

DH Laser Diode의 Threshold Current에 대한 2次 高調波 歪曲의 이론적 해석 (Theoretical Analysis of Second Harmonic Distortion for Threshold Current in DH Laser Diode)

金 成 一*, 朴 漢 奎**
(Kim, Sung Il and Park, Han Kyu)

要 約

本 論文에서는 DH-laser diode의 threshold current를 계산하기 위하여 2次고조파 왜곡(second harmonic distortion)에 대해 Rate 방정식(Rate-equation)을 動的상태와 靜的상태 방정식으로 연립하여 계산하였다. 특히 고조파 왜곡 ($|S'_2|/|S'_1|$)을 계산하는데 바이어스 전류 J_0 에 대하여 변조 전류 J_m 을 변조계수 m 으로 놓고 ($J_m = mJ_0$) 계산하여 주입전류 J 가 J_{th} 에서 2次 고조파 왜곡이 최대치를 가짐을 보여, 이제까지 알려진 J_{th} 조사 방법보다 간편하고 정확하게 조사할 수 있음을 제시하였다.

Abstract

In this paper, the second harmonic distortion of the DH L.D. is analyzed using dynamic and static rate equations.

In this analysis the modulation current J_m is changed by varying the injection current with the relation of $J_m = mJ_0$, where m stands for modulation index. It is showed that relative harmonic distortion ($|S'_2|/|S'_1|$) has a peak exactly at the threshold current.

It is also confirmed that this method is simple and more accurate than previously reported methods in the decision of the threshold current.

I. 序 論

1960年代 이후 DH L. D. (double hetero-junction laser diode)에 관한 論文이 발표되었으며, 주로 DH L. D.의 구조와 동작특성에 관한 研究가 진행되었고, 중요한 파라메타의 정의와 상호 관계에 대해서도 많은 연구가 있었다. 특히 DH L. D.의 J_{th} 값을 정확히 측정하는 것은 L. D.의 동작을 이해하는 데는 필수 불가결하며, 현재 J_{th} 를 측정하는

방법에 대하여는 T. L. Paol [4,5,6]와 T. Hong [9]에 의하여 연구가 진행되었다. 이들은 저주파 잡음(low frequency noise)과 전기적 미분 특성 곡선에 관한 이론과 3차 고조파 왜곡을 해석하여 측정 방법을 모색하였으나, 오차 허용 범위가 크거나, 측정이 어려운 단점이 있어, 본 論文에서는 量子力學的 rate 방정식 [1,2,3]을 動的상태와 靜的상태의 방정식으로 전개, 연립하여 계산하고 laser diode의 2次 高調波 歪曲을 理論的으로 해석함으로써 2次 高調波 歪曲과 J_{th} 의 관계를 유도하였다.

*, ** 正會員, 연세대학교 공과대학 전자공학과
(Dept. of Electronics Eng. Yonsei Univ.)
接受日字: 1979年 11月 12日

II. 이론적 解析

DH-Laser diode의 동작 특성을 解析하는 데는 모든 이론을 사용하는 방법과 rate 방정식으로 유도하는 방법이 있으나 本 論文에서는 DH L. D.의 동작 특성을 해석하기 위하여 rate 방정식을 사용하여 반송자(carrier)와 광자(photon)의 상호관계를 유도하였다.

먼저 rate 방정식을 靜的상태와 動的상태의 방정식으로 구분하였으며, 動的상태 方程式에서 변조시킴에 발생하는 2次 高調波 발진을 관찰하기 위해 動的상태 rate 방정식을 다음과 같이 정의한다. [1, 2, 3 :

$$\frac{dn}{dt} = \frac{J}{ed} - \frac{n}{\tau_s} - GnS \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{ds}{dt} = Gns - \frac{s}{\tau_p} + C \frac{n}{\tau_s} \quad \dots\dots\dots (2)$$

식(1)과(2)에서 n은 반송자 밀도(carrier density), S는 광자 밀도(photon density)를 말하고, d는 L. D.의 활성 영역의 두께이고, τ_s 는 반송자 수명시간, τ_p 는 광자 수명시간, G는 이득, C는 자연 방사 계수(spontaneous emission factor)로 정의하였다.

