解 說

海洋波의 特性과 그 記術에 關한 考察*

崔 恒 洵**

A Review on the Characteristics and Description of Ocean Waves

Abstract

In this note the characteristics of ocean waves is reviewed from standpoint of practical application. To describe the ocean wave in mathematical terms many wave theories have been developed, each under some different aspects.

Among well-established wave theories the gravity wave theory and the cnoidal wave theory are examined by a mathematical principle. Finally valid range of each theory is suggested for its numerical evaluation.

1. 序 論

海洋構造物에 作用하는 外力으로 波浪荷重, 風力, 潮力 또는 地震力등을 열거할 수 있으나 地震帶가 아닌 海域에서의 海洋構造物에는 一般的으로 波浪荷重이 제일 큰 힘으로 作用한다. 따라서 海洋構造物의 基本設計 단계에서 이 波浪荷重을 可能한 正確하게 算定하는 作業이 成功的인 設計를 위한 主要 因子가 된다.

이러한 波浪荷重의 計算方法은 設計海上條件과 支持方法에 의한 構造物의 種類에 따라 差異가 있으나 어떠한 경우에도 設計波와 그에 적절한 波理論을 選定하여야 한다. 實際의 海洋波는 地型, fetch 길이(바람이 불어간 거리), 風速과 지속時間에 따라 매우 복잡한 形象을 보이며 이를 명확히 記述하기란 거의 불가능한 일이다. 그리하여 海洋波의 한 成分을 平面規則波로 가정하고 解析的方法을 利用하여 이를 근사적으로 記述하는 波理論이 유도되었다.

이 考察에서는 우선 海洋波의 기하학적 및 물리학적 特性을 살피고 이의 수학적 記述을 위한 가정과 그 가정의 물리적 의미를 검토한다. 또한 경계치문제의 解析方法과 解로 結果되는 重力波의 1次理論에서 5次理論까지 그리고 cnoidal波와 solitary 波理論의 相互關係를 살펴보고자 한다. 끝으로 實際應用의 觀點에서 본 이들 波理論의 計算과 유효범위를 討議하고자 한다.

2. 海洋波의 特性

海洋波의 發生機構에 對하여는 오늘날까지도 명쾌하게 說明되어 있지 않으나 대체로 바람이 그의 turbulence에 의해 어떤 平均値를 中心으로 Gauss분포에 따르는 周期로 水面에 壓力을 가하고, 이 壓力差異로 因하여 물입자는 정지상태를 벗어나 運動을 시작한다고 믿어지고 있다. 일단 運動을 시작한 물입자는 바람에 의해 계속 운동에너지를 얻음으로써 가속되어 水面은 이에 따라 일정한 높이의 波를 이룬다.[1].***

이렇게 形成된 波는 重力과 表面張力의 영향을 받으며 波高와 波長이 다른 여러 波간의 간섭효과의 결과로 전파되어 나간다. 이때 물입자는 일정한 궤도위에서 運動을 하며 에너지와 位相이 전달되어 지는데 이 궤도는 波頂과 波底에서 물입자의 水平方向 速度成分의 差異와 粘性때문에 완전히는 폐쇄되지 않아 미세량

*接受日字：1980年 6月 10日, 1980年 4月 18日 釜山에서 열린 本學會의 春季學術講演會에서 發表된 論文임.
**正會員, 서울大工大
***[ ]안의 數字는 本論文의 末尾에 揭載한 參考文獻의 番號임.

의 물이 波의 전파방향으로 수송된다. 한편 波頂은 비교적 가파르고 波底는 비교적 평퍼짐하며 靜水面으로부터 波頂까지의 높이가 波底로부터 靜水面까지의 높이보다 크다.

3. 波理論에서의 가정

波理論을 展開하기 위하여 보통 粘性, 압축성과 表面張力을 무시하고 물입자의 運動을 비회전이라 가정한다. 여기서는 이러한 가정들의 유효성을 實際應用의 觀點에서 검토하기로 하자.

