Journal of the KSQC
Vol. 7, No. 1, (1979)

計量規準型 1回샘플링検査(KSA 3103)의 理論

黃 義 徹*

計量規準型 1回샘플링検査는 ① 標準偏差를 알고 로트의 平均値를 保証할 때와 ② 標準偏差를 알고 로트의 不良率을 保証할 때의 두가지 경우가 있다.

로트의 品質을 로트의 平均値 또는 不良率로 나타낼 때에는 生産者 및 消費者가 요구하는 検査特性을 갖도록 設計되어 있으며, 로트로부터 1回에 뽑은 샘플의 特性値의 平均値$\bar{x}$를 미리 알고 있는 標準偏差를 써서 계산한 合格判定値 X_U, 또는 X_L과 비교하므로써 로트의 合格・不合格을 判定하는 検査이다. 이와같이 로트의 合・否判定을 하는데 다음 3가지 경우가 있다.

① X_U가 주어졌을 때 (特性値가 낮은 쪽이 바람직할 때

② X_L이 주어졌을 때 (特性値가 높은 쪽이 바람직할 때)

③ X_U와 X_L이 동시에 주어지는 경우 (特性値가 너무 높아도, 또는 너무 낮아도 안될 때)

이 検査는 다른 型에 비해, 그 活用度가 높다. 그런데도 불구하고 検査方式에 대한 理論의 説明이 不足하거나 너무 어렵게 되어 있어 일반에게 도움을 충분히 주지 못하고 있다.

本稿는 이 検査方式에 대한 理論의 解説을 상세히 하여 사용하는 사람들의 理解를 돕고져 한다.

샘플링検査方式의 設計

(1) 로트의 平均値를 保証할 때

物品의 特性値가 낮은것이 바람직할 때 즉, 上限合格判定値 X_U를 구하고 싶을 때,

$$X_U=m_0+G_0\sigma \cdots\cdots 1$$

物品의 特性値가 높은 것이 바람직할 때 즉, 下限合格判定値 X_L를 구하고 싶을 때

$$X_L=m_0-G_0\sigma \cdots\cdots 2$$

또 上・下限合格判定値 X_U 및 X_L을 동시에 구하고 싶을 때에는

$$\left.\begin{aligned} X_U&=m_0'+G_0\sigma \\ X_L&=m_0''-G_0\sigma \end{aligned}\right\} \cdots\cdots 3$$

에 의해 계산한다.

(2) 로트의 不良率을 保証할 때

上限規格値S_U가 주어지는 경우 上限合格判定値 X_U는

$$X_U=S_U-k\sigma \cdots\cdots 4$$

下限規格値S_L이 주어지는 경우 下限合格判定値

$$X_L=S_L+k\sigma \cdots\cdots 5$$

에 의해 X_L을 계산하여 샘플의 平均値 $\bar{x}$와 比較하면 된다. 즉 $\bar{x}\geq X_L$이면 로트는 合格으로 한다. 以上의 여러가지 샘플링方式에 대한 解説을 다음 項에서 하기로 한다.

샘플링検査方式의 理論 解説

一般의 計量샘플링検査에서는 1로트를 구성하는 各単位体의 度数分布는 正規分布에 따른다는 前提를 두고 있다. 더욱 σ를 알고 있다고 前提하기 때문에 로트의 平均値m (또는 u로 表示)와 下限規格値S_L이 주어지면 S_L이하의 物品이 이 로트안에 들어 있을 確率ε는

$$K\varepsilon=\frac{m-S_L}{\sigma} \cdots\cdots 6$$

를 계산하여, 이 結果로부터 正規分布表에 의해 추정할 수 있다. 이를테면 $K\varepsilon$(또는 Pr), $K\varepsilon$가 1.50이면 ε는 6.68%, $K\varepsilon$가 2.00이면 ε는 2.28%가 된다. (그림 1참조)

