 緯度

또 바람의 応力(τ_s), 海底摩擦力(τ_b) 및 氣圧降下의 水柱換算高(ζ_0)는 各各 다음과 같이 된다. (3-3參照)

$$\vec{\tau}_s = \rho_a r^2 |W|W \quad (ar^2 = 3.2 \times 10^6) \quad (4-4)$$

$$\vec{\tau}_b = \rho_{\omega} r^2 |V|V - k\vec{\tau}_s \quad (4-5)$$

$$\zeta_0 = \frac{a}{\rho_{\omega} g} \left\{ 1 + \left(\frac{r}{r_0}\right)^2 \right\}^{-\frac{1}{2}} \quad (4-6)$$

여기서 風速 W 는 次式으로 附与된다. ((3-10)式參照)

$$W_x = C_1 U_x \exp\left(-\frac{r\pi}{5 \times 10^7}\right) - \frac{C_2 f}{2} [-1 + \sqrt{1 + \frac{4a}{\rho_a f^2} \cdot \frac{1}{r_0^2 \left\{ 1 + \left(\frac{r}{r_0}\right)^2 \right\}^{\frac{3}{2}}}}] \times (0.500x + 0.866y) \quad (4-7)$$

$$W_y = C_1 U_y \exp\left(-\frac{r\pi}{5 \times 10^7}\right) - \frac{C_2 f}{2} [-1 + \sqrt{1 + \frac{4a}{\rho_a f^2} \cdot \frac{1}{r_0^2 \left\{ 1 + \left(\frac{r}{r_0}\right)^2 \right\}^{\frac{3}{2}}}}] \times (0.866x - 0.500y) \quad (4-8)$$

여기서 r : 台風の 中心부터의 距離

a, r_0 : 各各 台風の 強度와 크기에 關한 係數

U_x, U_y : 台風中心의 進行速度

C_1, C_2 : 常數

V : $U + iV$

境界条件으로서 外海의 積分領域線上에서는 水位上昇이 氣圧降下에 依한 水位上昇 ζ_0 와 天文潮 ζ_* 의 合과 같다고 생각한다.

式(4-1), (4-2) 및 (4-3)을 써서 計算을 하자면 이들을 定差方程式으로 다시 써야 한다.

이때 數值計算이 安定하게 進行하기 爲해 時間에 關한 定差 Δt 와 格子間隔 ΔS 와의 사이에는

$$\frac{\Delta S}{\Delta t} \geq \sqrt{2gh \max} \quad (4-9)$$

의 關係가 滿足되어야 함은 잘 알려져 있다. 所謂 'Courant-Friedrichs-Lewy criterion'이다. 그러나 (4-9)만 가지고는 差分方程式의 安定이 된다고 할 수 없다. 그래서 今般 計算프로그램 作成에 있어 差分方程式의 安全性을 別途檢討하였다.

그리하여 差分式形은 다음과 같이 展開되었다.

$$M_{j,k}^{n+2} = \frac{1}{\left[1 + \frac{c}{2} d(x,y) \sqrt{(M_{j,k}^n)^2 + (N_{j,k}^n)^2} \right]} \left\{ M_{j,k}^n - a(x,y) \left[\zeta_{j+1,k}^{n+1} - \zeta_{j-1,k}^n - \zeta_{0,j+1}^{n+1} + \zeta_{0,j-1,k}^{n+1} \right] - bN_{j,k}^{n+1} - \frac{c}{2} \left[d(x,y)M_{j,k}^n \times \sqrt{(M_{j,k}^n)^2 + (N_{j,k}^n)^2} - 3\tau_{s,j,k}^{(x)n} \right] - I_{11} - I_{12} \right\} \quad (4-10)$$

여기서

$$I_{11} \begin{cases} = f(x,y) M_{j,k}^n \{ M_{j,k}^n - M_{j-1,k}^n \} & (M_{j,k}^n \geq 0) \\ = f(x,y) M_{j,k}^n \{ M_{j+1,k}^n - M_{j,k}^n \} & (M_{j,k}^n < 0) \end{cases} \quad (4-10a)$$

$$I_{12} \begin{cases} = f(x,y) N_{j,k}^n \{ M_{j,k}^n - M_{j,k-1}^n \} & (N_{j,k}^n \geq 0) \\ = f(x,y) N_{j,k}^n \{ M_{j,k+1}^n - M_{j,k}^n \} & (N_{j,k}^n < 0) \end{cases} \quad (4-10b)$$

$$N_{j,k}^{n+2} = \frac{1}{\left[1 + \frac{c}{2} d(x,y) \sqrt{(M_{j,k}^n)^2 + (N_{j,k}^n)^2} \right]} \left\{ N_{j,k}^n - a(x,y) \left[\zeta_{j,k+1}^{n+1} - \zeta_{j,k-1}^n - \zeta_{0,j,k+1}^{n+1} + \zeta_{0,j,k-1}^n \right] - bM_{j,k}^{n+1} - \frac{c}{2} \left[d(x,y)N_{j,k}^n \times \sqrt{(M_{j,k}^n)^2 + (N_{j,k}^n)^2} - 3\tau_{s,j,k}^{(y)n} \right] - I_{21} - I_{22} \right\} \quad (4-11)$$

