反應表面 分析을 위한 實驗計劃과 그 應用
統計的 模型의 最適化手法論을 중심으로
(Application of Analysis of Response Surface and Experimental Designs ; Optimization Methodology of Statistical Model)

李 明 周*

Abstract

The problem considered in this paper is to select the vital factor effect to the product quality through the experimental design and analysis of response surface, so as to control the quality improvement of industrial product.

In this time, even through the mathematical model is unknown it could be applicable to control the quality of industrial products and to determine optimum operating condition for many technical fields, particulary, for industrial manufacturing process. When a set of data is available from an experimental design, it is often of interest to fit polynominal repression model in independent variables (eg, time, temperature, presssure, etc) the optimize the response variable(eg. yield, strength etc).

This paper proposes a method known to obtain the optimum operating condition, and how to find the condition by using table of orthogonal array experiments, and optimization methodology of statistical model.

A criterion can be applied determining to optimum operating conditions in manufacturing industry and improving the fit of response surface which may be used for prediction of responses and quality control of industrial products.

I. 序 論

最適化手法(Optimigation method)이란 在庫로 因한 費用을 最小로하는 在庫管理 system을 設計하는 問題, 新製品의 品質特性을 最高로 하기위한 製造條件을 決定하는 問題, 操業中의 Plant의 收率을 더욱 높이기 위하여 操業條件을 고치는 問題, 등 흔히 直面하는 問題들이다. 이러한 問題들은 System 과 Process를 最適의 狀態에서 運用하기 위한 方法을 찾기 위한 것으로서 이를 解決하는 手法의 하나로 Search Method(探索法)가 있다. 이 探索法은 問題의 対象이 되는 것을 試行, 혹은 實驗하여, 그 対象의 特性을 알고, 보다좋은 方策을 探索하는 手法이다. 最適化問題를 利用하는 対象으로는 数理計劃과 같이 確定的인 既知의 情報를 근거로 하여 最適의 計劃을 세워 問題를 解決하는 OR的인 方法과 自動制御 理論과 같이 시스템의 動特性을 数式化하여 最適制御를 行하는 方法 및, 比較的 誤差函数의 影響이 많은 것에 測定을 하여 結果를 보면서 統計的인 応用으로 最適操業條件을 求하는 方法등이 있다. 이중에서 反応

* 韓国工業標準協会 專門委員

表面分析의 実験計劃을 통한 応用에는 工業製品의質的向上을 管理하기 위해 技術的, 혹은 科学的으로影響을 미치고 있는 多数要因을 直交配列表(Orthogonal array table)로 Vital 要因을 抽出한 다음 이 要因을 中心으로 統計的인 最適操業條件을 探索하는데 意義가 있다.

특히 反応表面分析을 통해서 우리가 成就할 수 있는 重要한 것을 적어보면 다음과 같다.

1. 獨立変数(independent variables)와 従屬変数(dependent variables)間의 函数関係를 糾明하여 獨立変数들의 값의 変化에 따라서 反応量이 어떻게 달라지는 가를 예측하고자 할때.

2. 어떤 값의 獨立変数가 従屬変数인 反応量을 最適化(Optimize) 하는가에 대해서 알고자 할때.

3. 従屬変数와 獨立変数間의 函数関係를 糾明하고자 할때에 어떠한 実験計劃法을 쓰면 가장 좋은 精度를 얻을 것인가를 알고자 할때.

以上 3가지를 反応表面分析 研究를 통해서 成就할수 있다면, 이는 工業的인 面에서 生産品의 質的向上및 統計學의 큰 貢献과 品質管理面에서 有用하게 応用될 수 있을 것이다.

反応表面分析에 関한 研究는 1951年 Box-Wilson에 의하여 시작되었으며, 그후 急速度로 理論의 展開가 이루어지고, 工業分野뿐만 아니라 農業및 生物등 여러 分野에 걸쳐서 広範囲한 応用이 되어왔다.

