

生産—在庫管理시스템의 動的舉動에 관한 研究

(A Study of Dynamic Behavior of Production
—Inventory Control System)

金 滿 植*
朴 龍 善**

Abstract

This paper discusses an application of discrete variable Servo Theory to the analysis of the effectiveness of production-inventory control system which uses exponential smoothing as a specific forecasting technique by establishing a new model which consists of such three departments as production planning, production, and inventory.

The objective of the new production-inventory model is to keep the production to the optimal level of minimum production cost in production planning problem for obtaining the stability of inventory subject to demand variation.

On this basis, the dynamic characteristic of the system with the change of the parameters is clarified by the numerical analysis.

The results of the numerical analysis show the effect that is obtained by the simultaneous stability of production and inventory as soon as possible.

1. 서 론

본 연구는 수요량의 변화에 따른 재고량을 최적재고량으로 안정시키기 위한 생산계획의 문제로서, 최적생산량의 목표치를 중요시 하는 생산—재고 모델을 기초로 하여 재고관리의 변동을 보다 억제하고 시스템을 안정시키기 위한 생산—재고관리시스템의 설계와 그 시스템의 동적 해석에 목적을 둔다.

따라서 본 연구에서는 생산오차와 재고오차가 시스템에 미치는 영향을 분석하고 오차조정계수라고 하는 계수를 도입하여 수변동에 따른 시스템의 거동을 검토하기로 한다.

이러한 생산—재고모델을 파악하기 위해 Simulation Model에 의해 시스템을 해석하기에 적합한 자동제어 이론[2]을 도입하고, 또한 판매의 점도 및 생산계획의 離散的인 데이터 취급[3]과 Computer 이용에 편리한 Z변환을 도입하여 이 모델을 해석하기로 한다.

이렇게 함으로써 System Operator와 Dynamic Behavior 간의 관계가 해명되어 차후 System설계에 도움을 줄 수 있으리라 믿는다.

2. 생산—재고관리시스템 모델

본 연구에서 설계한 모델을 도시하면 Fig.1과 같다. 상기한 시스템의 모델방정식은 다음과 같다.

$$\bar{D}_i = \alpha \cdot D_i + (1-\alpha) \bar{D}_{i-1} \quad (1)$$

$$\hat{D}_{i+1} = \bar{D}_i \quad (2)$$

*漢陽大學校

**漢陽女子專門大學

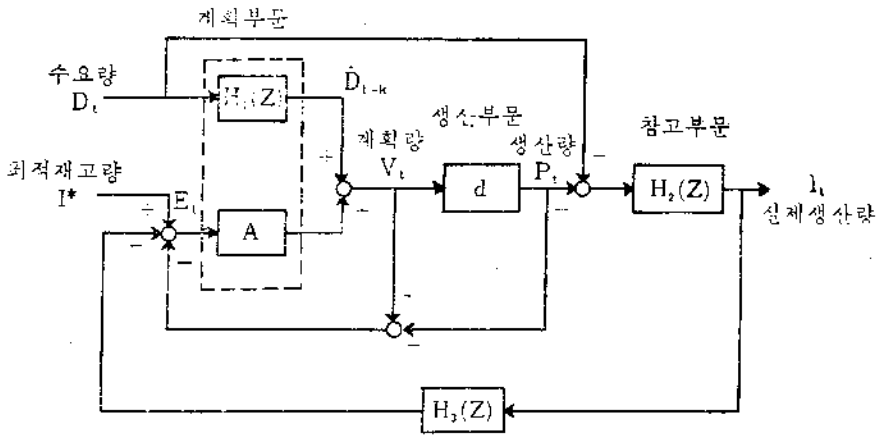


Fig. 1. Production-Inventory Control System Model

$$V_t = A(I^* - I_{t-1} + V_{t-1} - P_t) + \hat{D}_t \quad (3)$$

$$P_t = d \cdot V_{t-1} \quad (4)$$

$$I_t = I_{t-1} + P_t - D_t \quad (5)$$

A ; 오차조정계수 ($0 \leq A \leq 1$)

d ; 생산계수

α ; 평활화경수 ($0 \leq \alpha < 1$)

I^* ; 최적재고량

L ; 생산 Lead time

기호

D_t ; t 期中의 수요 실적치

\bar{D}_t ; t 期까지 지수평활된 수요평균기대치

\hat{D}_{t+k} ; t 期末에 예측한 $t+k$ 期中의 수요 예측치

V_t ; t 期에 있어서 생산계획량

P_t ; t 期에 있어서 생산량

I_t ; t 期末의 재고량

3. 시스템 모델의 Z 변환[4]