식(1)과(2)를 모든 DH L. D.에 적용할 수 있도록 정규화 계수 $n_{th} = \frac{1}{G\tau_p}$, $J_{th} = \frac{ed}{\tau_s} n_{th}$ 로 정규화시키면,

$$\frac{dn}{dt} G\tau_p = \frac{G\tau_p J}{ed} - \frac{G\tau_p n}{\tau_s} - GnG\tau_p S \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$\frac{ds}{dt} G\tau_p = GnG\tau_p S - \frac{G\tau_p s}{\tau_p} + C \frac{G\tau_p n}{\tau_s} \quad \dots\dots\dots (4)$$

로 된다.

식(3)과(4)를 시간 변수에 對해 정규화시킴으로써, 주파수에 대하여도 정규화할 수 있게 되며, 식(5)와(6)을 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$\frac{dn'}{dt} = J' - n' - \frac{\tau_s}{\tau_p} n' S \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$\frac{ds'}{dt} = \frac{\tau_s}{\tau_p} n' S - \frac{\tau_s}{\tau_p} S' + Cn' \quad \dots\dots\dots (6)$$

앞 식에서 $n' = \frac{n}{n_{th}}$, $S' = \frac{S}{n_{th}}$, $J' = \frac{J}{J_{th}}$, $t' = \frac{t}{\tau_s}$ 로

놓았으며, 식(5)와(6)은 動的상태 Rate 방정식을 정규화 시킨 식으로 표현하였다.

각 식에서 J' 는 바이어스 전류(bias current) J_0

와 변조 전류(modulation current) $J'_m e^{i\omega_m t'}$ 를 포함하고 n', S' 는 J' 에 對한 반송자 밀도, 광자 밀도를 나타낸다. 즉

$$J' = J_0' + \sum_{m=1} J'_m e^{i\omega_m t'}$$

$$n' = n_0' + \sum_{m=1} n'_m e^{i\omega_m t'}$$

$$S' = S_0' + \sum_{m=1} S'_m e^{i\omega_m t'} \quad \text{이다.}$$

윗 식을 식(5)와(6)에 대입하면

$$\sum_{m=1} i\omega_m n'_m e^{i\omega_m t'} = (J_0' + \sum_{m=1} J'_m e^{i\omega_m t'}) - (n_0' + \sum_{m=1} n'_m e^{i\omega_m t'}) - \frac{\tau_s}{\tau_p} (n_0' + \sum_{m=1} n'_m e^{i\omega_m t'}) (S_0' + \sum_{m=1} S'_m e^{i\omega_m t'}) \quad \dots\dots\dots (7)$$

$$\sum_{m=1} i\omega_m S'_m e^{i\omega_m t'} = \frac{\tau_s}{\tau_p} (n_0' + \sum_{m=1} n'_m e^{i\omega_m t'}) (S_0' + \sum_{m=1} S'_m e^{i\omega_m t'}) - \frac{\tau_s}{\tau_p} (S_0' + \sum_{m=1} S'_m e^{i\omega_m t'}) (n_0' + \sum_{m=1} n'_m e^{i\omega_m t'}) + C (n_0' + \sum_{m=1} n'_m e^{i\omega_m t'}) \quad \dots\dots\dots (8)$$

식(7)과(8)을 얻을 수 있으며, 靜的 상태 Rate 방정식을 만족하는 항을 제거하고, 이항하여 정리하면

$$J_0' e^{i\omega_m t'} = \sum_{m=1} \left\{ (i\omega_m + 1 + \frac{\tau_s}{\tau_p} S_0') n'_m + \frac{\tau_s}{\tau_p} n_0' S'_m \right\} e^{i\omega_m t'} + \sum_{m=1} \frac{\tau_s}{\tau_p} n'_m S'_m e^{2i\omega_m t'} \quad \dots\dots\dots (9)$$

$$0 = \sum_{m=1} \left\{ (i\omega_m - \frac{\tau_s}{\tau_p} n_0' + \frac{\tau_s}{\tau_p}) S'_m (\frac{\tau_s}{\tau_p} S_0' + C) - n'_m \right\} e^{i\omega_m t'} + \sum_{m=1} (\frac{\tau_s}{\tau_p}) n'_m S'_m e^{2i\omega_m t'} \quad \dots\dots\dots (10)$$

을 얻을 수 있다.