本 論文에서는 多項回歸模型에서 적절한 項들을採択하기 위하여 하나의 기준(criterion)을 Box-Wilson 法으로 제시하고, 이 法의 缺点을 보완한 直交중심 合成計劃法으로 実際 工業分野에의 応用例를 들어説明하기로 하겠다.

Ⅱ. 最適反応条件의 決定

Box-Wilson法은 最小제곱法과 二次形式의 主軸変換같은 것을 利用한 手法이다.

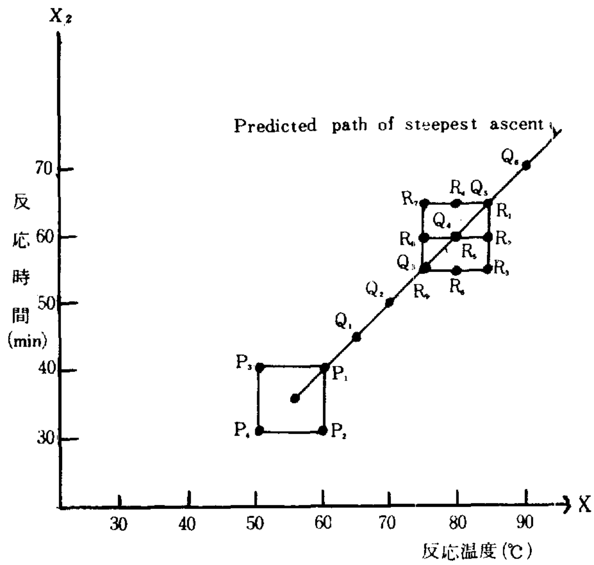
이 論文에서는 3因子以上에 관해서는 直交表를利用하여 実験하고, 寄與率이 큰 2個因子를 選択하여 Box-Wilson法으로 最適点을 探索하는 順序로 論하기로 하겠다.

Box-Wilson法의 節次는 〔그림 1〕과 関聯하여

1) 第1段階의 探索(実験点P)은 Response 推定

2) 第2啓階의 探索(実験点Q)은 最大傾斜方向

3) 第3啓階의 探索(実験点R)은 Response의Surface의 順序로 各 段階를 적절히 使用하여 最適点을 向하여 登山하는 것이다.



〔그림 1〕 Box-Wilson法에 의한 実験例

(1) 第1段階 : Response 推定

出発点 P의 近方에서 一組의 実験을 行하고, 未知인 Response function

$$y = \beta_0 + \sum_{i=1}^{k} \beta_i x_i + \sum_{i \leq j}^{k} \beta_{ij} x_i x_j \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (2)$$

로 된다. 最適点보다 멀리 떨어져 있어 実験範囲 가 좁을 경우, 1次係数 β_1, β_2의 効果는 2次係数의 効果 β_{11}, β_{22}보다 크게되면 Simplex面이 平面近似가 可能하다.

山頂부근에서는 逆으로 2次係数가 1次係数 보다 크면 된다.

出発点附近에서는 平面近似가 있는 경우 (2)式의 高次係数가 無視되므로.

$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2$의 Response가 假定된다. 獨立変数가 2因子인 2水準일 경우 実験配置를 생각하면 $\beta_0, \beta_1, \beta_2$는 Response y_i의 実測置로 부터 推定되므로 다음의 回歸式에 의한 最小제곱法을 適用하면 된다. 따라서 i番째의 実験点을 表示하면,

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \varepsilon_i = (1 \; x_{1i} \; x_{2i}) \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix} + \varepsilon_i \text{ 가 되}$$

며, n개의 実験点에 대하여 行列의 表現式으로 便用하면 다음과 같다.

$Y = X\beta + \varepsilon$

여기서

$$Y=\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} \quad X=\begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{21} \\ 1 & x_{12} & x_{22} \\ 1 & x_{13} & x_{23} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_{1k} & x_{2k} \end{bmatrix} \quad \beta=\begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix} \quad \varepsilon=\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ \varepsilon_k \end{bmatrix}$$

을 나타낸다.