모델방정식 (1)~(5)를 Z 변환하면 다음과 같다.

$$\bar{D}(z) = \alpha D(z) + Z^{-1}(1-\alpha)\bar{D}(z) \quad (6)$$

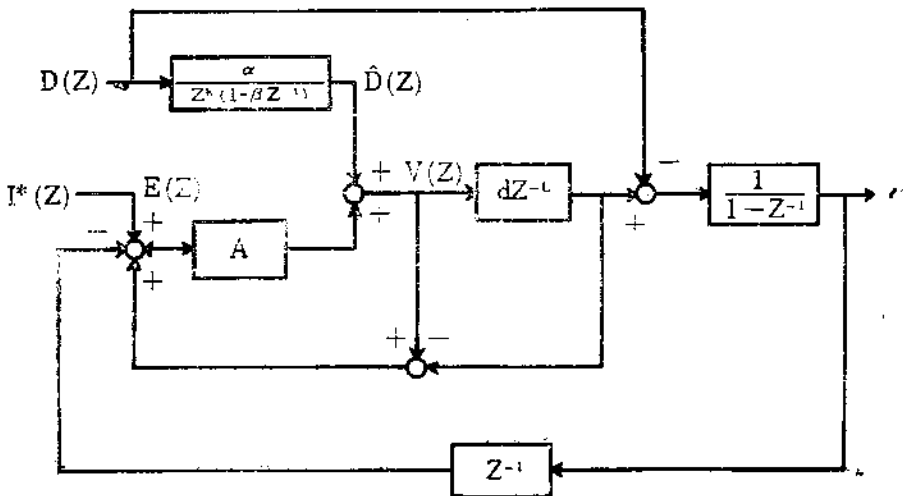


Fig. 2 System Block Diagram

$$Z^k \hat{D}(z) = \frac{\alpha}{1 - (1-\alpha)Z^{-1}} D(z) \quad (7)$$

$$V(z) = A\{I^*(z) - Z^{-1}I(z) + Z^{-L}V(z) - P(z)\} + D(z) \quad (8)$$

$$P(z) = d \cdot Z^{-L}V(z) \quad (9)$$

$$I(z) = \frac{1}{1 - Z^{-1}} \{P(z) - D(z)\} \quad (10)$$

Z 변환된 수요, 재고 및 생산의 관계를 Block Dia-

$$V(Z) = \frac{A \cdot Z^{k-1}(1-\beta Z^{-1}) + \alpha(1-Z^{-1})}{Z^k(1-\beta Z^{-1})\{1-Z^{-1}-A(1-d)Z^{-L}+A \cdot Z^{-L-1}\}} \cdot D(Z) \quad (11)$$

$$P(Z) = \frac{dZ^{-L}\{AZ^{k-1}(1-\beta Z^{-1}) + \alpha(1-Z^{-1})\}}{Z^k(1-\beta Z^{-1})\{1-Z^{-1}-A(1-d)Z^{-L}+A \cdot Z^{-L-1}\}} \cdot D(Z) \quad (12)$$

$$I(Z) = \frac{1}{1-Z^{-1}} \cdot \frac{dZ^{-L}\{AZ^{k-1}(1-\beta Z^{-1}) + \alpha(1-Z^{-1})\}}{Z^k(1-\beta Z^{-1})\{1-Z^{-1}-A(1-d)Z^{-L}+A \cdot Z^{-L-1}\}} - \frac{D(Z)}{AZ^{-L-1}} \quad (13)$$

(11)~(13)식의 전달함수들의 특성방정식 [6]의 근을 조사해 보면 모두 Z 평면상에서 반경 1 인 원의 내부에 존재함을 알 수 있다. 따라서 앞서 설정한 α, A 값의 범위는 시스템의 안정조건을 만족하고 있음을 알 수 있다.

5. 과도특성해석 [7]

제어시스템의 성능에 대한 검토로서는 입력신호에 대해 안정한 응답을 갖는 출력을 얻음으로써 판정하게 된다. 이러한 제어계의 안정성 조사의 기준입력신호로서 Unit Step Function 을 이용하기로 한다.

