

## 有限要素法에 의한 推進軸系의 橫振動計算에 관한 研究

全 孝 重\* · 金 喜 澈\*

Calculation of Transverse Vibration of Ship's Propulsion Shaftings  
by the Finite Element Method

By Hiojung Jeon, Hicheol Kim

### Abstract

Due to increasing ship dimensions and installed propulsive power, resonance frequencies of the propeller shaft system tend to decrease and they can appear in some cases within the operating range of the shaft revolution.

For calculation of transverse shaft vibrations, various methods have been proposed but as they are mainly for approximate calculation, no contented results are obtained. For fairly accurate estimation of resonance frequencies in the design stage, one can use transfer matrix method or the finite element method and the former is rather preferred in ordinary cases.

In this study, the finite element method which is utilized for calculation of the propulsion shaft alignment, is introduced to derive the vibration equation of the ship's propulsion shaftings. The digital computer program is developed to solve the above equation, and the details of preparing the input data are described.

The method presented in the underlying report was applied to the shafting of ship which has a lignumvitae bearing to verify its reliability and the results of calculation and those of the measurements on rotating shaft show a good agreement.

Calculating methods of exciting forces and damping forces are also discussed for future work.

### 1. 머리 말

推進器軸, 船尾管베어링, 船尾管시일등의 事故原因中的 하나로서 推進器軸의 橫振動問題가 있다. 回轉質量의 不平衡에 起因하는 軸系의 一

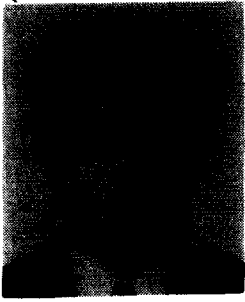
次固有振動數와 使用回轉數와의 共振問題는 옛날부터 研究되어 왔고 高速艦艇등과 같이 베어링間隔이 길고 使用回轉數가 높은 軸系에서는 共振狀態를 回避하도록 設計上的 配慮가 있었다.

그러나 一般 商船에서는 回轉數가 100~200 rpm 정도이고 이와같은 推進器의 質量不平衡에

\* 正會員, 韓國海洋大學 機關學科

# 卷 頭 辭

會 長 金 周 年



우리 學會는 韓國海洋大學에 在職하고 있던 教授를 中心으로 몇몇 뜻 있는 분들에 의하여 1973년에 發起된지 3年後인 1976年 8월에야 創立總會를 갖고 出帆하여 昨年 總會에서 不肖 本人이 會長의 重責을 맡게 되고 滿1년이 經過하였습니다.

그간 이러한 興件下에서도 東奔西走 學會일을 도맡아 推進하고 協助하여 준 常任理事여러분과 이를 도와준 會員여러분들의 勞苦를 致賀드리며 感謝의 말씀을 올립니다. 特히 特別會員여러분께서는 “오일쇼크”등 企業의 어려운 經營에도 不拘하고 우리 學會를 爲하여 物心兩面으로 協贊하여 주시고 指導鞭撻하여 주셔서 學會 運營面에 決定的인 寄與를 하신 點 고마움을 禁할 수 없습니다.

本人은 該간 定款에 規定된 學會細則을 制定하고 常任理事 8名을 任命하여 總會와 理事會의 決議事項과 委任事項을 常任理事를 中心으로 活動할 수 있는 體制를 갖추었으며, 學會誌 執筆要領等を 制定하여 學會誌의 體制와 質의向上을 圖謀하는 기틀을 마련하였습니다. 會員確保에도 心血을 기울였습니다. 우리는 “우리 船用機關學會가 있다”는 것을 弘報하고 入會를 勸하였었습니다. 그 結果 300餘名의 會員數로 昨年比 倍加되었습니다. 特別會員社도 10餘個로 增加되었습니다. 緊縮 財政下 格別히 어려운 最近의 經營 興件下에서도 特別會員社로 參與한 10餘個社에 對하여 衷心으로 그 고마움을 禁할 길이 없습니다. 다시 한번 感謝를 드립니다.

우리 學會는 創立된지 日淺하지만 20年, 30年의 歷史를 가진 다른 學會에 못지않게 最短時日內 成長 發展할 수 있는 潛在力이 있다는 것을 確信합니다.

우리 스스로가 머리를 맞대고 渾然一致가 되어서 알찬 研究業績을 쌓고 무엇인가 우리나라 船用機械工業과 關聯産業體에 寄與할 수 있을 때 우리의 權益도 伸張되고 우리 學會도 急速度로 發展될 수 있다고 믿습니다.

따라서 이런 跳躍을 爲하여 今年度에는 學會細則에 規定된 諸 委員會를 設置하고 各者 專門分野를 專擔하도록 하여 本會의 目的을 成功的으로 達成할 수 있는 契機를 마련하겠습니다.

우리 다같이 슬기를 모아, 待望의 80年代에 實現하게 될 高度産業國家의 기틀을 더욱 鞏固히 하기 爲하여 本學會 會員으로서의 矜持를 가지고 開拓者의 意慾으로 參與하여 協心 竭力 研究開發을 促進하는데 加一層 奮發합시다.

會員 여러분의 健闘와 幸運을 祈願합니다.

의한 一次의 共振은 일어나지 않는 것으로 보고 注意를 기울이지 않았다.

第2次大戰直後 推進器軸의 折損事故와 關聯하여 軸系橫振動의 研究가 進行된 結果 船尾의 不均一한 伴流中에서 作動하는 推進器의 流體力學의 作用에 의하여 軸系는 1回轉中 推進器翼數次 또는 그의 整數倍次의 橫振動이 誘起되는 事實과 이의 共振現象이 指摘되었다.

1950年頃 Panagopoulos<sup>1)</sup>는 Liberty型 船舶에서 자주 일어나는 軸系事故와 關聯하여 軸系橫振動의 理論的 計算式을 發表하였고 이것이 契機가 되어 이 問題에 관한 많은 研究가 이루어지게 되었으며 그 중에서도 가장 注目할만한 것이 Jasper<sup>2)3)4)</sup>에 의한 一聯의 研究이다.