따라서β의 最小제곱法에 의한 推定値b는 다음과 같이 된다.

$$\hat{\beta} = b \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = (X^T X)^{-1}(X^T Y) \qquad \cdots\cdots (3)$$

(2) 第2段階; 最大傾斜方向의 探索 第1 段階에서 responrse surface가 平面近似되어 1次式

$$y = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 \cdots\cdots\cdots\cdots (4)$$

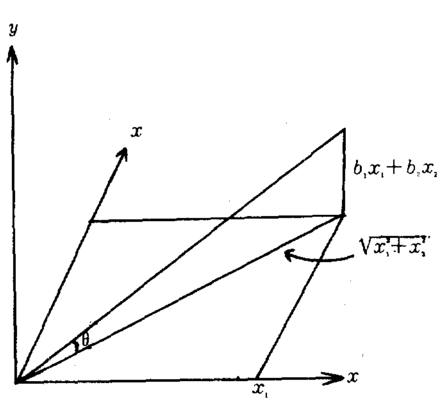
로 주어지는 경우 다음의 探索実験은 responrse surface에 接한 最大傾斜方向에 外挿한 実験点에서 実施하면 有效하다.

(4) 式의 平面均等한 配置는 〔그림 2〕로 부터 $\tan\theta = b_1 x_1 + b_2 x_2 / \sqrt{x_1^2 + x_2^2}$ 로 주어진다.

이것을 x_1으로 微分하고 零로 놓으면 $x_1 \neq 0, x_2 \neq 0$ 일때의 解는

$$\frac{x_2}{x_1} = \frac{b_2}{b_1} \cdots\cdots\cdots\cdots (5)$$

로 주어진다.



(그림 2) 最大傾斜方向

따라서 最大傾斜方向은 x_1과x_2의 比를 b_1과b_2의 比에 比例시킨 経路로 주어진다. 最大傾斜方向은 等高線(Contours line)에 直角方向이 되며, 이 経路에 一致하는 実験点을 몇個 設定하여 実験을 하고 response값이 減少하기 始作할때의 実験点을 얻는다. 探索点 設定의 方法에는 等間隔法, 資金分解法, 피보나치(Pibonachi) 法, 등이 있다.

(3) 第3段階: Response surface形状의 探究 最大傾斜方向에 最大Response를 주는 実験点 R이 探索되면 頂上附近에 到達했다고 判断하고, R 附近의 曲面形状을 探索한다. 따라서 独立変数가 2因子일 경우 Response function을 求하면 (2) 式을 最小제곱法에의거

$$\hat{y} = b_0 + \sum_{i=1}^{k} b_i x_i + \sum_{i \leq j}^{k} b_{ij} x_i x_j \qquad \cdots\cdots\cdots (6)$$

式으로 表現할 수 있다.

여기서 b를 β의 最小제곱法에 의한 推定量 이라면 (3) 式에 의해 求할 수 있다.

위의 (11) 式을 行列을 使用하여 表現하면

$$\hat{y} = b + x^T b + x^T B x \qquad \cdots\cdots\cdots (7)$$

라고 쓰여지는데 여기서

$$x=\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_k \end{bmatrix} \; b=\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ \vdots \\ b_k \end{bmatrix} \; B=\begin{bmatrix} b_{11} & b_{12}/2 & b_{13}/2 \cdots\cdots b_{1k}/2 \\ b_{21}/2 & b_{22} & b_{23}/2 \cdots\cdots b_{2k}/2 \\ & & b_{33} \cdots\cdots b_{3k}/2 \\ \text{symmetric} & & \ddots \; b_{kk} \end{bmatrix}$$

을 나타낸다. $\hat{y}$를 最大 또는 最少化하는 x의 값을 求하기 위하여 $\hat{y}$를 x로 偏微分하면

$$\frac{\partial \hat{y}}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x}\{b_0 + x^T b + x^T B x\} = b + 2Bx$$

만약 어떤点 x_0가 $\hat{y}$을 最適化 한다면 이 点에서 偏微分의 값이 零이 되어야하므로

$$b + 2Bx_0 = D \qquad \cdots\cdots\cdots (8)$$

따라서 x_0을 定常点(stationary point)이라 부르면

$$x_0 = -B^{-1}b/2 \qquad \cdots\cdots\cdots (9)$$

에 의하여 얻어질 수 있다. 이 定常点x_0는 適合된 反応表面上 다음의 3가지중의 하나가 될 것이다.