(i) 粘 性

實際 물입자의 運動에는 물의 粘性때문에 마찰력이 생기고 이로 인하여 물입자의 운동에너지 일부는 열에너지로 전환되어 물에 소모되어 버린다. 이 영향은 波가 進行하면서 波高의 감쇄로 나타나는데 이 감쇄정도를 대략 다음 식으로 표시할 수 있다.

$$\eta(t)=\exp(-\nu k^2 t)\ \eta_0(t) \tag{1}$$

여기서 ν=물의 動粘性係數($\approx 10^{-6}m^2/s$)

k=波數($=2\pi/\lambda$, λ=波長)

η_0=粘性을 무시한 波에 대한 式

海洋工學에서 關心있는 波는 보통 波長이 100 m 이상이므로 예를들어 波長 100 m인 波에서 粘性으로 감쇄되는 波高는 式 (1)에 의하면 하루에 0.03%정도이다. 따라서 實際應用에서는 粘性을 무시할 수 있다.

(ii) 壓縮性

물의 流體力學的 特性의 하나로 壓縮性이 있으나 그 程度가 매우 미약해서 0°C에서 1大氣壓의 壓力에 단지 0.005%의 體積이 壓縮되므로 實際問題에서는 비압축성유체라 가정한다.

(iii) 表面張力

Capillary wave나 波長이 짧으며 가파른 波, 다시말해 곡률반경이 작은 波의 경우에는 表面張力의 영향을 무시할 수 없으나 海洋工學에서 주로 취급하는 비교적 긴 波長의 波에서는 이 영향은 매우 적다. 예를 들면 表面張力을 나타내는 無次元의 指數인 Weber number W는 다음과 같이 정의되고

$$W=\frac{\rho v^2\lambda}{\sigma_s} \tag{2}$$

여기서

ρ=물의 밀도($\approx$1000 kg/m^3)

v=물입자의 速度

σ_s=공기에 대한 물의 表面張力係數($\approx$0.07 N/m)

波長이 100 m이고 물입자의 速度가 5 m/s인 경우 Weber number의 값은 3.6×10^7이 되어 表面張力의 效果는 inertial pressure에 비하여 무시할 수 있다.

(iv) 비회전운동

바람에 의하여 생긴 波는 水面에 作用하는 전단력에 의해 물입자는 회전운동을 하나 波가 發生海域을 떠나 進行해 가면서 波의 形象은 점차 매끈해지고 물입자의 運動 또한 거의 비회전운동에 가깝게된다. 이러한 現象은 wind-wave tunnel 實驗으로 立證되고 있다[2]. 理論的 解析에서는 물입자의 運動을 비회전운동이라 가정한다.

4. 境界値問題

지금까지 論議한 바와 같이 自由表面에 나타나는 波에 수반되는 물입자의 運動은 비회전이라 가정할 수 있으며 粘性, 壓縮性과 表面張力은 그들의 미세한 영향에 비추어 무시할 수 있다.

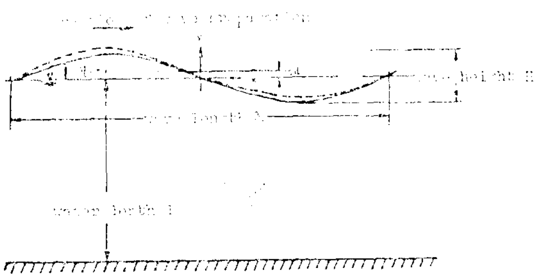

Fig. 1. Coordinate system

이러한 가정하에 물입자운동은 Fig.1에 보인 座標系에서 속도포텐샬, $\Phi(x,y,z;t)$,을 도입하여 記述할 수 있으며 이 속도포텐샬은 연속방정식, 즉 Laplace 방정식($\Delta\Phi=0$)의 解로서 다음과 같은 境界條件을 만족하여야 한다[3].

(i) 自由表面條件 : $\Phi_{tt}+2\nabla\Phi\cdot\nabla\Phi_t+$

$$+\tfrac{1}{2}\nabla\Phi\cdot\nabla(\nabla\Phi\cdot\nabla\Phi)+g\Phi_y=0 \quad \text{on } y=\eta \tag{3}$$

(ii) 海底面條件 : $\Phi_y(x,-d,z;t)=0$ (4)

(iii) radiation條件 : 波는 x軸方向으로 전파한다. (5)

여기서 Φ다음에 보인 아랫문자들은 그에 對한 Φ의 편미분을 의미하고 海底는 水平으로 전역에 걸쳐 고르다 가정한다.

船舶의 運動에 의하여 發生되는 波에 對한 境界値問題와는 달리 여기서는 波形을 條件으로 줄 수가 있으나 式(3)으로 表示된 自由表面條件이 비선형이어서 完全解를 구할 수 없다. 따라서 근사해를 구하기 위한 方法을 생각하게 되는데 가장 一般的으로 쓰이는 方法이 perturbation method이다.