이와같은 研究結果로 橫振動의 固有振動數計算, 翼數次振動의 共振回避에 대한 設計의 配慮도 어느 程度 可能하게 되었다.

이 時代의 計算方法은 많은 假定을 包含하는 매우 簡略化된 軸系모델에 대한 略算式이었으며 船尾構造의 剛性이 充分히 頑強하고 推進器에 의한 起振力도 별로 크지 않았기 때문에 注目할만한 事故도 없었고 그 후의 研究도 별로 큰 進展을 보지 못하였다.

近年에 이르러 高出力船이 出現함에 따라 軸系와 推進器의 무게가 增加하고 큰 馬力을 吸收하기 위하여 推進器 날개數가 增加한데 反하여 船尾構造의 剛性은 相對的으로 低下하게 되었다. 그 結果로 翼數次의 共振回轉數가 때로는 常用回轉數까지 내려 옴으로써 지금까지 勸獎基準으로 하고 있는 橫振動共振回轉數의 常用回轉數 125%以上 維持가 困難하게 되었다. 또한, 最近의 高出力船에서는 推進器의 起振力도 一般的으로 크기 때문에 비록 橫振動의 共振이 일어나지 않더라도 強制振動의 應答이 無視할 수 없을 程度로 되기도 한다.

橫振動은 또한 船體의 垂直方向, 또는 水平方向 振動을 誘起하는, 소위 bearing force를 일으키는 原因이 되기도 하므로 推進軸系 橫振動 解析의 重要性은 한층 커지고 있다.

이와 같은 事實을 背景으로 해서 最近 各方面에서 推進軸系 橫振動의 研究가 매우 活潑하게

행하여지고 있으며 研究成果가 많이 發表되고 있다. 이들의 大部分의 軸系와 船體構造를 結合한 計算모델을 利用하고 있으며 電子計算機를 使用하여 理論的으로 嚴密한 計算方法들을 開發하고 있다.

計算結果와 實測結果를 對比한 檢討은 별로 많지 않으나 實船의 設計에 適用 可能한 精度에 漸次 接近하고 있는 것 같다. 그러나 計算에 必要한 構成要素의 特性을 推定하는데는 아직 未知의 要素가 많고 今後의 課題로서 남겨져 있다.

本 研究에서는 앞서 發表한 有限要素法에 의한 船用機關軸系裝置의 最適配置에 관한 研究結果<sup>2)</sup>를 利用하여 推進軸系의 橫振動을 計算하는 方法을 提示하고 그 結果를 利用하여 實船軸에 관한 計算을 행한 다음 實測値와 比較檢討함으로써 새로운 計算方法의 信賴性을 檢討하였다. 또한 今後의 研究를 위하여 推進軸系의 橫振動에 대한 強制力과 減衰力에 관하여서도 考察하였다.

## 2. 軸系 橫振動의 計算方法

回轉, 또는 靜止中인 軸의 橫振動을 計算하는 方法에 관하여서는 옛날부터 많은 사람들이 研究하여 왔다. 그러나 이들의 研究對象은 兩端單純支持軸이거나 附着된 回轉圓板의 數가 매우 적은 경우가 大部分이며 多點支持軸으로서 回轉圓板의 數가 많은 경우에 대한 研究가 이루어진 것은 近來의 일이다. 따라서 推進軸의 橫振動에 대해서도 이것을 單純化하여 支持點의 數를 限定시키고 附着圓板도 單純化하여 近似解를 구하는 方法이 오랫동안 利用되어 왔으며 全體軸系에 대한 精密解가 研究되기 始作한 것은 比較的 最近의 일이다.

### 2.1 軸系 橫振動計算方法 概要

軸系의 橫振動計算에 利用되는 여러가지 方法들을 要約하여 보면 다음과 같다.

- ① Rayleigh의 方法<sup>5)</sup>
- ② Ritz의 方法
- ③ Dunkerley의 式<sup>6)</sup>

- ④ Prohl(또는 Myklestad)의 方法 - 傳達 매트릭스의 方法<sup>7)8)</sup>
- ⑤ 影響係數法 - 有限要素法
- ⑥ 機械的 임피던스法

이들 方法中에서 가장 古典的인 方法은 ①의 方法이며 推進軸系의 橫振動計算에도 一部 이 方法이 適用되기도 한다. 이 方法에 있어서는 어떤 變形을 豫想한 다음 系는 이 變形을 振動型으로 하여 어떤 振動數로 振動하고 있다고 假定한다. 이 未知의 振動數에서의 最大運動 에너지와 最大位置 에너지를 計算한 다음 兩式을 等置하면 未知의 振動數를 알 수 있으며 이것이 近似 最低固有振動數이다. Rayleigh의 方法이 갖는 難點과 特性은 計算可能한 固有振動數가 最低固有振動數에 限定되며 恒常 實際의 값과 같거나 높은 값이 일어난다는 點이다.

②의 Ritz의 方法은 Rayleigh-Ritz의 方法이라고도 하는데 變形을 한個以上 採擇함으로써 Rayleigh의 方法을 改善한 것이다. 이 方法은 假定한 振動型의 數만큼 固有振動數를 計算할 수 있다. Ritz의 方法에 의할 경우 高次의 振動일수록 固有振動數의 近似程度는 惡化하며 實際로는 最少 固有振動數, 또는 작은 쪽으로부터 數個程度만을 近似值로서 利用하는 경우가 많다.

③의 Dunkerley의 式은 역시 最低 近似固有振動數를 얻기 위하여 흔히 利用하고 있는 方法中의 하나이다. 이 方法은 系의 單純한 要素에 대한 固有振動數를 基礎로하여 系全體의 最低 固有振動數를 決定하게 된다. Fernlund<sup>9)</sup>에 의하면은 Dunkerley의 式은 軸이 단 하나의 集中質量을 갖는 경우를 除外하고는 軸의 자이로効果와 分布質量의 影響을 無視하더라도 近似值를 주고 있음을 指摘하고 있으며 Fernlund는 좀더 좋은 結果를 주는 修正 Dunkerley의 式을 發表하고 있다.