1) $\hat{y}$이 最大値를 얻게 되는 x_0의 点

2) $\hat{y}$이 最小値를 얻게되는 x_0의 点

3) $\hat{y}$이 最大도 아니고 最小도 아닌 鞍点(Saddle Point)

그런데 $\hat{y}$의 값을 最適시키는 x_0의 값을 찾는方法과 $\hat{y}$의 값을 나타내는 反応表面의 形態는 (7)式으로부터 推測하기란 매우 어려운 일이며, 等高線을 그리는 일도 용이한 일은 아니다. 그러나 正準分析(Cannonical Analysis)은 많은 資料를 우리에게 줄 수 있다.

x_0에서의 推定値를 $\hat{y}_0$라고 하자 (7)式으로부터

$y=b_0+x_0^Tb+x_0^TBx_0$가 되고

이라고 좌표의 原点을 x_0로 옮기기 위하여

$$Z=x-x_0 \quad \cdots\cdots(10)$$

라고하자 그리고 $\hat{y}=\hat{y}_0+Z^TBZ$ 라고 表現된다면 어떤 直交変換 $Z=MW$가 存在하게되고 $\hat{y}$는 다음 式으로 나타낼수 있다.

$$\hat{y}=\hat{y}_0+\lambda W_1^2+\lambda_2W_2^2+\lambda_kW_k^2 \quad \cdots\cdots(11)$$

여기서 $\lambda_1, \lambda_2 \cdots\cdots \lambda_k$는 行列$B$의 特性根이다.

그리고 M가 다음과 같이 k個의 Vector로 構成되어 있고

$M=(M_1, M_2 \cdots\cdots M_k)$

여기서 M_i를 구하기 위해서는 다음의 두 方程式을 풀면 된다.

$$(B-\lambda_i I_k)M_i=0\ ,\quad M_i^TM_i=1 \quad \cdots\cdots(12)$$

지금까지 最適反應條件을 決定하는 反應表面의 性質을 알아 보았다. 이제 이와같은 이론이 實際 어떻게 應用되는가를 觀察하여 보기로 하자.

Ⅲ. 最適反応実験決定의 応用

H会社 化学工場에서 styren과 croton aldehyde와의 高圧空重合을 하여 生成되는 重合体의 収率을 올릴 目的으로 実験을 하여 다음과 같은 結果를 얻었다.

因　子	A	B	C	D	F	G	H	I	J
(factor)	反応温度	stylen	croton aldehyde	前処理 方 法	時 間	觸 媒	圧 力	容 器	세척法
水 準 1	60℃	4 mℓ	8 mℓ	D_1	40min	열 촉 매	500 kg/cm²	I_1	J_1
水 準 2	80℃	8 mℓ	16mℓ	D_2	30min	A I B N	800 kg/cm²	I_2	J_2

여기서 交互作用(interaction)이 있을것 같은 $A\times B$, $B\times G$, $C\times H$, $I\times J$를 구하려고 한다. 따라서 $L_{16}(2^{15})$直交配列表(orthogonal array table)를 利用하여 全体를 random하게 実験한후 寄與率이 큰Vital 要因을 抽出하고, Box-Wilson法으로 反応温度와 反応時間을 中心으로 最適條件을 求하여 보고자 한다.

第1段階의 節次에 의거 response를 推定한 結果 線形近似하여 $\hat{y}=14.58+1.53X_1+1.43X_2$式을 얻었다. 그리고 第2段階의 節次에의거 最大傾斜方向(Predicted path of steepest ascent)을 (5)式에 의거 구하였다.