따라서 각 수요방정식에 $D(Z) = \frac{Z}{Z-1}$ 를 대입하고 여기에 $k=L+1$ 의 경우에 있어서 Z 역변환 (Z^{-1} 변환) [8]을 행하면 다음과 같은 결과식을 얻을 수 있다.

$$V(Z) = \frac{\textcircled{1}Z + \textcircled{2}}{Z^2 + \textcircled{3}Z + \textcircled{4} + \textcircled{5}Z^{-1} + \textcircled{6}Z^{-2}} = f_0 + f_1Z^{-1} + f_2Z^{-2} + \dots \quad (14)$$

에서 각 항의 계수식은

$$\begin{aligned} f_0 &= 0 \\ f_1 &= r \\ f_2 &= -f_1 \textcircled{3} + \textcircled{5} \\ f_3 &= -\{f_1 \textcircled{4} + f_2 \textcircled{6}\} \\ f_4 &= -\{f_1 \textcircled{5} + f_2 \textcircled{6} + f_3 \textcircled{4}\} \\ f_5 &= -\{f_1 \textcircled{6} + f_2 \textcircled{4} + f_3 \textcircled{5} + f_4 \textcircled{6}\} \\ f_6 &= -\{f_2 \textcircled{4} + f_3 \textcircled{5} + f_4 \textcircled{6} + f_5 \textcircled{4}\} \\ &\vdots \\ f_n &= -\{f_{n-4} \textcircled{4} + f_{n-3} \textcircled{5} + f_{n-2} \textcircled{6} + f_{n-1} \textcircled{4}\} \end{aligned}$$

$$P(Z) = \frac{\textcircled{7} + \textcircled{8}Z^{-1}}{Z^2 + \textcircled{3}Z + \textcircled{4} + \textcircled{5}Z^{-1} + \textcircled{6}Z^{-2}} = f_0 + f_1Z^{-1} + f_2Z^{-2} + \dots \quad (15)$$

에서 각항의 계수식은

gram 으로 표시하던 Fig. 2 와 같다.

4. 수요방정식 [5]

식 (7)을 이용하여 (8) (9) (10)식을 수요에 관한 Z 변환식으로 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} f_0 &= 0 \\ f_1 &= 0 \\ f_2 &= \textcircled{2} \\ f_3 &= -f_2 \textcircled{3} + \textcircled{5} \\ &\dots \\ f_6 &= -\{f_2 \textcircled{4} + f_3 \textcircled{6} + f_4 \textcircled{5} + f_5 \textcircled{4}\} \\ &\dots \\ f_n &= -\{f_{n-4} \textcircled{4} + f_{n-3} \textcircled{5} + f_{n-2} \textcircled{6} + f_{n-1} \textcircled{4}\} \end{aligned}$$

$$I(Z) = \frac{-Z^3 + \textcircled{9}Z^2 + \textcircled{10}Z + \textcircled{11}}{Z^3 + \textcircled{12}Z^2 + \textcircled{13}Z + \textcircled{14} + \textcircled{15}Z^{-1} + \textcircled{16}Z^{-2}} = f_0 + f_1Z^{-1} + f_2Z^{-2} + \dots \quad (16)$$

에서 각 항의 계수는

$$\begin{aligned} f_0 &= -1 \\ f_1 &= -f_0 \textcircled{12} + \textcircled{15} \\ f_2 &= -\{f_0 \textcircled{13} + f_1 \textcircled{16}\} + \textcircled{11} \\ f_3 &= -\{f_0 \textcircled{14} + f_1 \textcircled{13} + f_2 \textcircled{16}\} + \textcircled{10} \\ &\dots \\ f_5 &= -\{f_0 \textcircled{15} + f_1 \textcircled{14} + f_2 \textcircled{13} + f_3 \textcircled{16} + f_4 \textcircled{15}\} \\ &\dots \\ f_n &= -\{f_{n-5} \textcircled{15} + f_{n-4} \textcircled{14} + f_{n-3} \textcircled{13} + f_{n-2} \textcircled{16} + f_{n-1} \textcircled{15}\} \end{aligned}$$

와 같이 된다.

상기 (14)~(16)식중의 각 계수는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \textcircled{2} &= \beta - A + Ad - 2 \\ \textcircled{3} &= \beta + A + (\beta + 1)(A - Ad + 1) \\ \textcircled{4} &= -A(\beta + 1) - \beta(A - Ad + 1) \\ \textcircled{5} &= A\beta \\ \textcircled{6} &= d(\alpha + A) \\ \textcircled{7} &= -d(\alpha + A\beta) \\ \textcircled{8} &= A - Ad + \beta + 1 \\ \textcircled{9} &= ad - A(1-d) - \beta(A - Ad + 1) \\ \textcircled{10} &= A\beta - d(\alpha + A\beta) \\ \textcircled{11} &= Ad - \beta - A - 3 \\ \textcircled{12} &= \beta(A - Ad + 3) + 2A(1-d) + 3 \\ \textcircled{13} &= -A(\beta + 2) - \beta - (2\beta + 1)(A - Ad + 1) \end{aligned}$$

