

磁界 및 渦電流 浸透效果를 考慮한 히스테리시스 電動機의 토크에 대한 一解析法

論 文
29-9-3

An Analysis on the Torque of Hystereresis-motor Concerned with Penetration-Effects of Magnetic-Field and Eddy-Current

鄭 然 澤* · 愼 鏞 璉**
(Yon-tack Chung, Yong-Jin Shin)

Abstract

This paper describes an analytical method on the starting torque of hysteresis motor, taking account of penetration effects of magnetic-field and eddy-current into the rotor, to the elliptical approximation method of hysteresis-loop.

By the above method, it have obtained the torque of rotor ring with non-magnetic and non-conductive material arbor, and the results are concerned and compared with that of computed by aid of callibration factor, $k=1+\exp(-2t_r/\delta)$.

1. 序 論

히스테리시스電動機의 非同期時에 있어서 토크, 電流 및 入力 등은 原理的으로는 슬립에 의하지 않고 일정하게 된다는 것은 잘 알려져 있으나 실제에는 이 특성은 만족되지 않는 경우가 많다.

이것은 주로 回轉子 히스테리시스環帶內에서의 交番 電磁界에 의한 磁界 및 渦電流의 효과 때문인 것으로 생각되고 있다.

그런데 아직도 히스테리시스電動機의 해석에 電磁界의 영향을 고려한 해석이 보고되지 않고 있는데, 이것은 이에 대한 해석상의 취급이 쉽지않다고 하는 것이 큰 원인인 것으로 알려져 있다.

이 연구에서는 그 취급을 쉽게 하고, 가능한 한 原理的으로도 부합되는 조건을 얻기 위하여 回轉子環帶를 받치고 있는 環帶支持材를 非磁性絶緣體로 바꾸어 가면서, 그 때의 回轉子內의 磁束密度分布와 토크를 구하고, 그 결과를 環帶의 히스테리시스性 만을 고려했을 경우의 특성¹⁾과 비교 검토하여, 실제에 부합하는 새로운 토크·식을 구하였다.

2. 磁束 및 電流分布

電磁界가 環帶表面에 나타나게 되면 이로 인하여 回轉子環帶內를 軸方向으로 흐르는 渦電流는 環帶의 兩端 부근에서는 圓周方向 및 半徑方向으로 흐르지 않으면 안되기 때문에, 이 電流는 3次元벡터가 되고, 磁束 등도 3次元벡터가 된다. 이 때문에 環帶內의 渦電流 및 磁束分布는 복잡하며, 이것을 구하기 위한 境界條件에 따라서도 문제가 있어 엄밀한 해석은 매우 곤란하다.

본 연구에서는 그 취급을 쉽게 하기 위하여, 편의상 다음과 같은 몇개의 가정을 둔다.

- 1) 終端效果는 무시한다.²⁾
- 2) 環帶에서 非磁性體로의 磁束의 浸透는 없다.
- 3) 磁界, 電流 및 電磁力의 방향은 그림 1과 같이 각각 y, z 및 x 軸으로 한다.
- 4) 空隙은 균일한 것으로 한다.
- 5) 슬롯 등에 의한 高調波는 없는 것으로 한다.
- 6) 固定子鐵心の 透磁率은 無限大로 한다.
- 7) 固定子 各相의 導體의 周邊密度分布는 正弦波狀으로 한다.

이상과 같은 가정을 기초로 하여, 지금 電動機가 슬립 s 로 回轉하는 것으로 하고, 그림 1의 座標(x, y, z) 상에서 고찰하기로 하면, 環帶內에서 다음식이 성립한

* 正會員 : 明知大 電氣工學科 教授 · 工博

** 正會員 : 明知大 電氣工學科 副教授

接受日字 : 1980年 7月 3日

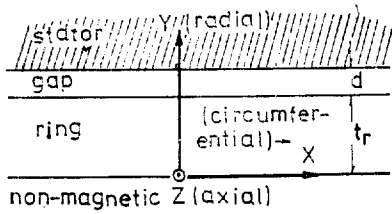


그림 1. 히스테리시스 電動機의 展開模型
Fig. 1. Developed model of hysteresis-motor.

다.

$$\text{rot } \dot{H} = i \quad (1)$$

$$\text{rot } \dot{E} = -j\omega \dot{B} \quad (2)$$

$$\text{div } \dot{B} = 0 \quad (3)$$

단, $\dot{B} = \mu \dot{H} \quad (4)$

$$i = \sigma \dot{E} \quad (5)$$

여기서 \dot{H} , \dot{E} , \dot{B} 및 i 는 磁界의 세기, 電界의 세기, 磁束密度 및 電流密度로서 空間벡터인 동시에 슬립 角周波數 ω 의 交流벡터이다. 그리고 μ 와 σ 는 각각 透磁率과 導電率이다.