第3段階의 節次에 의거 response探索点Q_4를 中心으로 3^2型의 実験配置를 計劃하고 random으로 実験한 結果 다음과 같이 되었다. 여기서

$x_1=$(温度(℃)$-80)/5$, $x_2=$(時間(min) $-58)/5$ 로 独立変数 값을 変数変換하였다.

$$D=\begin{array}{cc} x_1 & x_2 \\ \end{array}\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \\ 1 & -1 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & -1 \\ -1 & 1 \\ -1 & 0 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} \qquad Y=\begin{array}{c} y \\ \end{array}\begin{bmatrix} 27.3 \\ 28.1 \\ 26.5 \\ 29.0 \\ 30.1 \\ 28.5 \\ 25.7 \\ 28.2 \\ 27.2 \end{bmatrix}$$

2次多項回歸模型을 假定하여 最小제곱法에 의해 b를 推定하면 (6)式에의거

$$\hat{y}=30.16+0.13x_1-0.03x_2-2.04x_1^2-1.44x_2^2+0.575x_{12}$$

을 얻는다. 또한 (9)式에 의해 定常点을 얻으면

$$x_0=-B^{-1}b/2=\begin{bmatrix}0.0342\\0.0172\end{bmatrix}$$ 이 된다.

따라서 反応表面의 形態를 세밀히 分析하기 위하여 正準分析의 B의 特性根을 구하면 $[B-\lambda I_k]$ 式에 의해

$\lambda_1=-2.15, \lambda_2=-1.33$을 얻게된다. 上記 x_0에서 反応을 (11)式에 의해 計算해 보면 $y_0=30.161$ 이므로

$$y=30.161-2.15W_1^2-1.33W_2^2 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (11-1)$$

이 된다.

따라서 x_0가 最大点이라는 것을 알 수 있으며, 새로 얻어진 W_1과W_2가 변함에 따라서 減少되는 것을 알 수 있다.

이제, 独立変数 값을 実際의 값으로 変換하면 最適條件의 温度는 80.171℃이고 時間은58.086分이 된다. (11-1)式에 있는 W_1과W_2 그리고 X_1과 X_2의 関係를 糾明하기 위하여 (12)式을 利用하면 $i=1$ 이고 $\lambda_1=-2.15$일때

$$\begin{bmatrix} 0.11 & 0.2875 \\ 0.2875 & -0.72 \end{bmatrix} [l_{11}, l_{12}] = 0, \quad l_{11}^2+l_{12}^2=1$$

이라는 條件下에서 解는 $l_{11}=0.926$, $l_{12}=-0.379$ 을 얻는다. 마찬가지로 $i=2$이고 $\lambda_2=-1.33$일때도 $l_{21}=0.379$, $l_{22}=0.926$을 얻는다. 그러므로 変換行列 M은 $M=\begin{bmatrix} 0.926 & 0.379 \\ -0.379 & 0.926 \end{bmatrix}$이고, $W=M^T Z$ 式으로 부터 W와X와의 関係는 $W=M^T(X-x_0)$이므로

$$\begin{bmatrix} W_1 \\ W_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.926 & -0.379 \\ 0.379 & 0.926 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1-0.0342 \\ X_2-0.0172 \end{bmatrix}$$

이 된다.

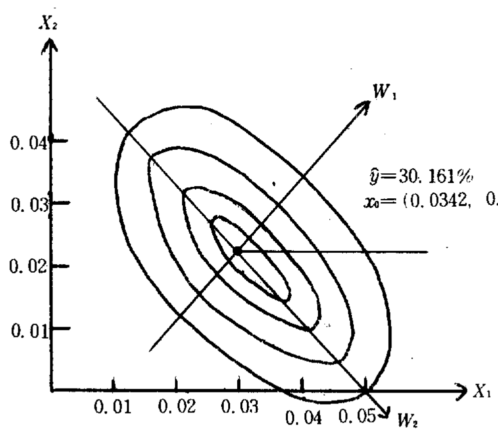
따라서

$$W_1=0.926(X_1-0.0342)-0.379(X_2-0.0172)$$

$$W_2=0.379(X_1-0.0342)-0.926(X_2-0.0172)$$

이 된다.