여기서

$$I_{21} \begin{cases} = f(x,y) M_{j,k}^n \{ N_{j,k}^n - N_{j-1,k}^n \} & (M_{j,k}^n \geq 0) \\ = f(x,y) M_{j,k}^n \{ N_{j+1,k}^n - N_{j,k}^n \} & (M_{j,k}^n < 0) \end{cases} \quad (4-11a)$$

$$I_{22} \begin{cases} = f(x,y) N_{j,k}^n \{ N_{j,k}^n - N_{j,k-1}^n \} & (N_{j,k}^n \geq 0) \\ = f(x,y) N_{j,k}^n \{ N_{j,k+1}^n - N_{j,k}^n \} & (N_{j,k}^n < 0) \end{cases} \quad (4-11b)$$

$$\zeta_{j,k}^{n+3} = \zeta_{j,k}^{n+1} - e \{ M_{j+1,k}^{n+2} - M_{j-1,k}^{n+2} + N_{j,k+1}^{n+2} - N_{j,k-1}^{n+2} \} \dots\dots\dots (4-12)$$

또 開口部(m, n)에서는 $N_{m,n} (= V_{m,n}(h + \zeta))$ 의 周圍에

$$N_{m,n}^* = \frac{1}{2\Delta s} N_{m,n} \dots\dots\dots (4-13)$$

을 쓰지 않으면 안된다. 上式에 나타나는 係數는

$$\left. \begin{aligned} a(x, y) &= g(h + \zeta) \Delta t / \Delta s \\ b &= 4w(\sin \varphi) \Delta t = 2f \cdot \Delta t \\ c &= 2\Delta t / \rho\omega \\ d(x, y) &= r_b^2 \rho\omega / (h + \zeta)^2 \\ e &= \Delta t / \Delta s \\ f(x, y) &= 2\Delta t / (h + \zeta) \Delta \zeta \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4-14)$$

이다. 이들中 $a(x, y)$, $d(x, y)$ 및 $f(x, y)$ 는 時間變化가 緩慢하기 때문에 n step마다(例를들어 $40\Delta t$ 마다) 計算하면 된다.

이와같이 해서 求해진 M, N, ζ는 差分計算 때문에 誤差를 包含하므로 n step마다 各点周圍 4点的 값과 平滑化(smoothing)하지 않으면 안된다. 例를 들어 M에 대해서는

$$\begin{aligned} (M_{j,k}^n) &= \alpha M_{j,k}^n + \frac{1-\alpha}{4} \{ M_{j+1,k}^n + M_{j-1,k}^n \\ &\quad + M_{k+1}^n + M_{k-1}^n \} \quad (0 \leq \alpha \leq 1) \dots\dots (4-15) \end{aligned}$$

가 된다. 平滑化係數 α는 $0 \leq \alpha \leq 1$ 間的 값이고 어떤 weight로 周圍 4点과의 平均을 取함을 意味한다.

計算時間을 節約하기 위해서 M, N과 ζ는 交互로 (M, N은 偶數時間마다, ζ는 奇數時間마다) 計算한다. 마찬가지로 M, N을 計算하는 点과 ζ를 求하는 点은 서로 어긋나게 配列한다. (Fig. 4-1 参照)

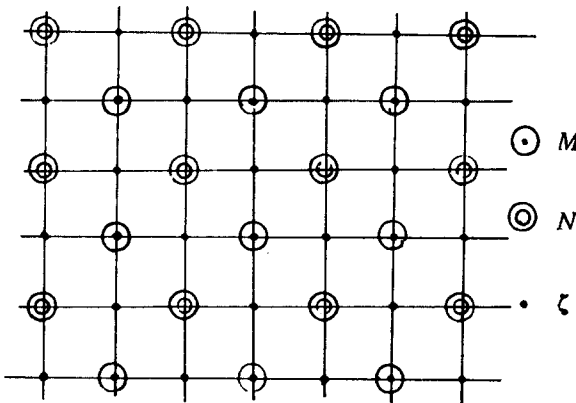


그림 4.1 格子点의 配列

4 · 2. 記号의 說明

海溢을 豫測하는 program에 使用된 變數 및 SUB-ROUTING 文名에 對하여 說明하면 다음과 같다.