따라서 식 (1)~(5)로부터 \dot{B} 에 관한 微分方程式

$$\Delta^2 \dot{B} = j\omega \sigma \dot{B} \quad (6)$$

가 주어진다. 그리고 가정 1)에 의하여 $\dot{B}_x = 0$ 이 되는 것에 유의하고, 境界條件으로서 가정 2)를 적용하여

$$(\dot{B}_y)_{y=0} = 0 \quad (7)$$

을 쓰고, 回轉子表面에서의 \dot{B} 의 y 成分(空隙磁束密度) $(\dot{B}_y)_{y=t_r}$ 을 구하여 식(6)을 풀면 그 解를 얻을 수 있으며, 이로부터 磁界 \dot{H} 의 各成分은

$$\dot{H}_x = \dot{B}_x / \mu$$

$$\dot{H}_y = \dot{B}_y / \mu \quad (8)$$

$$\dot{H}_z = 0$$

로 하여 구해진다.

한편 電流密度 i 는 식(1)에 (6) 및 (8)의 관계를 대입하면

$$i_x = i_y = 0$$

$$i_z = -(\tau/\pi)\omega \sigma \dot{B}_y \quad (9)$$

단, τ ; 極피치가 된다.

3. 히스테리시스·토크와 渦電流·토크

磁氣히스테리시스에 의하여 環帶에 발생하는 힘 F_H 는 環帶內의 B 및 H 의 成分을 써서

$$F_H = \rho \int_{x=0}^t \int_{y=0}^{t_r} \int_{z=0}^{2\tau} \left[B_x \frac{\partial H_x}{\partial x} + B_y \frac{\partial H_y}{\partial x} \right]$$

$$+ B_z \frac{\partial H_z}{\partial x} \Big] dx \cdot dy \cdot dz \quad (10)$$

단, ρ ; 極의 枳의 수

l ; 環帶의 軸方向길이

로 표시되며, Teare씨의 토크·식²⁾에 대응하는 直線力의 식이다. 따라서 回轉子의 移動速度를 v_r 이라 하면 히스테리시스出力 P_H 는

$$P_H = F_H \cdot v_r = F_H \cdot \omega(1-s)\tau/\pi \quad (11)$$

가 되고, 이것을 回轉子角速度로 나누면 히스테리시스 토크 T_H 가 된다.

$$T_H = P_H \cdot \rho / \omega(1-s) \quad (12)$$

그리고 이 토크는 橢圓近似解析法³⁾에 의하면

$$T_H = (\rho/2\pi) S_H \cdot V_r \quad (13)$$

단, S_H ; 히스테리시스環線의 幅이

V_r ; 回轉子環帶의 부피

로 주어진다.

한편, 回轉子環帶內에 발생하는 x 방향의 渦電流力(電磁力)⁴⁾ F_E 는 왼손법칙에 의하여

$$F_E = -\rho \int_{x=0}^t \int_{y=0}^{t_r} \int_{z=0}^{2\tau} B_y \cdot i_x \cdot dx \cdot dy \cdot dz \quad (14)$$

로 주어지고, 渦電流出力 P_E 는

$$P_E = F_E \cdot v_r = F_E \cdot \omega(1-s)\tau/\pi \quad (15)$$

가 되어, 角速度로 나누면 渦電流·토크 T_E 가 된다.

$$T_E = P_E \cdot \rho / \omega(1-s) \quad (16)$$

그런데 渦電流現象에 관한 精確한 해석은 불가능하며, 또 해석을 위해서 가정했던 理想의인 경우와의 차이를 설명할 수 있어야 하는데, 이를 위해서는 實驗의인 補正係數를 導入해야 한다는 것은 이미 알고 있는 사실이다.

따라서 식(16)은 理論과 실제에 있어서 비교적 近似하고 있는 식(13)을 이용하여

$$T_E = k' T_H \quad (17)$$

단, k' ; 枍의 계수

로 쓰는 것이 타당하다.

실제에 있어서도 히스테리시스電動機의 토크 T 는

$$T = T_H + T_E = (1+k') T_H = k T_H \quad (18)$$

와 같이 磁氣히스테리시스와 渦電流效果 등이 重疊된 토크의 형태로서 枍이 측정이가능하다. 즉 식(18)의 계수는 이들 효과에 의한 것으로서 앞으로 결정해야 할 중요한 補正係數가 된다.