이제 이들의 変数의 関係를 $\hat{y}$의 等高線表와 같이 그림으로 나타내보면 〔그림 3〕과 같이 된다.



〔그림 3〕X와W의 관계 및 $\hat{y}$의 等高線表

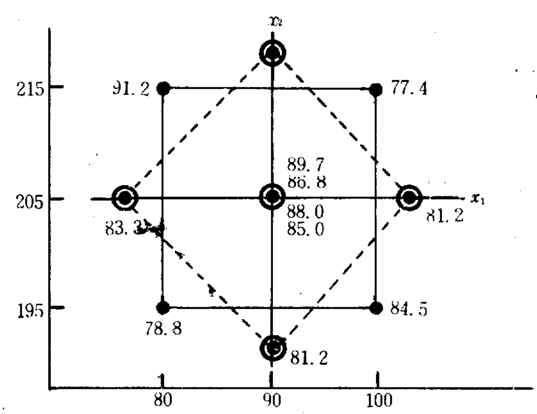
〔그림 3〕을 자세히 觀察해 보면 W_1과W_2가 $(W_1, W_2)=(0, 0)$에서 움직임에 따라 $\hat{y}$의 값이 減少 되는 것을 알 수 있고, 그 減少의 精度는 W_2쪽이 빠르다는 것을 알수있다.

Ⅳ. 直交중심 合成計劃의 適用

Box-Wilson法에 의한 研究에서의 3^n要因実驗法은 β_{11}, β_{22}의 推定이 精度가 떨어지고, 要因数가 増加하면 処理의 組合数가 急激하게 増加한다는 缺点이 있다.

따라서 実驗数를 増加하지 않고 2^n型 実驗에서의 実驗点을 몇 個 더 追加하므로서 second-order coefficient도 推定이되도록 実驗計劃하는 合成計劃(Composite designs)을 利用하면 Box-Wilson法의 第1段階로 부터 第3段階까지의 展開가 便利하다. 그리고 追加하는 実驗点의 水準을 択하는 法에 의하여 여러가지 合成이 可能한데 이中 代表的인 것을 들어보면 (1) 探索하고자 하는 領域에대하여 計劃을 対称으로 두는 中心合成 計劃이 있고, (2) 実驗範囲의 어느 한 方向의 연장에 追加実驗点을 計劃하는 直交中心合成計劃(Orthogonal Central Composite design)이 있다.이 論文에서는 直文中心合成計劃의 実際 応用 例를 다루어 보겠다.

어떤 化学工場에서 生産되고있는 製品이 마지막 工程에서 2個의 因子에 의하여 収率에 많은 影響을 받는다고 한다. 따라서 反応時間과 反応温度에 따라 製品의 収率에 어떤 変化가 오는지 알아 보기위해 回転可能한 Octagonal design의 直交중심合成計劃으로 6回追加 実驗한 例는 다음과 같다.



〔그림 4〕 6回追加実驗한 Octagonal design

追加実驗하기 前에 原 Data를 分散分析(ANOVA)을 하면 不適合(lack of fit)이 高度로 有意하므로 Second order coeffieint를 구할수 있다고 判定된다. 그러므로 $y=\beta_0+\beta_1x_1+\beta_2x_2+\beta_{11}x^2+\beta_{22}x_2^2+\beta_{12}x_1x_2$ 式의 回帰model이 成立된다. 따라서 追加実驗한 Data는 다음과 같다.