*漢陽大学校 工大 産業工学科 教授

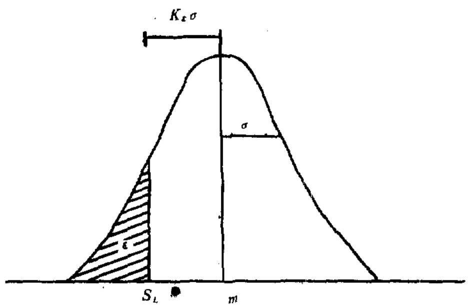

그림 1. 規格S_L 과 ε

이 確率ε는 로트 전체에 대한 規格을 벗어난 것의 混入比率을 나타낸 것이기 때문에 이것을 不良率이라 부르고 ε 대신 p 로 나타내기로 하자. 로트의 平均値m와 上限規格値 S_U가 주어진 경우에도

$$K_p = \frac{S_U - m}{\sigma} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad 7$$

로 부터 正規分布表에 의해 不良率을 위와 같이 추정할 수 있다.

a) 平均値를 保証하는 경우

① 特性値가 낮을수록 좋은 경우

平均値m, 標準偏差σ인 로트로부터 크기 n인 샘플을 뽑았을 경우에 샘플의 平均値 $\bar{x}$의 分布는 平均値m, 標準偏差 $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ 의 正規分布를 하므로 그림 2로부터 다음과 같은 관계가 成立된다.

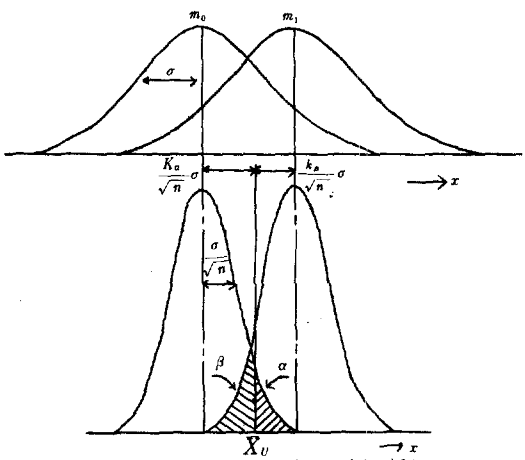

그림 2 說明図(特性値가 낮을수록 좋은 경우)

$$X_U = m_0 + K_\alpha \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad 8$$

$$X_U = m_1 - K_\beta \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad 9$$

式(8), (9)로부터

$$m_1 - m_0 = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}(K_\alpha + K_\beta)$$

샘플의 크기 n은,

$$n = \left(\frac{K_\alpha + K_\beta}{m_1 - m_0}\right)^2 \cdot \sigma^2 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad 10$$

式(8)에서

$$\frac{K_\alpha}{\sqrt{n}} = G_0 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad 11$$

라고 하면 上限合格判定値 X_U는

$$X_U = m_0 + G_0\sigma \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad 12$$

로 된다.

② 特性値가 높을수록 좋은 경우

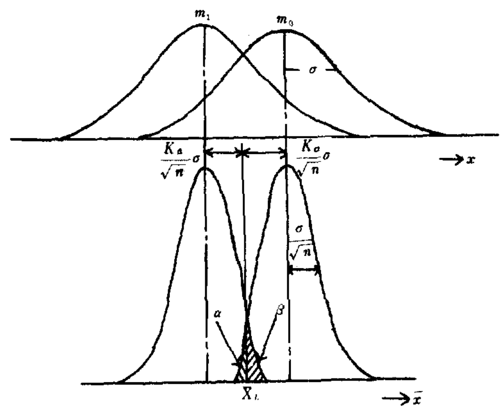

그림 3 說明図(特性値가 높을수록 좋은 경우)

그림 3으로부터 ①과 같은 方法으로

$$X_L = m_0 - \frac{K_\alpha}{\sqrt{n}}\sigma \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad 13$$

$$X_L = m_1 + \frac{K_\beta}{\sqrt{n}}\sigma \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad 14$$

式(13)과 (14)로부터

$$m_0 - m_1 = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}(K_\alpha + K_\beta)$$

따라서 샘플의 크기 n은,

$$n = \left(\frac{K_\alpha + K_\beta}{m_0 - m_1}\right)^2 \cdot \sigma^2 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad 15$$

$\frac{K_\alpha}{\sqrt{n}}$ 대신 G_0를 式(13)에 대입하면

$$X_L = m_0 - G_0\sigma \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad 16$$

$\alpha = 0.05$, $\beta = 0.10$으로 놓았을 때의 n과 G_0는 다.