5. 解析法

Perturbation方法에서는 우선 어떤 작은 변수 ε을 導入하여 그 크기를 $\varepsilon=o(1)$라 定義한다. 이제 문제에서 구하고자 하는 속도포텐샬 Φ와 自由表面式 η를 ε에 대한 power series로 展開하고

$$\Phi=\varepsilon\Phi^{(1)}+\varepsilon^2\Phi^{(2)}+\cdots\cdots \qquad (6)$$

$$\eta=\varepsilon\eta^{(1)}+\varepsilon^2\eta^{(2)}+\cdots\cdots \qquad (7)$$

이들을 연속방정식과 境界條件에 代入한다.

解의 consistency를 위하여 自由表面境界條件은 Taylor전개를 통해 $y=\eta$대신 $y=0$에서 適用한다. 이렇게 展開된 式을 ε의 각 order의 項들을 모아 정리하면 n개의 문제로 분리된다.

(i) $\triangle\Phi^{(n)}=0$ (8)

(ii) $g\Phi_y^{(n)}+\Phi_{tt}^{(n)}=f^{(n)}(\Phi^{(n-1)}, \Phi^{(n-2)}, \cdots\cdots)$
on $y=0$ with $f^{(1)}=0$ (9)

(iii) $\Phi_y^{(n)}(x, -d, z; t)=0$ (10)

(iv) radiation condition $(n=1, 2, 3, \ldots)$ (11)

이 問題는 Cauchy type의 2次 偏微分方程式으로 모든 n에 대하여 本質的으로 같은 性格의 問題이나 自由表面境界條件인 式(9)에서 볼수 있듯이 ε의 n次 問題에서는 $(n-1)$次까지의 解가 境界値로 나타나므로 ε의 1次問題$(n=1)$에서부터 시작하여 高次問題$(n\geq 2)$를 차례차례 풀어야 한다. $(n-1)$次의 解가 구해지면 原則的으로 n次의 問題를 解決할 수 있으나 n이 커질수록 表現式은 급속히 복잡해진다.

6. 重力波理論

앞에서 導入한 작은변수 ε을 波長에 對한 波高의 比

$$\varepsilon=\frac{H}{\lambda} \qquad (12)$$

라 定義하면 이 問題의 解는 ε의 order에 따라 1次, 2次…等의 重力波理論이 된다. 5次까지의 속도포텐샬과 自由表面式을 다음과 같이[4]

$$\begin{aligned}\frac{k\Phi}{c}=&(\delta A_{11}+\delta^3A_{13}+\delta^5A_{15})\cosh k(y+d)\sin\theta\\&+(\delta^2A_{22}+\delta^4A_{24})\cosh 2k(y+d)\sin 2\theta\\&+(\delta^3A_{33}+\delta^5A_{35})\cosh 3k(y+d)\sin 3\theta\\&+\delta^4A_{44}\cosh 4k(y+d)\sin 4\theta\\&+\delta^5A_{55}\cosh 5k(y+d)\sin 5\theta\end{aligned} \qquad (13)$$

$$\begin{aligned}k\eta=&\delta\cos\theta+(\delta^2B_{22}+\delta^4B_{24})\cos 2\theta+(\delta^3B_{33}+\delta^5B_{35})\cos 3\theta\\&+\delta^4B_{44}\cos 4\theta+\delta^5B_{55}\cos 5\theta\end{aligned} \qquad (14)$$

表示할 수 있고 c는 波의 전파속도, $\theta=kx-wt$ 이며 δ는 ε에 준하는 미지수이다.

윗式에서 A_{ij}, B_{ij}는 미지의 계수인데 두식을 자유표면 경계조건에 대입하여 결정한다. 이들 계수에 sinh kd와 cosh kd項들이 포함되어 있다(부록참조).

實際問題에서는 보통 設計波高 H와 周期 T 그리고 靜水面까지의 水深 d가 주어지므로 波數 k와 미지수 δ의 값을 구하는것이 선결문제다. 이를 위하여 自由表面式으로부터 波高에 대한 關係式과 dispersion式을 利用하여 iteration方法에 의하여 k와 δ의 값을 定한다.

$$\frac{kH}{2}=\delta+\delta^3B_{33}+\delta^5(B_{35}+B_{55}) \qquad (15)$$

$$\frac{1}{gk}\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2=\tanh kd(1+\delta^2C_1+\delta^4C_2) \qquad (16)$$