4. 磁界 및 渦電流의 浸透

MacLean씨⁵⁾와 Agarwal씨⁶⁾에 의하면, 回轉子表面에 正弦波起磁力이 나타날 경우, Maxwell方程式의 解는 每半週期初에 回轉子에 들어가는 磁束密度波〔식

(8)]를 주며 浸透깊이

$$\delta = \left(\frac{2\rho H}{\omega B_m} \right)^{1/2} \quad (19)$$

단, ρ ; 固有抵抗

H ; 磁界의 세기

B_m ; 最大磁束密度

의 깊이 까지 浸透하고, 식(9)의 渦電流도 이 깊이로 제한된다.

그런데 每半週期初에 電磁界波가 回轉子表面으로 부터 그 내부로 δ 되는 깊이 까지 浸透할 때, 두가지 경우가 고려된다. 즉 環帶의 두께를 t_r 이라 하면

1) $\delta < t_r$ 의 경우; 回轉子環帶內부의 나머지 부분($t_r - \delta$)은 磁化가 안되고, 또 渦電流와 함께 磁束이 環帶의 表面에서 깊이 δ 의 層에 제한된다. 즉 環帶는 一部分이 磁化가 되고 그에 따른 渦電流도 적어져서 식(15)의 出力이 감소하게 된다.

2) $\delta \geq t_r$ 의 경우; 磁束密度波는 半週期の 끝이(π/ω) 되기 전에 環帶의 아래면(t_r)에 도달하기 때문에, 半週期の 나머지 기간동안 環帶內는 B_m 의 값으로 磁化狀態가 유지된다. 그러므로, 이 경우 渦電流는 各半週期の 처음 부분동안만 흐르고, 나머지기간동안은 쪼이되며 環帶가 충분히 磁化되어 B_m 이 오래 지속되기 때문에 강한 起磁力을 나타낸다.

5. 實驗 및 檢討

以上, 磁界 渦電流 浸透效果를 고려한 히스테리시스 電動機의 토오크에 대해 기술했으며, 2장에서 언급한 바와 같이 몇개의 가정에 기초를 두고 있으므로, 실제에의 적용이 문제된다.

필자는 이것을 조사하기 위하여 그 구조가 표 1과 같은 電動機를 개조하여 供試電動機로 사용했다. 그리고 回轉子環帶 밖에서의 漏洩磁束과 渦電流의 영향을 줄이고 가능한 한 가정에 近似한 실험조건을 얻기 위하여 環帶의 支持部는 층래의 알루미늄材를 非磁性絶緣體($\mu = \mu_0, \rho = 10^8 \sim 10^{10} [\Omega \cdot m]$), 즉 아크릴과 베이 크라이트로 바꾸어 실험 비교하였다.

그리고 똑같은 환경하에서 각각의 경우에 대한 回轉子內 各部位의 磁束密度分布를 측정하고 그 결과를 표 2에 실었다. 이 표에서 알 수 있는 바와같이 각각의 경우에 따른 回轉子 內외의 磁束密度分布가 뚜렷이 차이나고 있는데 이것이 바로 앞장에서 기술한 電磁界의 浸透깊이에 따른 효과에 의한 것으로 생각된다. 즉 그에 상당하는 磁化 및 渦電流效果의 정도가 토오크에 영향되었음을 알 수 있다.

그림 2의 (a), (b) 및 (c)는 각각 試料 I, II 및 III에 대해 측정된 起動時의 토오크·특성을 식(13)의 계

표 1. 供試電動機와 그 回轉子環帶
Table 1. Sample motors and its rotor rings.

Sample No.		I	II	III
Contents				
Revolution speed	rpm	900	1800	3600
No. of phase	—	1	1	1
No. of pole pair	—	4	2	1
No. of slots	—	24	16	16
Winding coeff.	—	0.99	0.63	0.63
Gap length	m	0.23×10^{-3}	0.20×10^{-3}	0.20×10^{-3}
Ring outer dia.	m	40.65×10^{-3}	45.20×10^{-3}	41.55×10^{-3}
Ring inner dia.	m	35.75×10^{-3}	26.60×10^{-3}	29.95×10^{-3}
Ring average rad.	m	19.10×10^{-3}	17.95×10^{-3}	17.83×10^{-3}
Ring thickness	mm	2.45×10^{-3}	9.30×10^{-3}	5.85×10^{-3}
Ring axial length	m	45.00×10^{-3}	30.60×10^{-3}	37.45×10^{-3}
Ring volume	m ³	1.32×10^{-5}	3.15×10^{-5}	2.46×10^{-5}
Ring pole pitch	—	0.050	0.028	0.056
Relative permea.	—	78.46	192.60	61.18
Resistivity	$\Omega \cdot m$	61.20×10^{-8}	66.70×10^{-8}	53.30×10^{-8}
Hysteresis angle	deg	44.15	46.68	45.81

표 2. 回轉子內의 磁束密度分布
Table 2. Flux-density distributions in rotor.