(9)식과(10)식에서 ω_m 항과 $2\omega_m$ 항이 1次 발진항과 2次 발진항으로 정의되고 ($|S'_2| \ll |S'_1|$)의 크기를 구함으로써 2次 高調波 歪曲의 크기를 計算할 수 있다. (9)식과(10)을 정리하면

$$n'_1 (i\omega_1 + 1 + \frac{\tau_s}{\tau_p} S_0') + (\frac{\tau_s}{\tau_p} n_0' S'_1) = J'_1 \quad \dots\dots\dots (11)$$

$$n'_2 (i\omega_2 + 1 + \frac{\tau_s}{\tau_p} S_0') + \frac{\tau_s}{\tau_p} n_0' S'_2 + \frac{\tau_s}{\tau_p} S'_1 n'_1 = 0 \quad \dots\dots\dots (12)$$

$$S_1(i\omega_1 - \frac{\tau_s}{\tau_p} n'_0 + \frac{\tau_s}{\tau_p}) + (-\frac{\tau_s}{\tau_p} S'_0 - C) n'_1 = 0 \quad (13)$$

$$S_2(i\omega_2 - \frac{\tau_s}{\tau_p} n'_0 + \frac{\tau_s}{\tau_p}) + (-\frac{\tau_s}{\tau_p} S'_0 - C) n'_2 - \frac{\tau_s}{\tau_p} n'_1 S'_1 = 0 \quad (14)$$

을 얻게 된다.

윗 식에서 1次 발진에서 형성되는 반송자 밀도 n'_1 과 광자 밀도 S'_1 , 그리고 2次 발진에 對한 반송자 밀도 n'_2 광자 밀도 S'_2 의 유도식은 다음과 같다.

$$n'_1 = \frac{(i\omega_1 - \frac{\tau_s}{\tau_p} n'_0 + \frac{\tau_s}{\tau_p}) J'_1}{\left\{ (i\omega_1 + 1 + \frac{\tau_s}{\tau_p} S'_0) (i\omega_1 - \frac{\tau_s}{\tau_p} n'_0 + \frac{\tau_s}{\tau_p}) + \frac{\tau_s}{\tau_p} n'_0 (\frac{\tau_s}{\tau_p} S'_0 + C) \right\}} \quad (15)$$

$$S'_1 = \frac{(\frac{\tau_s}{\tau_p} S'_0 + C) J'_1}{\left\{ (i\omega_1 + 1 + \frac{\tau_s}{\tau_p} S'_0) (i\omega_1 - \frac{\tau_s}{\tau_p} n'_0 + \frac{\tau_s}{\tau_p}) + \frac{\tau_s}{\tau_p} n'_0 (\frac{\tau_s}{\tau_p} S'_0 + C) \right\}} \quad (16)$$

(n'_1 분모 = S'_1 분모 = D)

$$n'_2 = \frac{\frac{\tau_s}{\tau_p} (i\omega_1 - \frac{\tau_s}{\tau_p} n'_0 + \frac{\tau_s}{\tau_p}) (-\frac{\tau_s}{\tau_p} S'_0 - C)}{D^2 \left\{ (i\omega_2 + 1 + \frac{\tau_s}{\tau_p} S'_0) (i\omega_2 + \frac{\tau_s}{\tau_p}) - \frac{\tau_s}{\tau_p} n'_0 (J'_1)^2 (\frac{\tau_s}{\tau_p} S'_0 + C) \right\}} \quad (17)$$

$$S'_2 = \frac{\frac{\tau_s}{\tau_p} (i\omega_1 - \frac{\tau_s}{\tau_p} n'_0 + \frac{\tau_s}{\tau_p}) (-\frac{\tau_s}{\tau_p} S'_0 - C) (J'_1)^2}{-D^2 \left\{ (i\omega_2 + 1 + \frac{\tau_s}{\tau_p} S'_0) (i\omega_2 + \frac{\tau_s}{\tau_p}) - \frac{\tau_s}{\tau_p} n'_0 (i\omega_2 + 1 - C) \right\}} \quad (18)$$

이와 같이 하여 결론식을 얻었으며, 본문에서 고려

하고자 하는 2次 高調波 歪曲의 크기 ($|S'_2|/|S'_1|$) 을 구하고자 함으로 식 (16)과 식 (18)을 靜的 상태의 정규화 rate방정식에서 구한 J'_0, n'_0, S'_0 과 연결으로 計算하면 ($|S'_2|/|S'_1|$)의 값을 그림(1)과(2)와 같이 구할 수 있었다.