變數名	記号說明
J	Y軸, Northward
I	X軸, Eastward
DS	$a / \rho\omega g$ (여기서는 71.5 cm) (內海用)
DS2	$a / \rho\omega g$ (여기서는 71.5 cm) (外海用)
D1	$\Delta t / \Delta s$ (여기서는 4×10^{-4} cm) (內海用)
D2	$\Delta t / \Delta s$ (外海用)
E1	$g \cdot \Delta t / \Delta s$ (여기서는 0.392) (內海用)
E2	$g \cdot \Delta t / \Delta s$ (外海用)
C	$2 \cdot \Delta t / \rho\omega$ (여기서는 80.0)
GBR	$rb^2 \cdot \rho\omega$ (여기서는 2.6×10^{-3} gr/cm)
DT	計算間隔(제산시간: 40 sec)
VTS1	平滑係數를 얻기위한 係數 0.7
VTS2	上 同
ALZ	平滑係數 $\alpha = 0.3$
TMAX	全體計數時間數(여기서는 43,200 sec)
TOUT	計算結果印刷時間間隔(여기서는 3600 sec)
Z JMAX	X좌표에서의 ζ의 最大값
B1	$2f \Delta t = 6.8712 \times 10^{-3}$
B2	上 同
NNN	여기서 開發된 program은 外海(B領域) 및 內海(C領域)를 单独으로 또는 外海와 內海 同時에 計算할수 있는 것의 3種類로 区分하도록 되어 있어 이것에 對한 指標임. = 1 : B領域 = 2 : B와 C領域 = 3 : C領域
ISTAT	開始 時間을 가르키는 指標. = 0 : T = 0.0부터 開始 = 1 : 앞계산부터 繼續
NN2	領域別 区分指標 = 1 : B領域 = 2 : C領域
IKC	Y座標의 格點數(C領域)
IJC	X座標의 格點數(C領域)
IKB	Y座標의 格點數(B領域)
IJB	X座標의 格點數(B領域)

變數名	記號說明
JBMAX	B領域에서의 X좌표 格点最高數
KBMAX	B領域에서의 Y座標 格点最高數
JCMAX	C領域에서의 X座標 格点最高數
KCMAX	C領域에서의 Y座標 格点最高數
NNC	C領域에서의 格点總數
NNT	B-C領域을 合한 格点總數
NBOVE	overflow check 할 個所數 (B領域)
NOVER	C領域에서의 overflow check 個所數
JZ(I)	格点 X座標의 番号
KZ(I)	格点 Y座標의 番号
IRC	B, C領域 判別 指標 = 1 : B領域 = 2 : C領域
JOC	格点(X座標)의 最高番号
KOC	格点(Y座標)의 最高番号
RO	r_0 : 여기서는 7.5×10^6 (cm)
ROC	C領域에서의 r_0 여기서는 7.5×10^6 cm
ZO	ζ_∞ 여기서는 1.028×10^3 (cm)

SUBROUTINE文에 關한것

SUBROUTINE名	內 容 說 明
ZBCINI (NNN)	初期值入力用
AANDD(NNN, JBMAX,	慣性項計算用
KBMP1, JJC, JJC, KCMAC)	
ZBCAL (JJB, KKB)	連統方程式의 計算用 (B領域)
ZCCAL (JJB, KKB)	連統方程式의 計算用 (C領域)
BOUNDY (NNN, KBMP1, JJB)	境界條件을 넣은 數值 計算用
ZSM(NNN, JJB, KKB, JJC,	水位의 平滑化 計算用
KKC)	
MNSM(NNN, JJB, KKB, JJC,	X, Y方向流速의 平 滑化計算用
KKC)	
MNBCAL (JJB, KKB, ITB)	流速計算用 (B領域)
MNCCAL (JJC, KKB)	流速計算用 (C領域)
ZBCOUT(NNN, IOUT, JJC,	水位計算結果印刷用
KKC, JJB, KKB)	
MNOUT(NNN, IOUT, JJC,	流速計算結果印刷用
KKC, JJB, KKB)	

4. 4. 計算結果의 例.

浦項內海에 對하여 (C領域) 1976年9月11日 ~ 15日로 海益計算을 實施한 結果 灣外에서 10.28m의 波高가 發生하여 2時間後에 3.98 m로 海岸에 近接함을 알려주고 있다.