음과 같이 된다.

式(10)과 (15)로부터 샘플의 크기 n은 平均値가 낮을수록 좋은 경우나 높을수록 좋은 경우에도 같음을 알 수 있다.

$\alpha=0.05,\ \beta=0.10$ 일 때

$K_\alpha=1.64485,\quad K_\beta=1.28155$

이 되므로

$$n=\left(\frac{2.9264}{m_1-m_0}\right)^2\cdot\sigma^2 \cdots\cdots 17$$

이 된다.

上限 또는 下限合格判定値를 구하는 係数 G_0는

$$G_0=\frac{K_\alpha}{\sqrt{n}}=\frac{1.64485}{\sqrt{n}} \cdots\cdots 18$$

b) 不良率을 保証하는 경우

① 上限規格値 Su가 주어진 경우 平均値 m, 標準偏差 σ인 正規分布를 하고 있는 로트로부터 크기 n인 샘플을 뽑을 경우의 샘플의 平均値 $\bar{x}$의 分布는 平均値 m, 標準偏差 $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$인 正規分布를 하게 되므로 그림 4로부터

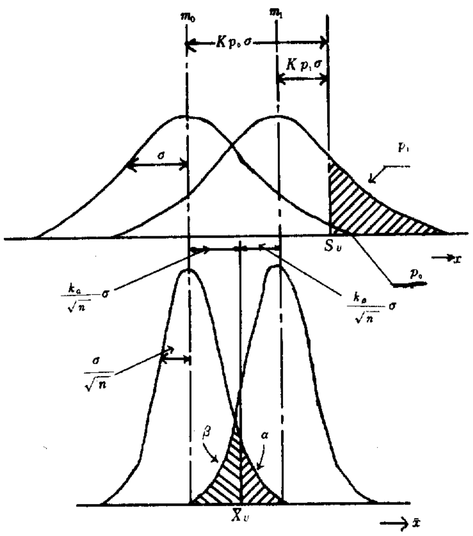

그림 4 說明図(S_U가 주어진 경우)

다음의 관계를 얻게 된다(式 7 참조).

$$m_0=S_U-Kp_0\sigma \cdots\cdots 19$$

$$m_1=S_U-Kp_1\sigma \cdots\cdots 20$$

式 (19)과 (20)로부터

$$m_1-m_0=(Kp_0-Kp_1)\sigma \cdots\cdots 21$$

式(8)과(9)로부터

$$m_1-m_0=\frac{\sigma}{\sqrt{n}}(K_\alpha+K_\beta)$$

이므로 이 式과 式(21)로부터

$$\frac{\sigma}{\sqrt{n}}(K_\alpha+K_\beta)=(Kp_0-Kp_1)\sigma$$

$$\sqrt{n}=\frac{Kp_0-Kp_1}{K_\alpha+K_\beta}$$

$$\therefore\ n=\left(\frac{Kp_0-Kp_1}{K_\alpha+K_\beta}\right)^2 \cdots\cdots 22$$

合格判定値 $\bar{X}_U$는 式(8)과 (19)로부터

$$\bar{X}_U=S_U-Kp_0\sigma+K_\alpha\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \cdots\cdots 23$$

式 (22)와 (23)로부터

$$\bar{X}_U=S_U-Kp_0\sigma+K_\alpha\sigma\frac{Kp_0-Kp_1}{K_\alpha+K_\beta}$$

$$=S_U-\frac{K_\alpha Kp_1+K_\beta Kp_0}{K_\alpha+K_\beta}\sigma$$

여기서

$$\frac{K_\alpha Kp_1+K_\beta Kp_0}{K_\alpha+K_\beta}=k \cdots\cdots 24$$

이라고 하면

$$\bar{X}_U=S_U-k\sigma \cdots\cdots 25$$

가 된다.