④의 Prohl 또는 Myklestad의 方法은 近來에 이르러 傳達매트릭스의 方法으로서 알려져 있다. 이 방법은 軸系 各段의 剛性과 質量(慣性) 등을 나타내는 狀態值매트릭스를 順次로 곱하여 줌으로써 軸系一端的의 힘, 모멘트, 토오크 및 각

種 變位등을 他端의 그것들에 關係짓는다. 이 方法에 의할 것 같으면 軸이 나누어지는 段의 數만큼의 危險振動數를 얻게되고 그 數가 많을수록 精密度도 좋아진다. 이 方法은 특히 電子計算機를 利用하는데 適合하여 作動速度의 影響을 받는 固有振動數와 不平衡荷重에 起因하는 強制應答을 計算하는데 利用되고 있으며 推進軸系의 橫振動計算에도 많이 利用하고 있다.<sup>11)12)13)14)15)16)</sup>

⑤의 影響係數法은 影響係數를 구하는 方法에 따라 應力法과 變位法이라 불리워지기도 하였으나 이 方法들은 結局 오늘날 여러 方面에서 크게 脚光을 받고 있는 有限要素法의 基礎를 이루고 있다. 有限要素法은 複雜한 構造物의 應力解析이나 振動解析<sup>17)18)19)20)</sup>에 있어 가장 便利한 道具가 되고있으며 電子計算機의 利用이 不可避하다. 軸系의 橫振動解析에 局限시킨다면 傳達매트릭스法과 有限要素法의 優劣은 가리기 어려우며 個人的 趣向에 따라 利用하는 方法이 決定되는 일이 많다. 다만, 軸系가 複雜하여 질수록 傳達매트릭스法보다 有限要素法이 便利하며 必要로 하는 電子計算機의 容量은 傳達매트릭스法이 적다.

⑥의 機械的 임피던스法은 系의 各要素에 대한 機械的 임피던스에 의하여 強制振動應答을 얻는 方法으로서 比較的 最近에 開發된 方法이다.

위에서 列擧한 여섯가지 方法中 처음의 세가지 方法은 推進軸系의 近似解法에 利用될 수 있으며 나머지 세가지 方法은 精密解法에 利用할 수 있는 方法이다.

本 研究에서는 上記方法中 影響係數法, 即 有限要素法에 의하여 推進軸系의 橫振動을 計算하는 方法을 究明하고자 한다.

## 2.2 有限要素法에 의한 軸系 橫振動의 理論的 計算式

### (1) 剛性매트릭스의 誘導

지금 荷重이 걸리지 않고 質量이 없는 軸部材 1-2(Euler-Bernoulli beam)에 대하여 Fig. 1과 같이 座標系를 定하고 座標의 方向과 部材에 作用하는 斷面力의 方向을 一致시킨다.

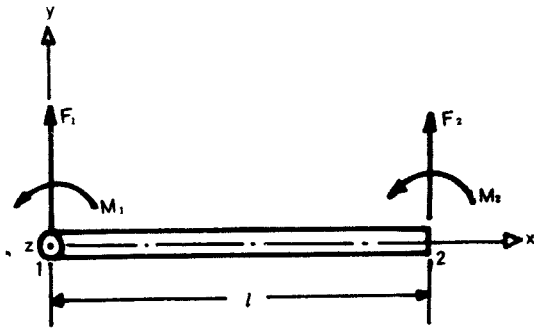


Fig. 1. Coordinate system of beam-element and forces of end-section.

보의 길이를  $l$ , 縱彈性係數를  $E$ , 軸의 斷面 2次모멘트를  $I$ 라하면 힘과 變位間에는 (1)式과 같은 관계가 成立한다.

本計算은 Castigliano의 定理와 Maxwell-Betti의 相反定理를 利用하면 比較的 簡單하게 行할 수 있다.<sup>21)22)</sup>

$$\begin{bmatrix} F_1 \\ M_1 \\ F_2 \\ M_2 \end{bmatrix} = \frac{EI}{l^3} \begin{bmatrix} 12 & 6l & -12 & 6l \\ 6l & 4l^2 & -6l & 2l^2 \\ -12 & -6l & 12 & -6l \\ 6l & 2l^2 & -6l & 4l^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ \phi_1 \\ y_2 \\ \phi_2 \end{bmatrix} \quad (1)$$

윗 式을 매트릭스 表示에 의하여 簡略하게 쓰면,

$$\begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} \dots\dots\dots(2)$$

또는,

$$F=KU \quad \dots\dots\dots(3)$$

여기서  $F$ 는 힘의 列벡터매트릭스,  $K$ 는 剛性 매트릭스,  $U$ 는 變位の 列벡터매트릭스이다.

여기서 留意할 것은  $z$ 軸둘레의 모멘트는  $y$ 軸 方向의 變位를 일으키며 反對로  $y$ 軸둘레의 모멘트는  $z$ 軸 方向의 變位를 일으킨다는 事實이다. 따라서 兩者는 聯成하게 된다. 만약, 軸系의 垂直面上과 水平面上의 質量慣性모멘트나 剛性 또는 減衰等이 聯成할 경우에는  $x-y$ ,  $x-z$  兩平面上的 힘과 變位關係를 同時에 다루어야 하며 (1) 式은  $(8 \times 8)$  次의 매트릭스로 擴張되어야 한다.

各要素에 대하여 局部座標에 관한 基本剛性매트릭스를 쓴 다음 簡單한 매트릭스算法에 의하

여 基準座標系로 換算할 수 있으며 따라서 이때 該座標系를 適當한 要素로 分割하여 各要素마다 獨立된 座標系에 대한 剛性매트릭스를 求한 다음 全体座標系로 換算하는 것이 便利한 경우가 많다.

全体構造物의 剛性매트릭스를 구하기 위해서는 各要素의 接点에 있어서의 變位와 傾斜는 一致하여야 하며 힘과 모멘트는 平衡을 이루어야 한다는 事實을 考慮하면 된다. 즉,  $n$ 個의 部材로 分割하였을 경우 各部材에 대하여 (1) 式을 구하고 이들을 全体座標系로 換算한 다음 單純히 合成하면 된다.