數值計算 program은 外海, 內海 同時 計算할 수 있기 때문에 다른 主要 臨海團地에서 本 program을 適用할 수 있게 되어 있으므로 많은 活用이 期待되는 바이다.

5. 結 論

1. 今般研究에서 流體力學理論式의 差分化 問題가 尙 重要한 課題였었는데 여러 가지 試算끝에 數值 計算의 誤差 果積으로 因한 計算值의 發散없이 安定化를 期할 수 있었다.

-發表할 豫定임-

2. 本 研究에서 開發된 program은 微分方程式의 差分化에 依한 數值計算 即 格子網을 構成하여 逐次 바다로 부터 陸地로 向한 定時差, 定距離 計算方式의 program이다. 그리고 本 program은 外海, 內海를 莫論하고 汎용으로 適用할 수 있으며 入力資料로는 台風時의 天氣圖와 懸案地點의 바다의 深度만 알면 언제든지 豫測이 可能하다.

3. 天氣圖로 부터 바람 및 氣壓附与方法에 對하여 本 研究에서는 日本의 經驗式을 引用하였으나 앞으로 이에 對한 研究도 할 必要가 있다.

6. 後 期

本 研究는 1979年度 文敎部政策課題 研究助成費에 依해 이루어 졌다. 文敎部 關係官에 謝意를 表하며 本 研究에 積極協力을 해주신 建設部, 港灣庁, 浦項綜合製鐵, 成均館大學校電算室 職員諸位에게 感謝를 드리는 바이다.

參 考 文 獻

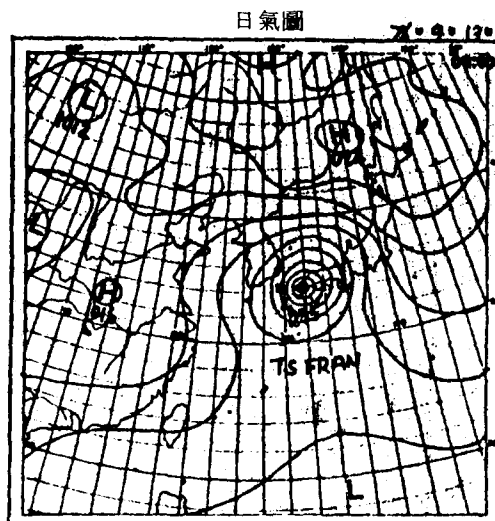
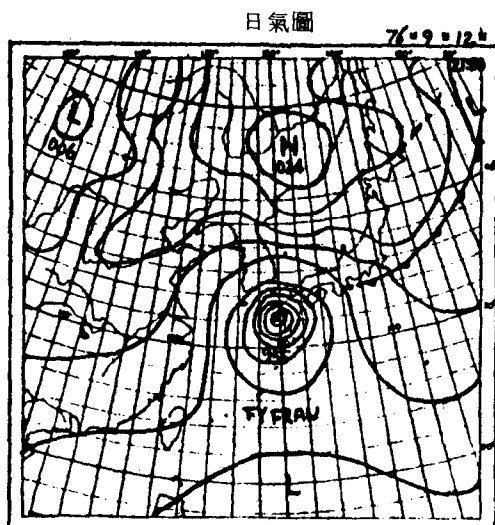
- 1) Jansen, P. Ph. and Dronkers, J. g : "Memorandum on Dike Construction as a part of Master plan for Tokyo Bay" (1962) 産業計劃會議
- 2) 伊藤剛 日野幹雄, 渡辺二郎, 日野和子 "數理模型による東京灣橫斷堤の防潮效果에 關する研究" 第11回海岸工学講演集 (1964)
- 3) 宇野木早苗, 磯崎一郎 "高潮의 數值實驗による二三의 結果について" 第9回海岸工学講演集 (1962)
- 4) 中野猿人 "潮汐學" 古今書院 1940年2月