② 下限規格値 S_L이 주어진 경우

그림 5로 부터 上記 ①과 같은 方法으로

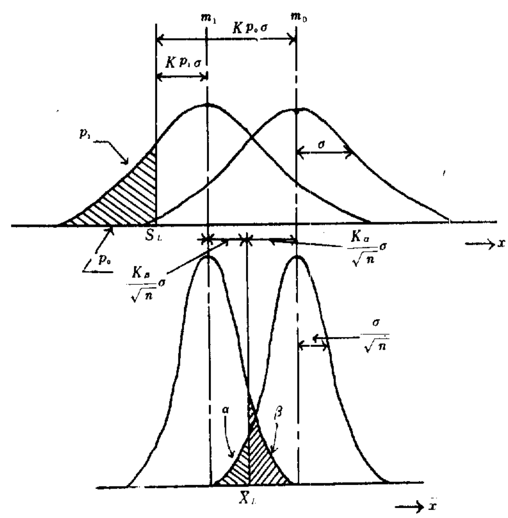

그림 5 說明図(S_L이 주어진 경우)

$$m_0=S_L+Kp_0\sigma \cdots\cdots 26$$

$$m_1=S_L+Kp_1\sigma \cdots\cdots 27$$

式 (26)와 (27)으로부터

$$m_0 - m_1 = (Kp_0 - Kp_1)\sigma \cdots\cdots 28$$

①과 같은 方法에 의해

$$n = \left(\frac{K_\alpha + K_\beta}{Kp_0 - Kp_1}\right)^2$$

이 되고 式 (22)과 같은 것이 된다. 下限合格判定値 $\bar{X}_L$은 그림 5와 式 (13) 및 (26)로부터

$$\bar{X}_L = S_L + Kp_0\sigma - K_\alpha \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \cdots\cdots 29$$

式 (22)과 (29)로부터

$$\bar{X}_L = S_L + Kp_0\sigma - K_\alpha \sigma \frac{Kp_0 - Kp_1}{K_\alpha + K_\beta}$$

$$= S_L + \frac{K_\alpha K p_1 + K_\beta K p_0}{K_\alpha + K_\beta}\sigma$$

式 (24)에 의해

$$\bar{X}_L = S_L + k\sigma \cdots\cdots 30$$

가 된다.

$\alpha = 0.05$, $\beta = 0.10$으로 놓았을 때의 n과 G_0는 다음과 같이 된다. $\alpha = 0.05$, $\beta = 0.10$에 대해 $K_\alpha = 1.64485$, $K_\beta = 1.28155$이므로 n은 式 (22)로부터

$$n = \left(\frac{2.9264}{Kp_0 - Kp_1}\right)^2 \cdots\cdots 31$$

上限 또는 下限規格判定値를 구하는 계수는 式 (24)로부터

$$k = \frac{K_\alpha K p_1 + K_\beta K p_0}{K_\alpha + K_\beta} = \frac{1.64485Kp_1 + 1.28155Kp_0}{2.9264}$$

$$k = 0.562073Kp_1 + 0.437927Kp_0 \cdots\cdots 32$$

이 된다.

〔注 1〕 $\alpha \neq 0.05$, $\beta \neq 0.10$인 경우에는 그때의 α, β에 대응하는 K_α 및 K_β의 값을 쓰면 된다.

c) 양쪽規格이 주어졌을 경우

그림 6에 의해 양쪽規格이 주어졌을 경우의 檢査方式의 問題를 생각해 보자. 그림에서,

m_0'는 平均値가 높은 쪽의 좋은 로트
m_0''는 平均値가 낮은 쪽의 좋은 로트
m_1'는 平均値가 높은 쪽의 나쁜 로트
m_1''는 平均値가 낮은 쪽의 나쁜 로트

로 나타난다.

양쪽規格이 주어졌을 때의 合格判定値와 檢査方式의 設計는 上限과 下限規格에 独立한 檢査方式이 適用된다는 条件下에서 이루어진 것이다.