가령, (2) 式이 全体座標系로 換算된 것이라 하면 첫번째 部材의  $U_2$ 는 두번째 部材의  $U_1$ 과 같으므로 첫번째 部材의 剛性매트릭스要素  $K_{22}$ 와 두번째 部材의 剛性매트릭스要素  $K_{11}$ 을 合하면 된다.

이와 같이 順次的으로 結合하면 全体構造物에 대한 綜合剛性매트릭스를 구할 수 있다.

(2) 振動方程式의 表示

振動을 다룰 때는 要素의 端点에 集中質量에 의한 慣性力과 慣性모멘트를 導入한다. 이 質量은 隣接要素의 모든 質量의 合으므로 이 點으로 移轉시킨 것이다.



Fig. 2. Joint  $n$  with adjacent elements.

Fig. 2에서 두개의 軸要素  $i$ 와  $i+1$ 이 接하는 點  $n$ 이 주어졌다고 한다. Fig. 1에서와 같이  $x-y$ 平面에서의 變位와 外力이 주어진다면 이 點에서의 變位와 傾斜는 같아야 하므로

$$y_2^i = y_1^{i+1} = y_n$$

$$\phi_2^i = \phi_1^{i+1} = \phi_n$$

變位가  $y_n$ 이고 傾斜가  $\phi_n$ 인  $n$ 點에서의 힘과 모멘트의 平衡으로부터

$$\left. \begin{aligned} F_n - F_2^i - F_1^{i+1} - m_n \frac{d^2 y_n}{dt^2} &= 0 \\ M_n - M_2^i - M_1^{i+1} - J_n \frac{d^2 \phi_n}{dt^2} &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots(4)$$

여기서,



의 경우에도 非聯成의 경우에는 回轉軸을 包含하는 垂直面과 水平面의 각각에 대하여 獨立로써 軸系를 細分하고 細分된 各構成要素의 特性値를 算出한다. 만약 聯成效果가 強하여 垂直面과 水平面의 運動을 分離해서 다루기 困難할 때는 兩面에 대한 聯成特性値를 算出할 必要가 있다.

軸系를 分割하는 一般的 要領은 推進器나 커플링等과 같이 集中質量이 配置된 곳, 또는 슬라이브가 施工된 部分과 裸身의 軸部, 軸徑의 變化部分, 베어링의 支持點등을 分割點으로 取하는 것이 보통이다.

### 3.1 推進器의 特性値計算

推進器는 推進器軸에 固定된 狀態에서 重心位置에 質量, 外力, 減衰力等이 作用하는 것으로 보고 計算한다.

#### (1) 推進器의 質量과 附加水의 效果

軸中心方向 및 이것과 直角方向의 空氣中 質量과 慣性모멘트는 從來와 마찬가지로 圖面으로부터 各部를 細分하여 구하거나 實物이 있을 경우에는 實驗에 의하여 구한다. 軸中心 直角둘레의 慣性모멘트는 推進器를 圓板으로 보고 軸中心둘레 慣性모멘트의 切半을 取하는 것이 보통이다. 다만, 實地의 軸系에 있어서 推進器는 반드시 水中에서 作動하기 때문에 특히 附加水의 效果를 加算할 必要가 있다.

推進器의 附加水效果에 대하여서는 통상 空氣中에 있어서의 質量이나 慣性모멘트에 一定比率을 加算하는 方法을 많이 採用하고 있는데 그동안의 經驗이나 實測値를 通하여 大体로 다음과 같은 값을 採用하고 있다.

軸中心둘레振動: 空氣中 極慣性모멘트의 25~30% 加算

軸中心方向振動: 空氣中 質量의 50~60% 加算

軸中心直角方向振動: 空氣中 質量의 10~30% 加算

軸中心直角둘레振動: 空氣中 直徑둘레 慣性모멘트의 50~120% 加算

最近에 이르러 同一치수와 形狀을 갖는 推進器라도 그의 材料에 따라 이들의 값에 差異가

생기는 點을 들어 위에서 列擧한 것과 같이 一定比率을 附加水效果로써 加算하는 것은 不合理하다고 보고 理論的으로 附加水效果를 計算하는 方法이 提示되고 있다.

이들 中에서 특히 軸中心둘레振動과 縱振動에 대하여서는 Schuster<sup>24)</sup>, Thomsen<sup>25)</sup>, Burrill-Robson<sup>26)</sup>, Schwaneck<sup>27)</sup> 등에 의한 比較的 많은 計算式이 發表되고 있으나 橫振動과 關係가 있는 軸中心直角方向 및 直角둘레의 附加水效果計算에 대한 것은 Schwanecke<sup>27)</sup>, Kumai<sup>28)</sup> 등에 의한것들을 除外하고는 別로 볼 수 없다. 다음에 列擧하는 式들은 推進器의 날개를 橢圓으로 보고 Schwanecke의 式을 實用的 近似式으로 簡略化한 것이다.

軸中心方向振動:

$$0.2812(\pi\rho/z)D_p^3(F_a/F)^2 \dots\dots\dots(14)$$

軸中心둘레振動:

$$0.0703\{\rho/(\pi z)\}D_p^5(p/D_p)^2(F_a/F)^2\dots\dots(15)$$

軸中心直角方向振動:

$$0.6363\{\rho/(\pi z)\}D_p^3(p/D_p)^2(F_a/F)^2\dots\dots(16)$$

軸中心直角둘레振動:

$$0.0123(\pi\rho/z)D_p^5(F_a/F)^2 \dots\dots\dots(17)$$

다만,

$\rho$ : 海水의 密度

$z$ : 推進器 날개數

$D_p$ : 推進器 直徑

$F_a/F$ : 推進器 展開面積比

$p$ : 推進器 피치

Hayama<sup>10)</sup>는 上記値에 대하여 3次元修正을 勸奨하고 있으며 修正係數로서 (14)式과 (15)式에 대하여서는 Burrill-Robson의 圖表<sup>26)</sup> 또는 Thomsen<sup>25)</sup>의 修正係數로, (16)式과 (17)式에 대하여서는 Kumai-Minami-Harada의 圖表<sup>28)</sup>에 의한 것을 提議하고 있다. 이들의 圖表와 係數式을 다음에 보인다.