그림 1은 $J_1/J_0 = 0.1, \omega = 0.005, \tau_s/\tau_p = 10^3$ 으로 고정하고 C 값을 $10^{-3}, 10^{-4}, 10^{-5}$ 으로 변화시키고 그림 2는 $J_1/J_0 = 0.1, \omega = 1$ 로 $\tau_s/\tau_p = 10^3$ 으로 고정하고 C 값을 $10^{-3}, 10^{-4}, 10^{-5}$ 으로 변화를 주어 계산한 결과이다.

2次 高調波 歪曲 크기 ($|S'_2|/|S'_1|$)의 계산은 TI-59 마이크로 콤퓨터를 사용하여 콤퓨터 simulation을 하였다.

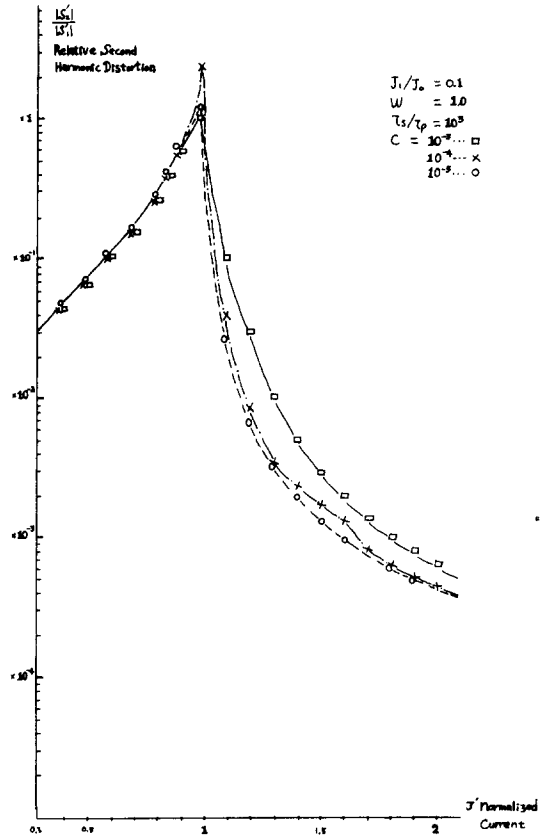


그림 1.

III. 결과 고찰

앞의 그림 1과 2에서 살펴볼 수 있는 바와 같이 정규화 전류 J 값이 J_{th} 와 일치할 때, C 값이나 ω 값에 관계없이 ($|S'_2|/|S'_1|$) 값이 최대치를 가짐을 알 수 있으며, 바로 2次 高調波 歪曲이 최대값

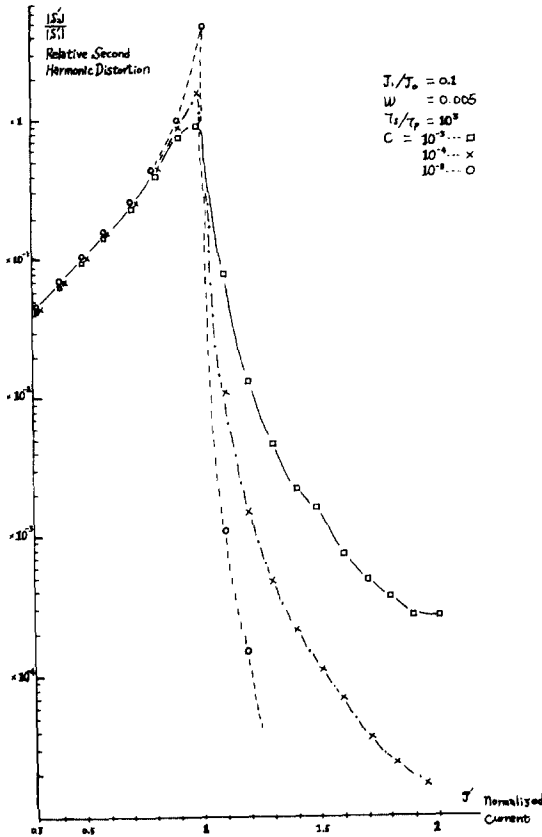


그림 2.

을 가질 때, 정규화 전류 J' 가 threshold current J_{th} 가 됨을 알 수 있다.