㉔ = $A(2\beta + 1) + \beta(A - Ad + 1)$

㉕ = $-A\beta$

㉖ = $\alpha + A$

㉗ = $-(\alpha + A\beta)$

입력신호에 대한 응답특성을 조사하기 위해 (14)

~(16)식에 $k=L=1$ 과 $k=1, L=2$ 의 각각의 경우에 대해서 α, d, A 등의 각 parameter를 여러가지로 변화시켜 가면서 수치계산을 행하여 얻은 결과, 출력특성곡선은 다음 Fig. 3~Fig. 7과 같다.

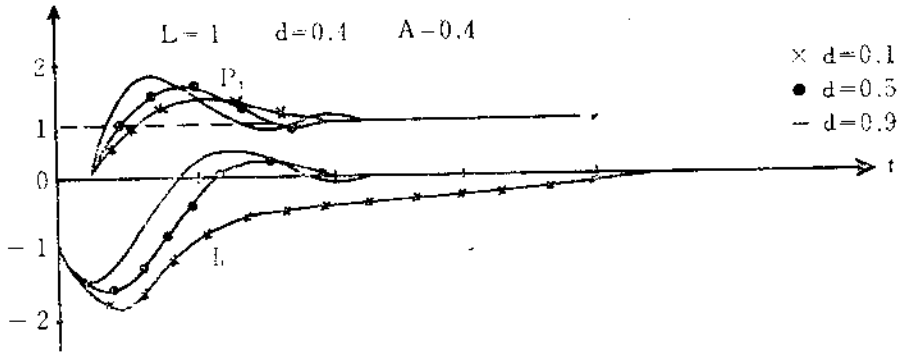


Fig. 3 Relations of production P_t , inventory I_t and α

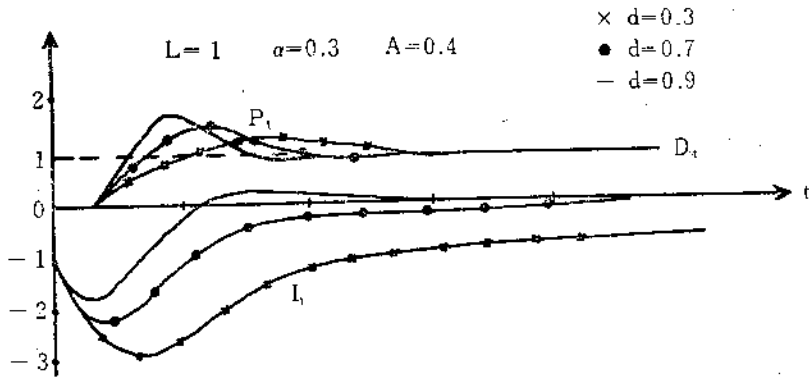


Fig. 4 Relations of production, inventory and d

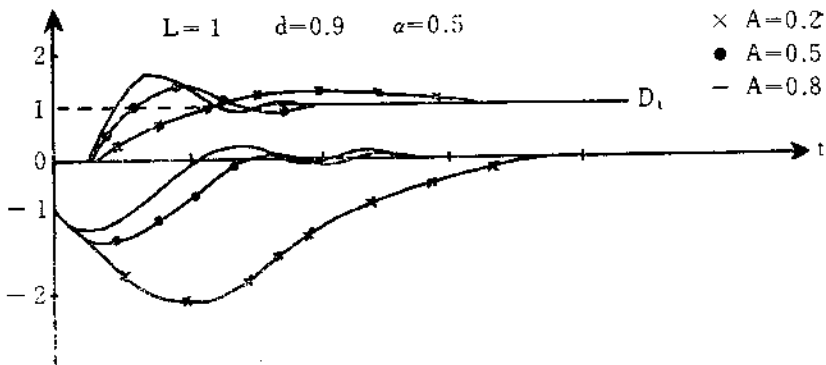


Fig. 5 Relations of P_t , I_t and A

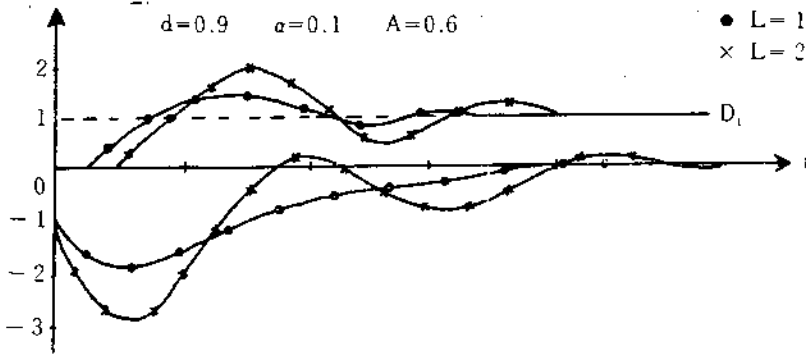


Fig. 6 Relations P_t , I_t and L

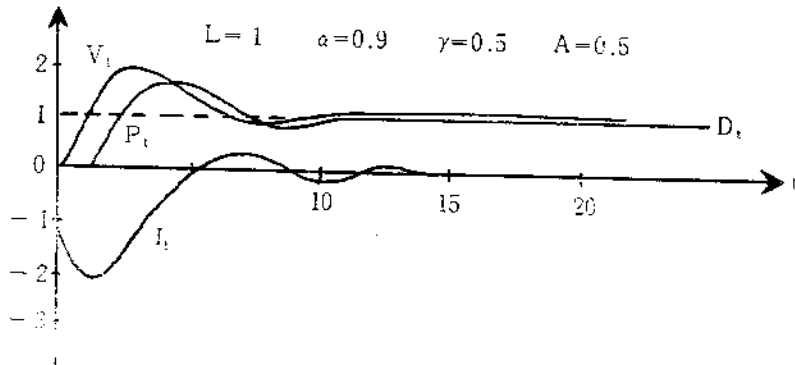


Fig. 7 Relation of production planning, production and inventory in the case of underproduction

6. 결 론

System Parameter L 과 d , Decision Parameter α 와 A 를 변화시켜가면서 시스템의 응답을 조사한 결과로서 Fig. 3, 4, 6의 경우는 각각 α, d, L 을 변화시킨 것이며 Fig. 5의 경우는 오차조정계수 A 의 값을 변화시킨 것으로서 증폭, 추종속도, 안정성의 면에서 안정되어 있음을 알 수 있다. 그리고 Fig. 7은 생산량이 생산계획량에 따르지 못한 경우 추종해가는 시스템의 응답 과정을 조사해 본 것이다.

이상 그래프의 결과를 보면, System Parameter가 결정되면, Decision Parameter를 조정하여 증폭, 추종속도, 안정성의 면에서 안정된 결과를 얻을 수 있었다