$$E_{(K)} = \frac{1}{1.05 + \frac{9.6}{z^2} (F_a/F)^2} \quad (18)$$

$E_{(K)}$ : Thomsen의 修正係數

$z$ : 推進器 날개數

$F_a/F$ : 推進器 展開面積比

上記式 外에도 推進器의 날개를 橢圓으로 보

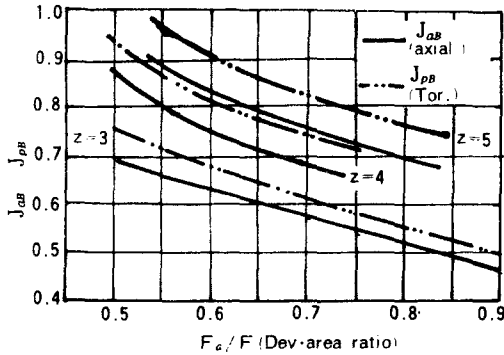


Fig. 3. Three-dimensional correction factor by Burrill and Robson<sup>26)</sup>.

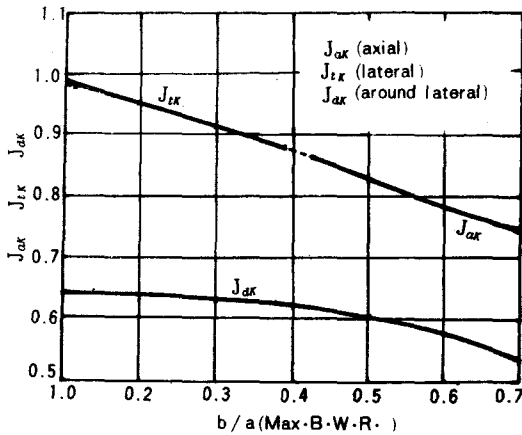


Fig. 4. Three-dimensional factor by Kumai, Harada and Minami.<sup>28)</sup>

고 附加水效果를 理論的으로 計算하는 方法이 Thomsen 등에 의해 提議되고 있다.

(2) 推進器의 자이로效果

推進器의 慣性作用은 一平面內의 振動에 의한 慣性力外에 直交하는 二平面內의 振動이 서로 聯成하여 생기는 자이로效果에 의한 모멘트도 考慮하여야 할<sup>6)</sup> 경우가 생긴다. 특히 推進器軸을 支持하는 스트라트나 보싱의 支持剛性이 等方性인 때 자이로效果의 影響은 가장 크며 또한 回轉數가 클 수록 크게된다.

그러나 一般 商船의 경우 推進器의 回轉數가 낮으며 大体로 300rpm未滿이고 (最近에는 減速

齒車等의 利用으로 100rpm未滿으로 낮추어 지고 있다) MCR에서라도 固有振動數에 미치는 影響은 大体로 10%未滿으로 보고 있다. 따라서 特殊한 경우를 除外하고는 無視하는 일이 많다. 더구나 흔히 發生하는 正旋回(軸中心의 旋回方向과 回轉方向이 一致하는 경우)의 경우에는 静止狀態에서의 固有振動數보다 共振振動數가 높게되며 逆旋回(軸中心의 旋回方向과 回轉方向이 反對方向인 경우)로서 發生하는 경우는 극히 드물다)의 경우에는 静止狀態에서의 固有振動數보다 共振振動數가 낮아지기 때문에 자이로效果가 없는 静止狀態의 固有振動數가 最大使用回轉數의 125% 以上에 해당하면 大概의 경우 問題로 되지 않는다. 더구나 支持構造가 異方性이 되면 될 수록 자이로效果의 影響은 줄어들기 때문에 多軸船의 보싱構造가 같이 異方性이 강한 경우에는 別問題없이 자이로效果를 無視할수 있다.

3.2 軸部의 特性值計算

(1) 等價質量의 計算

要素의 質量을 分割片의 兩端(또는 中央)에 集中하고 그의 中間(또는 兩端)에 當量剛性만을 갖는 보가 存在하는 것으로 다룬다.

슬리이브가 施工되는 軸部分은 물과 接觸하고 있으며 물과 接觸하는 部分은 排除容積에 相當하는 附加水效果를 考慮하는 것이 보통이다. 이와 같은 部分의 質量計算은 等價質量에 의하여 計算하면 便利하다.

지금 물의 比重을  $\rho_w (=1.025$ : 海水), 슬리이브의 比重을  $\rho_b (=8.735$ : 브라스 슬리이브), 軸身의 比重을  $\rho_s (=7.850$ : 鍛鋼製軸)라 하고 等價比重을  $\rho$ 라하면

$$\rho = \frac{D_0^2 - D_i^2}{D_i^2} \rho_b + \frac{D_0^2}{D_i^2} \rho_w + \rho_s$$

$$= 8.735 \frac{D_0^2 - D_i^2}{D_i^2} + 1.025 \frac{D_0^2}{D_i^2} + 7.850 \quad (19)$$

다만,

$D_0$ : 슬리이브外徑

$D_i$ : 슬리이브內徑(裸身軸의 外徑)

슬리이브가 없는 경우에는  $D_0 = D_i$ 라 놓으면 된다.



한편 軸部의 자이로効果에 대하여서는 完全히 無視할 수 있다. 理論的 檢討에 의한 것 같으면 軸長과 軸徑의 비가 20:1인 軸의 1次固有振動數에 미치는 자이로効果는 約0.08%程度라 한다.<sup>8)</sup>

한편 慣性모멘트에 대하여서는 各分割片을 直圓柱로 보고 길이를  $h$ , 半徑을  $R$ , 質量을  $M$ 라 하면 軸心 直角方向의 重心둘레 慣性모멘트  $J$ 는

$$J = \frac{M}{12} (3R^2 + h^2) \dots \dots \dots (20)$$

中空軸의 경우에는 內徑을  $r$ 라 하면

$$J = \frac{M}{4} \left( R^2 + r^2 + \frac{1}{3} h^2 \right) \dots \dots \dots (21)$$

에 의하여 計算할 수 있다.