즉, 上下의 合格判定値 $\bar{X}_U$와 $\bar{X}_L$이 멀리 떨어져 있어서 $\bar{X}_U$로 合否를 論하는 로트에 대해서는 $\bar{X}_L$은 생각하지 않아도 되고 또 $\bar{X}_L$로 合否를 論하는 로트에 대해서는 $\bar{X}_U$는 생각하지 않아도 되는 상태이면 上下에 独立한 檢査方式이 適用될 수 있다.

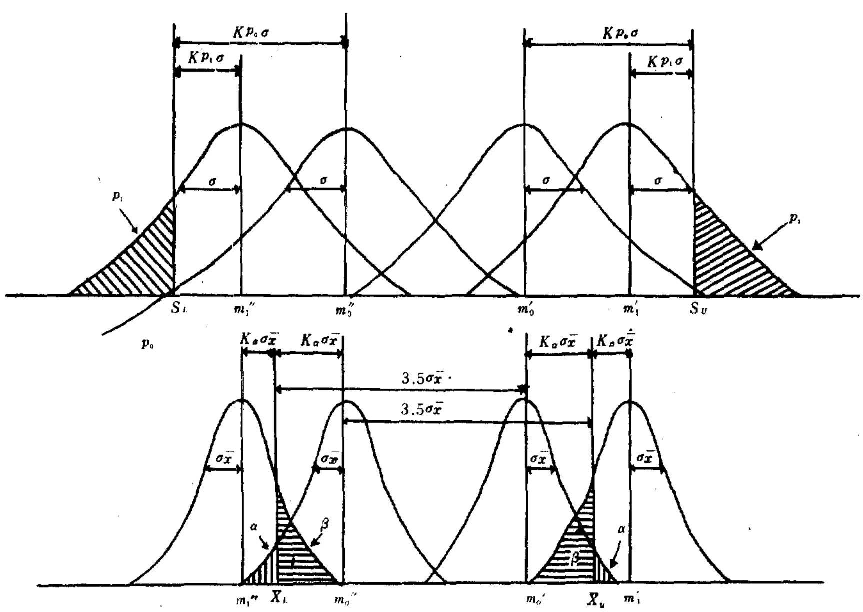

그림 6 양쪽規格 S_U 및 S_L이 주어졌을 경우의 説明図

따라서 가장 接近한 로트, 즉 母平均 m_0'와 m_0''의 두 로트의 相対関係가 重視된다. m_0'를 두고 생각하면 X_U에 의해 不合格이 되는 比率은 $\alpha=5\%$ (KS에 의해)로 指定하지만 X_L에 의한 不合格은 하나도 없이 할려는 것이다. 또 m_0''에 대해서 보며는 X_L에 의해 不合格이 되는 比率은 역시 $\alpha=5\%$이지만, X_U에 의한 不合格은 하나도 없이 할려는 것이다. 「不合格은 하나도 없다」고 하지만 完全히 제로란 理論的으로나 実際的으로 있을 수 없는 것이다.

거기서 図示한 바와 같이 m_0'와 X_L의 거리를 $3.5\sigma\bar{x}$, m_0''와 X_U와의 거리도 $3.5\sigma\bar{x}$이상 떨어져 있으면 된다고 생각하는 것이다. 3.5를 취한 이유는 이것에 대한 한쪽 確率이 0.000232로서 거의 제로로 볼 수 있기 때문이다.

이것이 本項의 「키 포인트」이다.

그림 6의 윗 部分으로부터

$$m_1'=S_U-K_{p_1}\sigma \cdots\cdots 33$$

$$m_0'=S_U-K_{p_0}\sigma \cdots\cdots 34$$

$$m_0''=S_L+K_{p_0}\sigma \cdots\cdots 35$$

$$m_1''=S_L+K_{p_1}\sigma \cdots\cdots 36$$

또 그림 6의 아랫 部分으로부터

$$\begin{cases} X_U=m_1'-K_\beta\sigma\bar{x} \cdots\cdots 37 \\ X_U=m_0'+K_\alpha\sigma\bar{x} \cdots\cdots 38 \\ X_U=m_0''+3.5\sigma\bar{x} \cdots\cdots 39 \end{cases}$$

$$\begin{cases} X_L=m_1''+K_\beta\sigma\bar{x} \cdots\cdots 40 \\ X_L=m_0''-K_\alpha\sigma\bar{x} \cdots\cdots 41 \\ X_L=m_0'-3.5\sigma\bar{x} \cdots\cdots 42 \end{cases}$$