Contents		Sample No.	I	II	III
Flux-density in ring with Al arbor		wb/m ²	0.338	0.324	0.660
	acryl	wb/m ²	0.540	0.447	0.692
	bakelite	wb/m ²	0.582	0.449	0.690
Leak flux-density in Al arbor		wb/m ²	6.286×10^{-2}	6.825×10^{-3}	4.671×10^{-2}
	acryl	wb/m ²	3.944×10^{-2}	5.617×10^{-3}	3.061×10^{-2}
	bakelite	wb/m ²	4.155×10^{-2}	6.002×10^{-3}	3.096×10^{-2}

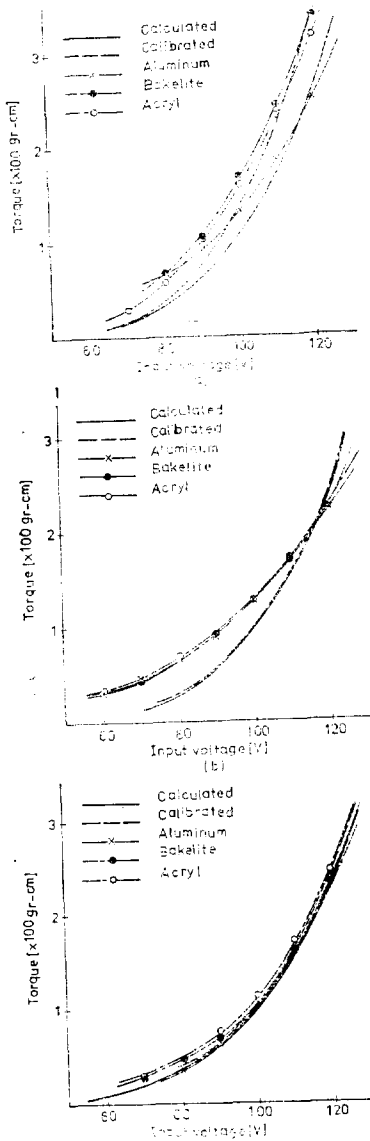


그림 2. 供試電動機의 토오르크 特性
Fig. 2. Torque Characteristics of sample motor.

산치와 비교한 것이다. 그림 (a)와 (c)는 토오르크의 면에서 정도의 차이는 있으나 계산치와 측정치曲線이 다 같이 近似하고 있는데 대해 그림 (b)는 약간 다른 경향을 나타낸다. 이것은 固定子の 슬롯이 달려진 八箇式의 특수구조로서 低入力에서의 高調波磁束이 토오르크에 영향을 미쳤기 때문이다. 그리고 그림 (a), (b) 및 (c)의 曲線들이 각기 차이나고 있는것은 앞에서 기술하고 있는 浸透깊이에 따른 효과를 잘 입증하고 있는 것이다. 즉 試料에 따른 δ 의 변화량에 상당하는 磁化와 滲電流가 토오르크에 직접 관계되고 있음을 알 수 있다.

6. 補正係數의 決定

표 3은 표 2의 결과를 環帶支持材로서 알루미늄을 사용했을 경우의 그것에 대한 100分率을 표시한 것이다.

표 3. 磁束密度와 토오르크의 변화율(%)
Table 3. Flux-density and torque variations(%).

Contents		Sample No.	I	II	III
Penetration depth	%		165.6*	40.0*	73.3*
B with acryl arbor	%		159.8*	138.0*	104.8**
" bakelite "	%		173.1*	138.6*	104.5**
Leak B with acryl arbor	%		63.7**	82.3**	65.5*
" bakelite "	%		61.1**	87.9**	66.3*
Torque with acryl arbor	%		123.1**	100.8**	104.3**
" bakelite "	%		133.4**	101.4**	99.5**

표에서 알 수 있는 바와 같이 浸透 깊이가 回轉子內의 磁束密度와 토오르크에 밀접하게 관계되고 있으며, 이 사실은 4장에서 기술한 것을 입증하는 것이다. 供試電動機 II, III은 4장의 1)의 경우에 상당하며, I은

2)의 경우에 해당한다.