이제까지 발표된 J_{th} 조사 방법으로는 T. L. Paoli의 저주파 잡음이 최대치를 가질 때의 전류값을 J_{th} 로 결정하는 방법(4)과 전기적 2차 미분 특성곡선이 최대치를 가질 때의 전류값을 J_{th} 로 인정하는 방법(5,6)이 발표되었고, T. Hong의 3차 고調波歪곡이 최소치가 될 때를 J_{th} 로 결정하는 방법(9)이 있다. 이에 본 논문에서는 DH-L. D.의 J_{th} 를 측정하는 방법으로서 변조 계수 m 으로 변조전류 J_m 을 $J_m = mJ_0$ 와 같이 놓고 계산함으로써 2차 고調波歪곡의 크기가 C 값의 변화와 ω 값의 변화에 관계없이 J_{th} 에서 최대치를 가짐을 알았다.

이와 같이 DH-L. D.의 J_{th} 를 결정하는데, DH-L. D.의 중요 파라메타를 정규화 시킨 값에서 2차 고調波歪곡의 크기가 C , ω 의 값에 관계없이 J_{th} 에서 최대치를 갖게 되므로 다른 방법에 비해 손쉽게 정확하게 J_{th} 를 측정할 수 있음을 보였다.

V. 결 론

앞 절에서도 언급한 바와 같이, J_{th} 측정 방법 중, T. L. Paoli의 저주파 잡음이 최대치를 가질 때 바이어스 전류값을 J_{th} 로 결정하는 방법과 전기적 1차, 2차 미분 특성곡선에 의한 방법은 측정에 있어 손쉬운 장점은 있으나, 측정 주파수나 바이어스 전류에 대하여 잡음의 크기 변화나 1차, 2차 미분 특성곡선의 변화가 복잡하게 나타나 J_{th} 결정에 오차 발생 범위가 크게 나타나며, T. Hong의 3차 고조파 왜곡의 크기에 의한 방법은 오차 허용 범위가 적은 장점은 있으나 3차 고조파 왜곡의 크기가 -50~-60dB까지 떨어지기 때문에 측정하는데 어려움이 있다.

이에 2차 고조파 왜곡을 바이어스 전류에 대하여 변조전류를 변화시키면서 계산한 결과는 특성 곡선의 변화가 정규화 전류 J' 에 대하여 일정하게 나타나 오차 발생 범위가 적고, 측정 주파수나 다른 파라메타에 대하여 관계없이 단지 2차 고조파 왜곡의 크기만을 측정함으로써 J_{th} 를 조사할 수 있어 간편하다. 이 밖에도 2차 고조파 왜곡에 대하여 rate方程式으로 계산하였기 때문에 앞으로의 DH-L. D.의 구조와 동작 특성을 쉽게 설명할 수 있으리라 생각된다.

V. 參 考 文 獻

1. H. Haug, "Quantum-Mechanical Rate Equations for Semiconductor Laser" Physical Review Vol. 184. No. 3. 10 August 1969.
2. H. Stutz & G. Demars, in "Quantum Electronics" (C. H. Townes, ed) Columbia Univ. Press, New York, 1960.
3. A Comprehensive Analysis of the Maser Rate Equation is given by D. A. Kleinman, Bell Syst. Tech J. 43. 1964.
4. T. L. Paoli, "Noise Characteristics of Stripe Geometry Double-Heterojunction laser Operating Continuously-I. Intensity Noise at Room Temperature", IEEE J. Quantum Electron, Vol. QE-11, pp. 276-283, June 1965.
5. T. L. Paoli, "Theoretical Derivatives of the Electrical the Vicinity of Threshold" IEEE J. Quantum Electron, Vol. QE-14 No. 1. January 1978.
6. T. L. Paoli, "Observation of Second Deriva-

- tives of the Electrical Characteristics of Double-Heterostructure Junction Lasers" IEEE Electron Devices Vol. ED-23, No -12, December 1976.
7. G. Lasher & F. Stern "Spontaneous and Stimulated Recombination Radiation in Semiconductors" Phys. Rev. Vol. 133, pp. A553-A556, Jan. 20. 1964.
8. L. Hayashi, M. B. Panish and F. K. Reinhart, "GaAs - Al_xGa_{1-x}As Double Heterostructure Injection Lasers", J. Appl. Phys. Vol. 42, pp. 1929~1941. Apr. 1971.
9. T. Hong, 제 39회 한국 물리학회 총회 발표논문집, Oct. 1979.