지금까지 생산-재고관리시스템의 보다 나은 시스템 구성에 목표를 두고 논의를 전개하여 왔다. 생산 및 재고의 목표치에 대한 동시안정을 목표로 증폭, 추종속도, 안정성의 면을 고려한 모델구성을 위해 모델변

경을 하고, 또한 새로운 Parameter로서 생산 및 재고 오차를 같이 조정관리할 수 있는 오차조정계수 A 를 도입했다. 그 결과 생산과 재고를 동시에 안정시킬 수 있는 모델구성이 가능해졌다.

그러나 속응성이 가져오는 비용문제라던가, 수요모델 채용방법 및 적용 등 검토되지 않은 점은 아직도 많지만, 본 연구는 보다 나은 과도응답특성이 얻어지도록 자동제어이론에 입각하여 유동적 수요변동을 고려한 생산계획부문을 검토했으며, 차후 수요변동에 따른 생산-재고 동시안정목표의 시스템 설계를 위한 지침이 될 수 있으리라 기대한다.

참 고 문 헌

- [1] Simon, H.A., "On the application of Servomechanism Theory in the study of Production Control," *Econometrica*, pp.247~268, Vol. 20, 1952.
- [2] Vassian, H.J., "Application of Discrete Variable

- Servo Theory to Inventory Control", *J. Opers. Res. Soc. Am.*, pp.272~281, Vol. 3, No. 3, August 1955.
- [3] Valkenburg, M.E., "Network Analysis," Prentice Hall Inc., New Jersey, 1964
- [4] 金満植・春日井博 "直列多段階在庫システムの動特性の研究", *IE Review*(日本), pp. 265~274, Vol. 14, No. 5, 1973
- [5] 金満植・春日井博. "直列多段階在庫システムの研究", *IE Review*, pp.189~196, Vol. 14, No. 14, 1973
- [6] Benjamin, C. Kuo, "Automatic Control Systems," Prentice-Hall Inc., New Jersey, 1967
- [7] Besseler, S.A. & P.W. Zehna, "An Application of Servomechanism to Inventory" *Naval Research Logistics Quarterly*, pp. 157~168, Vol.15, No.2, 1968