가 얻어진다. 따라서

$$\left.\begin{aligned} X_U&=m_0'+K_\alpha\sigma\bar{x} \\ X_L&=m_0'-3.5\sigma\bar{x} \end{aligned}\right\} \cdots\cdots 43$$

또는

$$\left.\begin{aligned} X_U&=m_0''+3.5\sigma\bar{x} \\ X_L&=m_0''-K_\alpha\sigma\bar{x} \end{aligned}\right\} \cdots\cdots 44$$

가 얻어지게 된다. 여기서 $\alpha=0.05$로 하면 (KS의 方針)

$$K_\alpha=1.645\fallingdotseq 1.6$$

이므로, 式 (43)로부터

$$\bar{X}_U-\bar{X}_L=(K_\alpha+3.5)\sigma\bar{x}\fallingdotseq 5.1\sigma\bar{x}$$

가 된다. 이것은 또 式 (4)에 의해서도 역시

$$X_U-X_L=(3.5+K_\alpha)\sigma\bar{x}\fallingdotseq 5.1\sigma\bar{x}$$

로 되어 같은 결과가 얻어진다. 어느式이던

$$\frac{X_U-X_L}{\sigma\bar{x}}=\frac{X_U-X_L}{\sigma/\sqrt{n}}>5 \cdots\cdots 45$$

가 얻어진다. 이것이 平均値의 높은 쪽과 낮은 쪽에 각각 独立으로, $\alpha=0.05$의 한쪽方式을 適用해도 된다는 必要條件의 式이다. 그러나, 이 式을 満足시키고 있는가 어떤가는 위 아래 다 같이 n, X_U, X_L 이 결정된 후에야 「체크」가 가능하게 되기때문에 不便이 따르게 된다. 그래서 「체크」를 좀더 이른 段階에서 할 수 있는 方法이 필요하게 된것이다.

(1) 로트의 平均値를 保証할 경우

우선 로트의 平均値를 保証할 경우부터 생각해 보자

$$X_U=m_0'+K_\alpha\sigma\bar{x} \cdots\cdots 46$$

$$X_L=m_0''-K_\alpha\sigma\bar{x} \cdots\cdots 47$$

로부터

$$X_U-X_L=(m_0'-m_0'')+2K_\alpha\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \cdots\cdots 48$$

$$\therefore \frac{X_U-X_L}{\sigma/\sqrt{n}}=\frac{m_0'-m_0''}{\sigma/\sqrt{n}}+2K_\alpha \cdots\cdots 49$$

$$\therefore \frac{m_0'-m_0''}{\sigma/\sqrt{n}}=\frac{X_U-X_L}{\sigma/\sqrt{n}}-2K_\alpha \cdots\cdots 50$$

로 된다. 이 式의 右辺에서 제 1項은 $\alpha=0.05$일 때, 式 (45)에 의해 5보다 커야 하고, 제 2項은 $\alpha=0.05$일 때, $-2\times1.645\fallingdotseq-3.3$이다. 따라서

$$\frac{m_0'-m_0''}{\sigma/\sqrt{n}}>1.7 \cdots\cdots 51$$

이것이 (이 경우의) 判別式이 된다.

이번에는,

順序 1 : 위 아래 어느쪽이던 한쪽만 우선 샘플의 크기 n을 設計한다. 여기서는 윗 쪽을 택하기로 한다.

$$n=\left(\frac{K_\alpha+K_\beta}{m_0'-m_1'}\right)^2\cdot\sigma^2 \cdots\cdots 52$$

順序 2 : 이 n을 判別式(51)의 左辺에 代入하여

$$\frac{m_0'-m_0''}{\sigma/\sqrt{n}}$$

의 값을 算出한다. 이 값이 1.7보다 크며는 안심하고 이 n을 採用하고

順序 3 : 다시

$$\text{上限合格判定値}\quad X_U=\frac{m_1'K_\alpha+m_0'K_\beta}{K_\alpha+K_\beta} \cdots\cdots 53$$

$$\text{下限合格判定値}\quad X_L=\frac{m_1''K_\alpha+m_0''K_\beta}{K_\alpha+K_\beta} \cdots\cdots 54$$

를 算出하는 것이다.