여기서 C_1과 C_2는 sinh kd와 cosh kd를 내포하는 계수들이다(부록참조).

k와 δ의 값은 위의 2次 聯立方程式으로부터 ε의 1次 3次 그리고 5次의 解로 구하는데 특히 ε의 1次解는 잘 알려져 있는 바와 같이

$\delta=k\dfrac{H}{2}$, $w^2=gk\tanh kd$로 얻어지고

속도포텐샬은

$$\Phi^{(1)}=\frac{H}{2}C\frac{\cosh k(y+d)}{\sinh kd}\sin(kx-\omega t) \qquad (17)$$

전파속도는

$C^{(1)}=\dfrac{gT}{2\pi}\tanh kd$와 같으며

自由表面은 단순한 cosine curve가 된다.

$$\eta^{(1)}=\frac{H}{2}\cos(kx-\omega t).$$

式 (17)로 表示된 속도포텐샬로부터 물입자의 速度와 加速度를 구할 수 있고 이 線型重力波 理論은 주로 부유식 海洋構造物의 波浪荷重計算에 利用된다.

線型理論이 靜水面을 中心으로 단순한 cosine curve로 波形을 表示하는 데에 반해 高次理論은 實際海洋波에 좀더 가깝게 가파른 波頂과 평평한 波底를 記述한다. 또한 靜水面에서 波頂까지의 높이가 波底에서 靜水面까지의 높이보다 크며 波의 전파속도 또한 高次理論의 結果가 線型理論의 값보다 크다. 이를 수식으로 표시하면

$$kC^2=C^{(1)2}(1+\delta^2C_1+\delta^4C_2) \qquad (18)$$

$$k\Delta d=\delta^2C_3+\delta^4C_4 \qquad (19)$$

와 같으며 平均水位의 上昇 Δd는 2次와 4次의 結果이며 전파속도의 증가는 3次와 5次理論에서 얻어진다 (C_3과 C_4의 表現式은 부록에 기재되어 있다). 따라서 固定式海洋構造物의 cellar legs에 對한 波浪荷重計算에는 반드시 高次理論을 사용하여야 한다.

7. Cnoidal & Solitary Wave Theories

작은 변수 ε을 波高와 靜水面까지의 水深과의 比

$$\varepsilon=\frac{H}{d} \tag{20}$$

로 定義하면 前述한 境界値問題는 重力波理論에 비해 한결 더 복잡한 式으로 되며 ε에 대한 1次問題의 特性方程式은 2次常微分方程式으로 그리고 ε에 대한 2次問題의 特性方程式은 4次常微分方程式으로 나타나며 그 解는 Jacobian elliptic function $cn(x, m)$으로 表示되고 이를 cnoidal wave라 한다[5].

2次解의 自由表面은

$$\frac{\eta(X)}{h}=\frac{H}{h}cn^2(\alpha X, m)$$
$$-\frac{3}{4}\left(\frac{H}{h}\right)^2 cn^2(\alpha X, m)[1-cn^2(\alpha X, m)] \tag{21}$$

이며 변환된 水平座標 αX는

$$\alpha X=\frac{x}{h}\left(\frac{3}{4m^2}\frac{H}{h}\right)^{1/2}\left[1-\frac{H}{h}\left(\frac{7m^2-2}{8m^2}\right)\right] \tag{22}$$

로부터 얻어지고, h는 波底까지의 水深이다(Fig. 2).

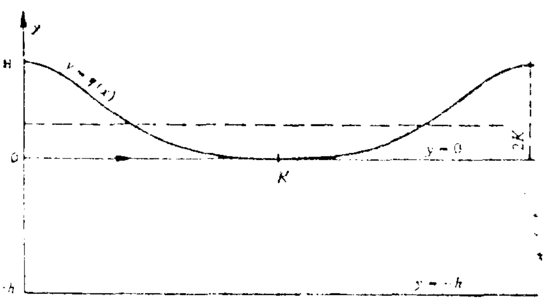

Fig. 2. Schematic illustration of a cnoidal wave

이 cnoidal wave theory를 利用하기 위하여는 우선 Jacobian elliptic function의 modulus m의 값을 구해야 하는데 이는 다음의 두條件으로부터 구해진다.

$$\frac{\lambda}{h}=\frac{4mK(m)}{\sqrt{3H/h}}\left[1+\left(\frac{7m^2-2}{8m^2}\right)\frac{H}{h}\right] \tag{23}$$

$$d=h+\frac{H}{m^2}\left[\frac{E(m)}{K(m)}-(1-m^2)\right] \tag{24}$$

여기서 $K(m)$과 $E(m)$은 第1種과 第2種의 complete elliptic integral을 의미한다.