(2) 軸커플링의 特性值計算

一般的으로 軸系에 있어서의 斷面變化는 크지 않으며 大部分 베어링支持部分에서 軸의 直徑이 크게 되는 것이 보통이다. 또는 推進器軸으로부터 中間軸으로 直徑이 변하는 경우에는 途中에 테이퍼軸의 部分이 介在하게 된다. 그러나 플랜지部分에서는 直徑이 매우 急히 변하며 그 길이도 짧기 때문에 이 部分의 剛性計算에는 問題가 있다. 지금까지의 傾向을 보면 플랜지 全体의 길이가 剛性에 影響을 미치는 것으로 보고 計算하는 경우와 剛性影響은 完全히 無視하고 重量만을 考慮하는 두가지 경우가 있다. 軸의 剛성이 軸徑의 4乘에 比例함을 생각할 때 위의 두가지 경우에 있어 상당히 큰 差異가 생길 것은 當然하다.

通常의 플랜지치수에 대한 研究에 의한 것 같으면 플랜지길이 全体가 剛性에 影響을 미치는 것이 아니며 플랜지 外徑과 길이를 基礎로하여 計算한 값의 1/3~1/20에 不過하다는 것이 밝혀지고 있다.<sup>20)</sup> 따라서 길이가 긴 軸系에서는 플랜지에 대한 剛性的 評價가 비록 正確하지 않더라도 全体에 미치는 影響은 無視할 程度이기 때문에 어떻게 다루면 큰 問題로 되지 않는다. 그러나 減速齒車軸과 推力軸에 있어서는 짧은 軸에 커플링과 推力갈러, 또는 減速齒車が 設置되어 있기 때문에 이들의 剛性計算에는 慎重을 期할 必要가 있다.

3.3 베어링支持部の 特性值計算

(1) 베어링支持點의 問題

中間軸支持베어링과 같이 베어링길이가 짧고 베어링兩端에 있어서의 軸의 높이가 같다고 볼 수 있는 경우에는 一般的으로 베어링中心에서 1點 支持하는 것으로 다루어도 별로 問題로 되는 일은 없다. 그러나 船尾管最後部베어링과 같이 베어링길이가 길고 무거운 推進器가 한쪽에 固定되어 외팔브와 같은 狀態의 軸系에서는 支持點이 베어링의 어느點에 있는 것으로 보느냐에 따라서 振動特性에 큰 影響을 미치게 된다.

이 問題에 관하여서는 지금까지 많은 論難이 있었으나 大體로 船尾側으로부터 베어링길이의 1/2~1/3사이에 支點이 있는 것으로 보고 計算하는 것이 보통이다.

(2) 베어링油膜의 特性值計算

베어링支持部에서는 베어링油膜을 平行移動과 回轉에 대하여 等價스프링 및 다슈포트(dashpot: 減衰)로 置換하고 또한 베어링 및 船體構造를 等價質量, 等價스프링, 等價減衰로 置換하여 생각하며 이들 油膜베어링 및 船體構造의 支持特性이 直列로 結合된 多自由度系로서 다룬다.

이들 스프링 및 減衰特性은 實船의 경우 一般的으로 異方性이며 二方向相互間에 聯成作用이 있다는 點, 더우기 베어링 油膜의 경우에는 이 聯成作用이 構造物의 스프링과 같은 相反定理가 成立하지 않는 것등으로 現象이 複雜하고 다루기가 매우 困難하다.

中間베어링등과 같이 베어링 길이가 짧은 경우에는 軸의 傾斜를 拘束하려고하는 作用이 작으므로 베어링中央에 支點을 定하고 油膜의 回轉스프링, 回轉減衰를 省略하여 近似시킬 수 있다.

그러나 船尾管最後部베어링과 같이 베어링길이가 길고 荷重이 偏在하는 경우에는 베어링의 油膜에 의하여 軸의 傾斜를 拘束하는 모멘트作用을 無視할 수 없으므로 回轉스프링과 回轉減衰를 考慮하여야 한다.

實際로 數值計算을 행할 경우 油膜의 影響은 撰別的으로 導入하는 것이 보통이다.

베어링部에 있어서의 軸과 베어링의 相對振幅

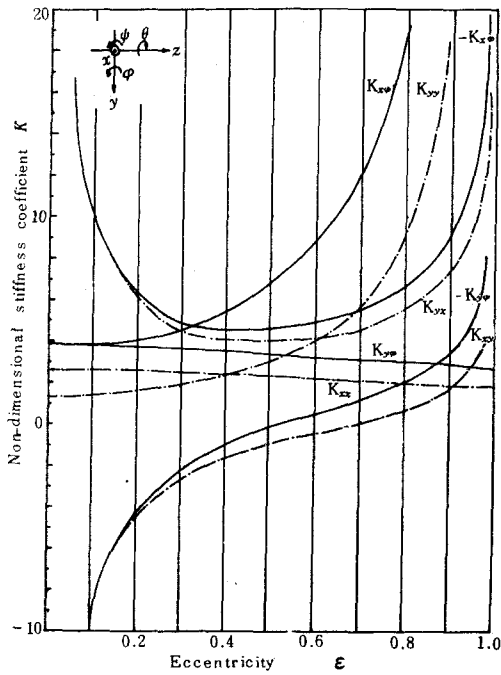


Fig. 5. Stiffness coefficient of oil film<sup>30)</sup>

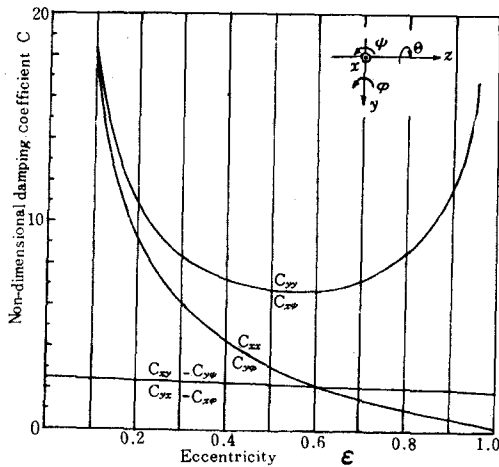


Fig. 6. Damping coefficient of oil film<sup>30)</sup>

이 작을 경우에는 油膜스프링 定數는 相對的으로 큰 값이 된다. 특히 船尾管後部베어링에서는 이 傾向이 크며 이 部分에서는 船體構造의 스프링 定數가 固有振動數에 미치는 影響이 支配的이