觀測所：浦 項

異常波浪觀測台帳

年	月	日	時	風向	風速 m/sec	波向	H _m m	T _m sec	H _{1/2} m	T _{1/2} sec	H _{1/10} m	T _{1/10} sec	H _{ma1} m	T _{ma1} sec	氣 压 mb
1976	9	11	12	NNE	12.0	NE	1.3	7.0	1.8	6.5	2.3	6.0	2.8	7.0	1013.1
			16	"	12.0	"	1.9	8.0	2.1	7.5	2.7	7.7	3.4	6.0	
		12	04	NE	14.0	"	2.0	8.0	3.1	8.1	3.7	8.2	4.2	7.0	1011.7
			12	NNE	12.0	"	2.0	9.5	2.6	8.3	3.2	9.5	4.0	10.0	
		20	"	13.5	"	2.0	8.5	2.8	8.7	3.1	9.0	4.5	9.0	1005.0	
			13	00	N	16.0	"	3.6	11.0	4.5	10.0	5.1	10.0		6.0
		04	"	16.5	"	3.6	11.0	4.5	10.0	5.1	10.0	6.0	10.0	1008.7	
			08	"	17.0	"	3.6	11.0	4.5	10.0	5.1	10.0	6.0		10.0
		12	"	8.0	"	2.5	8.5	3.5	8.3	4.0	8.2	5.1	11.0	1005.0	
			16	NW	4.0	"	2.3	11.5	3.5	11.5	4.2	11.2	4.5		12.0
		20	W	3.5	"	2.3	11.5	3.5	11.5	4.2	11.2	5.0	13.0	1008.7	
			14	04	"	4.0	"	2.4	11.5	3.7	11.5	4.1	11.3		5.9
	12	E	4.0	"	3.0	12.5	3.9	11.9	4.3	12.0	4.8	14.0	1008.7		
		20	WNW	1.0	"	1.2	12.5	1.6	12.5	2.1	12.0	2.5		12.0	
	15	00	SW	3.0	"	0.6	10.0	0.9	10.0	1.2	11.0	1.5	10.0	1018.6	
		76	10	29	04	W	4.5	NE	0.3	6.0	0.4	6.0	0.5		6.0
	10	10	"	8.0	"	0.6	7.7	0.9	8.4	1.1	8.4	1.4	12.0	017.1	
		16	WNW	5.0	"	0.7	8.5	1.1	10.4	1.2	10.4	1.6	7.0		
	20	"	4.0	"	1.1	9.3	1.5	10.0	1.9	10.0	2.3	10.0	1018.6		
		30	00	W	5.0	"	0.9	8.3	1.4	10.0	1.7	10.6		2.0	8.0
	04	WSW	8.0	"	0.8	9.1	1.2	10.1	1.3	10.1	1.9	12.0	1018.6		
		08	SW	5.0	"	1.5	11.5	2.3	12.0	2.9	12.0	2.9		15.0	
	12	W	4.0	"	2.4	12.5	3.4	12.5	4.1	12.6	4.8	13.0	1018.6		
		16	SW	6.0	"	1.8	11.5	2.7	12.9	3.5	12.3	3.6		13.0	
20	W	3.0	"	1.5	13.0	2.0	13.0	2.3	13.0	2.5	12.0	1018.6			
	31	00	WSW	6.0	"	0.8	11.7	1.4	12.3	1.8	12.0		2.0	13.0	
04	W	5.0	"	0.8	10.8	1.2	10.9	1.4	10.9	1.6	12.0	1023.4			
	08	SW	6.0	"	0.7	9.0	1.0	9.0	1.3	9.0	1.6		9.0		
12	"	5.0	"	0.6	8.0	0.8	8.0	1.0	8.0	1.4	8.0	1023.4			
	76	12	27	00	W	5.0	NE	1.6	10.1	2.1	10.7		2.5	10.8	3.1
04	WNW	4.0	"	0.9	10.0	1.3	10.0	1.7	10.0	2.0	10.0	1025.5			
	08	WSW	5.0	"	1.0	9.7	1.3	10.3	1.6	10.1	1.7		11.0		
12	W	7.0	"	1.1	10.1	1.7	10.1	2.0	10.2	2.9	12.0	1025.5			
	16	W	6.0	"	1.3	10.1	1.9	10.1	2.2	10.2	2.8		11.0		
20	"	5.0	"	2.1	10.2	3.2	10.3	4.1	10.3	4.4	14.0	1025.7			
	28	00	"	3.0	"	2.3	10.1	3.4	10.3	4.1	10.4		5.2	12.0	
04	"	5.0	"	2.4	10.3	3.4	10.3	4.1	10.2	4.1	12.0	1025.7			
	08	"	4.0	"	2.4	10.3	3.5	10.3	3.9	10.2	4.3		11.0		
12	"	7.5	"	2.2	10.4	3.4	10.4	4.2	10.5	4.5	14.0	1025.7			
	16	WNW	6.0	"	1.8	10.2	2.6	10.3	3.2	10.2	4.1		12.0		
20	W	5.0	"	1.7	10.2	2.5	10.1	3.4	9.0	3.4	9.0	1025.7			
	29	00	"	4.0	"	1.1	10.3	1.6	9.0	1.8	9.4		2.1	8.0	
04	"	7.0	"	1.0	10.0	1.5	10.0	1.8	10.3	2.3	11.0	1025.7			

浦項港



風速・波高・週期の時間變化圖