線型 cnoidal wave의 周期는 $2K(m)$이며 물입자의 水平方向 速度成分이 海底에서 水面까지 一定하다는 特性을 지닌다. 만약 modulus m의 값이 1이면

$$cn(\alpha X, 1)=\mathrm{sech}\,\alpha X \tag{25}$$

가되고 이 關係를 式(21)~(24)에 代入하면 波長이 無限大인 solitary wave가 유도된다.

한편 modulus m이 O이면

$$cn(\alpha X, O)=\cos\alpha X \tag{26}$$

이되나 式(21)~(24)에 이 關係를 代入해도 重力波理論으로 변환되지 않는다.

8. 波理論의 適用範圍

지금까지 論議한 바와 같이 重力波理論은 작은 변수 ε이 波高와 波長의 比로 定義되어 유도되었으므로 波長에 比해 波高가 작은 波에 有效하고 주로 水深이 깊은 海域에 適用된다. 한편 cnoidal 및 solitary波는 ε이 波高와 水深의 比인 경우이므로 海底의 영향이 물입자의 運動에 나타나는 淺水海域에서 有效하며 특히 solitary波는 그 適用範圍가 매우 制限되어 海岸에서 높은 波高와 相當히 긴 波長의 波에만 適用된다.

運動學的 觀點[6]과 數値의 經驗에서 Fig. 3과 같이 適用範圍를 제안할 수 있다. cnoidal波 理論은 일반적으로 그 表現式이 복잡하고 計算이 까다로와 可能한 한 重力波로 代用하도록 한다. 波浪荷重의 觀點에서 볼때는 自由表面근처의 荷重을 구할 때는 高次理論의 사용이 권장되고 깊이 잠수된 部位의 荷重計算에는 線型理論을 使用하여도 結果에 별다른 差異를 주지 않는다. 理論的 展開나 不規則波 解析에는 그 간편함과 가정때문에 線型重力波理論이 사용된다.

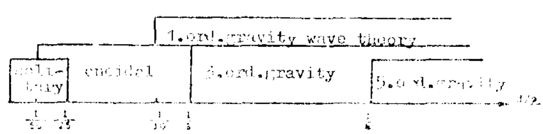

Fig. 3. Application ranges of wave theories

9. 結 言

古典力學에서 出發한 波理論이 1950年 이래 先進國에서 活潑히 展開되어 온 海洋開發에 대한 努力에 따라 급격한 진전을 보았고 이제는 잘 定立되어 있어 波理論의 效用은 단지 使用者의 올바른 理解에 달려있다 하겠다. 第7鑛區의 海底石油 試錐作業에 맞추어 이 分野에 대한 우리 스스로의 技術開發 및 蓄積이 절실히 要求되며 이러한 觀點에서 최근 日本造船學會가 發刊한 「海洋工學」特集[7]은 좋은 본보기이자 자극제라

하겠다.

本小考에서는 미비하나마 重力波, cnoidal 및 solitary 波에 대한 개략적인 考察을 하였고 여기서 취급되지 않은 stream function theory, breaking wave theory 및 不規則波에 대한 考察이 要望된다.

參 考 文 獻

1. O.M. Phillips, "On the generation of waves by turbulent wind," *Journ. Fluid Mech.*, Vol. 2 1957, pp. 417-445.
2. R.L. Wiegel, *"Oceanographical Engineering,"* Prentice Hall Inc., 1964.
3. J.V. Wehausen & E.V. Laitone, "Surface Waves," *Handbuch der Physik*, Vol. 9, 1960, pp. 446-778.
4. L. Skjelbreia & J. Hendrickson, "Fifth order gravity wave theory," *Proc. 7th Conf. Coastal Eng.*, The Hague, 1961, pp. 184-196.
5. E.V. Laitone, "The second approximation to cnoidal and solitary waves," *Journ. Fluid Mech.*, Vol. 9 1960, pp. 430-444.
6. E.V. Laitone, "Limiting conditions for cnoidal and Stokes waves," *Journ. Geophys. Research*, Vol. 67 1962, pp. 1555-1564.
7. 日本造船學會誌, No. 609 March 1980, 「海洋工學」 特集.