다. 다만, 베어링荷重이 매우 작은 경우에는 油膜스프링常數가 작아져서 船體構造의 스프링 常數보다 影響이 커질 경우를 생각할 수 있는데 이와같은 現象이 船尾管前後部베어링에서 일어나면 固有振動數에 미치는 影響이 크기 때문에 注意를 要한다. 中間베어링에서는 이와같은 現象이 일어나더라도 影響은 작다.

結論적으로 말하자면 軸베어링配置에 留意하여 各베어링이 되도록 有效하게 軸을 支持하도록 하면 多軸船과 같이 船體構造가 柔軟한 경우 油膜스프링을 省略하여 近似시킬 수 있을 것이다.

油膜스프링定數, 油膜減衰係數의 計算에 必要한 資料를 提示하면 Fig. 5, Fig. 6과 같으며 그림에서 記號의 뜻은 다음과 같다<sup>16)30)31)</sup>.

$$K_{xx} = \frac{ck_{xx}}{F_0}, \quad K_{xy} = \frac{ck_{xy}}{F_0}$$

$$K_{yy} = \frac{ck_{yy}}{F_0}, \quad K_{yx} = \frac{ck_{yx}}{F_0}$$

$$K_{x\varphi} = \frac{ck_{x\varphi}}{F_0} \left( \frac{60}{l^2} \right)$$

$$K_{x\psi} = \frac{ck_{x\psi}}{F_0} \left( \frac{60}{l^2} \right)$$

$$K_{y\varphi} = \frac{ck_{y\varphi}}{F_0} \left( \frac{60}{l^2} \right)$$

$$K_{y\psi} = \frac{ck_{y\psi}}{F_0} \left( \frac{60}{l^2} \right)$$

$$C_{xx} = \frac{c\omega c_{xx}}{F_0}, \quad C_{xy} = \frac{c\omega c_{xy}}{F_0},$$

$$C_{yy} = \frac{c\omega c_{yy}}{F_0}, \quad C_{yx} = \frac{c\omega c_{yx}}{F_0}$$

$$C_{x\varphi} = \frac{c\omega c_{x\varphi}}{F_0} \left( \frac{60}{l^2} \right)$$

$$C_{x\psi} = \frac{c\omega c_{x\psi}}{F_0} \left( \frac{60}{l^2} \right)$$

$$C_{y\varphi} = \frac{c\omega c_{y\varphi}}{F_0} \left( \frac{60}{l^2} \right)$$

$$C_{y\psi} = \frac{c\omega c_{y\psi}}{F_0} \left( \frac{60}{l^2} \right)$$

여기서

$c$ : 베어링平均半徑름

$k_{ii}, k_{ij}$ : 油膜의 스프링定數

$C_{ii}, C_{ij}$ : 油膜의 減衰係數

$F_0$ : 베어링의 荷重

$l$ : 베어링의 길이

- $\omega$ : 軸의 回轉角速度
- $\epsilon$ : 偏心率
- 偏心率은 Fig. 7에 의하여 주어지며 그림에서 記號의 뜻은 다음과 같다<sup>30)</sup>.
- $\epsilon$ : 偏心率
- $d$ : 저어널直徑(=2r)
- S: Sommerfeld의 數
- $\left\{ = \left( \frac{r}{c} \right)^2 (\mu N/p) \right\}$
- $r$ : 저어널半徑
- $\mu$ : 粘性係數
- N: 軸의 每秒回轉數
- $p$ : 平均베어링壓力(= $F_0/dl$ )

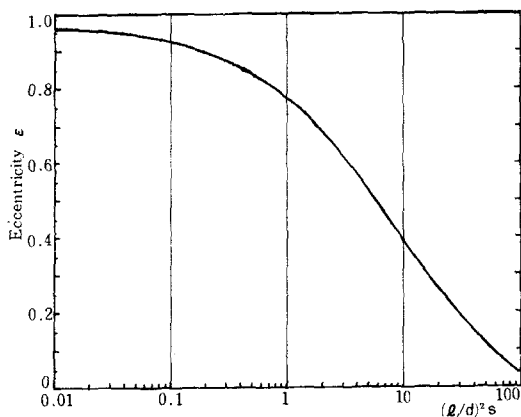


Fig. 7. Eccentricity of journal supported by oil film<sup>30)</sup>.

(3) 海水潤滑式 船尾管과 스트럿베어링의 剛性計算

海水潤滑式 리그넘바이티 船尾管의 경우에 대하여서는 油潤滑式 白色合金 船尾管에 比하여 베어링間隔이 크기 때문에 앞서 說明한 油膜스프링定數 計算方法을 適用하기 困難하다. 이러한 경우에 대하여서는 Jasper<sup>4)</sup>에 의하여 提示된 다음 式들을 參考로 할 수 있다. 다만, 이에 대한 異論도 있으며 그 信賴性에 대하여서는 確認되지 않고 있다.

리그넘바이티 船尾管의 直線스프링定數  $K_L$ 는

$$K_L = \frac{R_0}{\left(\frac{c}{2} + d\right)} \dots\dots\dots(22)$$

$R_0$ : 船尾管베어링에 걸리는 靜的 荷重 ( $=W_0 + \frac{W_s}{2}$ ) 으로서 船尾로부터 베어링까지의  $\frac{1}{3}$  되는 곳에 作用한다고 본다.