順序 4 : 以上의 로트로부터 n개의 random sample을 취해 그 平均値$\bar{x}$가

$$X_U \geq \bar{x} \geq X_L$$

이면 로트를 合格으로 하고, 그렇지 않으면 不合格으로 한다.

〔注 2〕式 (53)은 式 (12) 즉, $X_U = m_0 + G_0\sigma$와 같으며, 式 (54)은 式 (16) 즉, $X_U = m_0 - G_0\sigma$와 같다. 다만 각각의 導出方法이 다를 뿐이다.

式 (53) 및 (54)의 導出方法：

그림 2의 아래部分으로부터

$$X_U = m_1 - K_\beta \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$X_U = m_0 + K_\alpha \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

가 成立된다. 따라서

$$m_0 + K_\alpha \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = m_1 - K_\beta \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$\therefore m_1 - m_0 = (K_\alpha + K_\beta) \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$\therefore \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{m_1 - m_0}{K_\alpha + K_\beta}$$

$$\sqrt{n} = \frac{K_\alpha + K_\beta}{m_1 - m_0} \cdot \sigma$$

제곱하여

$$n = \left(\frac{K_\alpha + K_\beta}{m_0 - m_1} \right)^2 \cdot \sigma^2$$

를 얻게된다.

또, X_U는

$$X_U = m_1 - K_\beta \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$= m_1 - K_\beta \frac{m_1 - m_0}{K_\alpha + K_\beta}$$

$$= \frac{m_1 (K_\alpha + K_\beta) - K_\beta (m_1 - m_0)}{K_\alpha + K_\beta}$$

가 되므로

$$X_U = \frac{m_1 K_\alpha + m_0 K_\beta}{K_\alpha + K_\beta}$$

가 되는 것이다.

그리고 平均値의 경우의 合格判定値는 X_U와 X_L의 公式이 一致한다. 따라서 양쪽規格이 주어졌을 경우에는 그림 6에 의해

$$X_U = \frac{m_1' K_\alpha + m_0' K_\beta}{K_\alpha + K_\beta}$$

$$X_L = \frac{m_1'' K_\alpha + m_0'' K_\beta}{K_\alpha + K_\beta}$$

로 表示된다.

(2) 로트의 不良率을 保証할 경우

그림 6의 윗 部分으로부터

$$U - L = (m_0' - m_0'') + 2 K p_0 \sigma \cdots\cdots\cdots\cdots \quad 55$$

를 얻게 된다. 이것은 또 式 (34)와 (35)으로부터도 같은 결과를 얻을 수 있다.

그런데 式 (51)로부터

$$m_0' - m_0'' > 1.7 \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \cdots\cdots\cdots\cdots \quad 51$$

이므로

$$U - L > 1.7 \frac{\sigma}{\sqrt{n}} + 2 K p_0 \sigma$$

$$\therefore \frac{U - L}{\sigma} > \frac{1.7}{\sqrt{n}} + 2K p_0 \cdots\cdots\cdots\cdots \quad 56$$

가 된다. 安全側을 취하면, $n = 1$ 이라도

$$\frac{U - L}{\sigma} > 1.7 + 2 K p_0 \cdots\cdots\cdots\cdots \quad 57$$

가 만족될 경우에는, 한쪽規格이 주어진 경우의 $\alpha = 0.05$의 샘플링方式을 上下양쪽의 規格에 대해 따로따로 적용하면 된다.

参考文献

○계량규준형 1회 샘플링검사 KS A 3103

○"샘플링검사" 韓国工業標準協会, 1973

○上甲子郎："計量抜取検査の実施化理論", 日本科学技街連盟

○朝香鉄一 監修："抜取検査演習", 日科技連, 1971