부 록

식(13)~(16)에 쓰여진 係數들 A_{ij}, B_{ij} 및 C_i의 表現式은 다음과 같다. 여기서 s와 c는 각각 sinh kd와 cosh kd를 의미한다.

$$A_{11}=1/s \qquad A_{13}=\frac{-c^2(5c^2+1)}{8s^5}$$

$$A_{15}=\frac{-(1184c^{10}-1440c^8-1992c^6+2641c^4-249c^2+18)}{1536s^{11}} \qquad A_{22}=\frac{3}{8s^4}$$

$$A_{24}=\frac{(192c^8-424c^6-312c^4+480c^2-17)}{768s^{10}} \qquad A_{33}=\frac{(13-4c^2)}{64s^7}$$

$$A_{35}=\frac{(512c^{12}+4224c^{10}-6800c^8-12,808c^6+16,704c^4-3154c^2+107)}{4096s^{13}(6c^2-1)}$$

$$A_{44}=\frac{(80c^6-816c^4+1338c^2-197)}{1536s^{10}(6c^2-1)}$$

$$A_{55}=\frac{-(2880c^{10}-72,480c^8+324,000c^6-432,000c^4+163,470c^2-16,245)}{61,440s^{11}(6c^2-1)(8c^4-11c^2+3)}$$

$$B_{22}=\frac{(2c^2+1)}{4s^3}c \qquad B_{24}=\frac{c(272c^8-504c^6-192c^4+322c^2+21)}{384s^9}$$

$$B_{33}=\frac{3(8c^6+1)}{64s^6}$$

$$B_{35}=\frac{(88,128c^{14}-208,224c^{12}+70,848c^{10}+54,000c^8-21,816c^6+6264c^4-54c^2-81)}{12,288s^{12}(6c^2-1)}$$

$$B_{44}=\frac{c(768c^{10}-448c^8-48c^6+106c^2-21)}{384s^9(6c^2-1)}$$

$$B_{55}=\frac{(192,000c^{16}-262,720c^{14}+83,680c^{12}+20,160c^{10}-7280c^8+7160c^6-1800c^4-1050c^2+225)}{12,288s^{10}(6c^2-1)(8c^4-11c^2+3)}$$

$$C_1=\frac{(8c^4-8c^2+9)}{8s^4} \qquad C_2=\frac{(3840c^{12}-4096c^{10}+2592c^8-1008c^6+5944c^4-1830c^2+147)}{512s^{10}(6c^2-1)}$$

$$C_3=-\frac{1}{4sc} \qquad C_4=\frac{(12c^8+36c^6-162c^4+141c^2-27)}{192cs^9}$$

科學技術者倫理要綱

現代的 國家發展에 미치는 科學技術者의 役割의 重要性에 비추어 우리들 科學技術者는 우리들의 行動의 指針이 될 倫理要綱을 아래와 같이 制定하고 힘써 이를 지킴으로써 祖國의 近代化에 이바지할 것을 깊이 銘心한다.

1. 우리들 科學技術者는 모든 일을 最大限으로 誠實하고 公正하게 處理하여야 한다.
2. 우리들 科學技術者는 恒常 專門家로서의 權威를 維持하도록 努力하며 自己가 所屬하는 職場 또는 團體의 名譽를 昻揚하여야 한다.
3. 우리들 科學技術者는 法律과 公共福利에 反하는 어떠한 職分에도 從事하여서는 안되며, 의아스러운 企業體에 自己의 名稱을 빌려주는 것을 拒絶하여야 한다.
4. 우리들 科學技術者는 依賴人이나 雇傭主로부터 取得 또는 그로 因해 얻어진 科學資料나 情報에 對하여는 秘密을 지켜야 한다. 또는 他人의 資料情報를 引用할 때는 그 出處를 밝혀야 한다.
5. 우리들 科學技術者는 誇張 및 無根한 發言과 非權威的 또 眩惑的 宣傳을 삼가야 하며 또 이를 制止하여야 한다. 特히 他人의 利害에 關係되는 評價報告 및 發言에는 愼重을 期하여야 한다.
6. 우리들 科學技術者는 어떠한 硏究가 그 依賴者에게 利益이 되지 않음을 아는 경우에는 이를 미리 알리지 아니하고는 어떠한 報酬를 위한 硏究도 擔當하지 않는다.
7. 우리들 科學技術者는 祖國의 科學技術의 發展을 위하여 最大限으로 奉仕精神을 發揮하여야 하며 또한 이를 위한 應分의 物質的 協助를 아껴서는 안 된다.