여기서 x_1과x_2는 다음과 같이 変数変換한 것이다.

$$x_1=\frac{time-90min}{10min}$$

$$x_2=\frac{temp-205℃}{10℃}$$

block	RUN	time(分)	temp(℃)	design matrix		Response
		x_1	x_2	x_1	x_2	y
I	1	90	205	0	0	88.0
	6	90	205	0	0	86.8
	2	80	195	−1	−1	78.8
	4	100	195	1	−1	84.5
	5	80	215	−1	1	91.2
	3	100	215	1	1	77.4
II	12	90	205	0	0	89.7
	8	90	205	0	0	85.0
	7	104	205	$\sqrt{2}$	0	81.2
	10	76	205	$\sqrt{2}$	0	83.3
	9	90	219	0	$\sqrt{2}$	79.5
	11	90	191	0	$-\sqrt{2}$	81.2

이 데이타에 의해 最小제곱法에 의거 b를 (6)式으로 推定하면

$y=87.38-1.38x_1+0.36x_2-2.14x_1^2-3.09x_2^2-4.88x_1x_2$

이 된다. 그리고 (9)式에 의거 定常点은

$$x_0=-B^{-1}b/2=\begin{bmatrix}-3.902\\3.139\end{bmatrix}$$

이 된다.

따라서 反応表面의 形態를 세밀히 分析하기 위하여 正準分析 B의 特性根을 구하면 $\lambda_1=-5.10$ $\lambda_2=-0.14$가 되고 正準方程式(Canonical equation)은 다음과 같이된다.

$y=90.64-5.10W_1^2-0.14W_2^2$

λ_1과λ_2가 모두 零보다 작으므로 $\hat{y}=90.64$가 最大値임을 알 수 있고, 反応時間은 약 51分, 反応温度는 약 236℃가 最適反応 條件이라 볼 수 있다. 그리고 W_1과W_2 및 x_1과x_2의 関係를 糾明하기 위하여 W를 구해보면

$W_1=0.64(x_1+3.902)+0.77(x_2-3.139)$

$W_2=-0.77(x_1+3.902)+0.64(x_2-3.139)$

을 얻게 된다.

V. 結 論

反応表面分析의 実驗計劃은 統計的分析을 통하여 反応을 最大 또는 最少化시키는 等高線表上에서의 反応과 因子間의 相互関係를 糾明하는데 有益한 資料를 제공해 준다. 따라서 反応表面을 統計的으로 알아낸다는 것은 工業的 応用에 큰 공헌을 하며, 品質管理面에서도 많은 資料를 提供할 수 있다. 実際에 있어서 精度(Precision)가 좋은 反応表面分析은 좋은 実驗計劃法에서 나온다고 말할 수 있다. 本 論文에서는 널리 利用되고 있는 中心合成計劃과 回転計劃의 長点을 살린 回転可能한 直交中心合成計劃을 利用하여 実驗하여 본 結果 이것이 더 効果的임을 보여주었다. 그리고 本 論文에서는 Box-Wilson法과 直交中心合成計劃法의 두가지 適用 例를 들었는데 이것은 이들 方法이 実際問題에 応用될 수 있음을 보여 줌과 同時에 後者의 方法을 適用하므로서 더욱 効果를 얻을 수 있음을 보여주기 위한 것이다.

끝으로 反応表面分析의 実驗計劃은 統計学을 통한 応用에 널리 보급되리라 믿는다.

References

1 J Stuart Hunter : Design of Experiments Course for response surface methodology (sixth printing 1977)

2 Box-G. E. P and K B, Wilson : "On the Experiments Attainment of Optimum Conditions" Journals of Royal Statistical Society 28, 195～241 (1957)

3. Box G. E. P and J Stuart Hunter :"Multifactor Experimental Design for Exploring Response Surface" Annals of Mathematical Statistics 28(1) 195 (1957)

4. Myers R. H : Response Surface Methodology, allyn and Bacon Inc Boston (1976).

5. Sung H Park :An Application of Response Surface Experiments to Control the quality of Industrial Products :Model Fitting and Predition of Response Joural of the KSQC. Vol6, No1 (1978)

6. 実験計劃 上,下巻 및 補助教材 : (韓国工業標準協会)