아무튼 非磁性絶緣體를 사용하므로써 環帶밖에서의 漏洩磁束과 渦電流의 영향을 감소시킬 수가 있었으며, 또 理論에 접근할 수 있는 실험조건을 기할 수 있었음은 물론 그로 인해서 토오크의 증가도 얻게 되었다.

그리고 표 가운데 *표는 浸透깊이와, 또 **표는 토오크와의 직접적인 관련성을 참고로 표시한 것이다.

따라서 식(18)의 補正係數 k 는 위에서 기술한 결과와 수차에 걸친 반복실험 및 시행착오법에 의하여

$$k = 1 + \exp(-t_r/\delta) \quad (20)$$

$$= 1 + \exp\{-t_r(2\omega B_m/\rho H)^{1/2}\}$$

로 주어짐을 알았다. 이 식은 실험결과와 아주 잘 부합하고 있으며, 이 補正係數를 사용한 식(18)의 특성이 그림에서 점선(---)으로 표시되어 있다. 특히 그 구조가 전혀다른 3개의 試料가 다같이 밀접하게 近似하고 있는데, 4장에서 기술한 바를 더욱 확실히 뒷받침하는 것으로 생각한다.

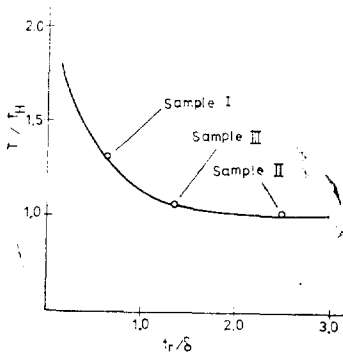


그림 3. t_r/δ 대 (T/T_H)
Fig. 3. t_r/δ vs. (T/T_H)

그림 3은 비(t_r/δ)에 대한 (T/T_H) 를 실측치와 함께 나타낸 것인데, 環帶가 두꺼울수록 혹은 浸透깊이가 작을수록 토오크가 指數函數의으로 감소한다.

7. 結 論

이상과 같이 히스테리시스環線의 橢圓近似解析에 의한 토오크·식에 起動時 磁界 및 渦電流의 浸透效果를 고려한 히스테리시스電動機의 한 해석법을 제시했다.

필자는 이 연구를 통하여 電磁界의 浸透가 히스테리시스電動機의 토오크에 미치는 영향의 개략적인 개념을 얻은 것으로 믿는다. 따라서 이 연구를 통하여 얻은 결과를 다음과 같이 요약할 수가 있다.

- 1) 補正係數는 回轉子環帶의 두께 및 浸透깊이에 직접 관계되고 있다.
- 2) 非同期時 토오크에 미치는 磁界 및 渦電流 浸透效果의 한 해석방법이 될 수 있다.
- 3) 적당한 두께의 環帶를 非磁性絶緣體로 支持하므로써 토오크를 현저히 증대시킬 수가 있다.
- 4) 物理的인 특성면에서도 알루미늄을 베이크라이트로 대체하는 것이 재료 구조 및 제작면에서 훨씬 經濟的이 될 수 있다.

그러나 補正係數 k 는 아직도 더 많은 實驗的檢討를 가해야 할 필요가 있는 것으로 생각한다.

參 考 文 獻

1. 宮入·片岡; “히스테리시스電動機의 基本等價回路”, 電氣學會雜誌, vol. 85-10, No. 925, pp. 1740~1748, Oct. 1965
2. N. Kesavamurthy and P. K. Rajagopalan; “The Poly-phase Induction Machine with Solid Iron Rotor”, Inst. Elect. Engrs., vol. 78, Pt. III-B, pp. 1092~1098, Dec. 1959
3. B.R. Teare Jr.; “Theory of Hysteresis-motor Torque”, AIEE Trans., vol. 59, pp. 907~912, 1940
4. 宮入·片岡; “우자電流의 影響을 考慮した 히스테리시스電動機의 一解析法”, 電氣學會雜誌, vol. 86-6, No. 933, pp. 996~1005, June 1966
5. W. MacLean; “Theory of Strong Electromagnetic Waves in Massive Iron”, J. of Applied Physics, vol. 25, No. 10, pp. 1267~1270, Oct. 1954
6. P.D. Agarwal; “Eddy-Current Losses in Solid and Laminated Iron”, Trans. Amer. Inst. Elect. Engrs., vol. 78, Pt. II, pp. 169~181, May 1959