- $W_0$ : 推進器 무게
- $W_s$ : 前後船尾管베어링間의 軸重量
- $c$ : 軸과 베어링間 間隔
- $d$ : 靜荷重  $R_0$ 에 의한 베어링의 變形(通常 無視한다)

리그넘바이티 船尾管의 回轉스프링定數  $K_R$ 에 대하여서는

$$K_R = \frac{0.05 \times R_0 b^2}{\left(\frac{c}{2} + d\right)} \dots\dots\dots(23)$$

$b$ : 베어링의 길이

船尾管베어링의 材料가 合成고무나 合成樹脂와 같은 軟質로 만들어진 경우 直線스프링定數는 荷重變形曲線으로부터 구할 수 있으며 回轉스프링定數  $K_R'$ 는 다음 式으로 구하여진다.

$$K_R' = \frac{1}{12} K_b b^3 \dots\dots\dots(24)$$

$K_b$ : 베어링單位長에 대한 베어링材料의 直線스프링定數

스트럿베어링이나 보싱의 스프링定數는 有限要素法에 의하여 計算이 可能하나 實際의 計算에 있어 船體와의 固定點을 어디로 보느냐에 따라 計算值에 差異가 생기므로 아직도 信賴할만한 結果를 얻기 어렵다. 스트럿베에 대한 Jasper의 計算式은 다음과 같다.

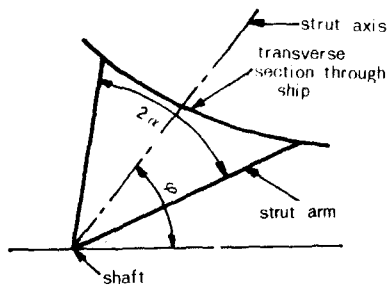


Fig. 8. Strut bearing.

$$K_{HR} = \frac{M_a M_n}{M_n \cos^2 \phi + M_a \sin^2 \phi} \dots\dots\dots(25)$$

$$M_a = \frac{2EI \cos^2 \alpha}{l}$$

$$M_n = \frac{24EI}{l} \left( \frac{d^2}{l^2} + \frac{d}{l} + \frac{1}{3} \right) \sin^2 \alpha$$

$K_{RH}$ : 水平面內 스트라트베어링의 回轉 스프링定數

$2\alpha$ : 스트라트압間의 角度

$l$ : 스트라트압의 平均長

$I$ : 스트라트압의 橫軸에 관한 斷面2次 모멘트

$d$ : 스트라트筒部の 直徑

$\varphi$ : 스트라트軸中心과 水平面과의 角度

$E$ : 스트라트材料的 縱彈性係數

$$K_{RV} = \frac{M_a M_n}{M_a \cos^2 \varphi + M_n \sin^2 \varphi} \dots (26)$$

$K_{RV}$ : 垂直面內 스트라트베어링의 回轉 스프링定數

Hylarides<sup>20)</sup>는 油浴式 베어링에 (22)式을 適用

할 경우  $\frac{c}{2}$ 代身에  $\frac{c}{20}$ 로 하려는 良好한 結果를 얻을 수 있다고 主張하고 있다.

### 3.4 推進軸系 橫振動에 있어서의 起振力과 減衰力

#### (1) 起振力の 計算<sup>22)</sup>

軸系는 船尾端에서 作動하는 推進器를 通하여 推力과 토오크 및 推進器面內에서 作用하는 上下, 左右方向의 힘 및 모멘트를 받는다. 後者들은 一般的으로 推進器外力이라 불리워지는 것들이다.

推力 및 토오크의 變動은 機關, 減速裝置를 包含하는 軸系의 縱振動과 비틀振動의 起振力이 된다. 한편 推進器外力은 推進軸系의 橫振動뿐만 아니라 船體의 振動을 일으키는 起振力이 되고 軸系配置, 특히 動力學的 軸系配置의 計算에 있어 考慮의 對象이 된다.

軸系橫振動이나 船體振動 起振力으로서의 推進器外力은 軸系나 船體의 固有振動數와의 共振을 回避하기 위하여 翼數次를 基本振動次數로 하는 各次數의 成分을 計算할 必要가 있다. 베어링內의 軸擧動을 알기 위해서는 推進器外力의 各 날개에서의 合成力 크기와 方向 및 油膜으로

부터의 反力이 가장 重要한 因子로 된다. 또한 船尾管後部베어링의 油溝位置의 決定에 必要한 等價合成베어링荷重의 크기와 方向에 대하여서는 推進器의 自重을 考慮하고 또한 推進器外力中 모멘트에 대한 相當荷重의 作用位置의 推定에 正確을 期할 必要가 있다.

이와같이 軸系振動이나 船體振動뿐만 아니라 軸系配置上 매우 重要한 意味를 갖는 推進器外力의 計算에는 다음과 같은 두가지 方法이 現在 研究되고 있다. 卽, 船尾의 不均一한 伴流中에서 作動하는 推進器의 外力計算은 準定常計算法과 非定常計算法으로 大別할 수 있다. 前者는 現在 比較的 널리 그 計算法이 普及되어 있으나 正確성에 있어 後者에 미치지 못한다. 後者는 前者에 比하여 計算이 훨씬 複雜하며 日本의 船舶研究所를 비롯하여 獨逸, 和蘭의 몇몇 研究所에서 理論적으로 比較的 正確하게 다룬 非定常揚力面理論에 의한 推進器起振力 計算프로그램을 開發하여 利用하고 있는 것으로 알려져 있다. 또한 이들의 計算結果는 準定常計算法에 比하여 滿足스러운 結果를 준다고 한다. 그러나 非定常計算이든 準定常計算이든 그 結果를 實測値와 比較한 例는 아직 많지 않으며 今後의 研究에 期待하는 바가 크다.

本 研究에서는 有限要素法에 의한 推進軸系의 強制橫振動計算프로그램을 開發하였으나 計算對象船船의 伴流分布에 관한 資料를 入手하지 못하여 強制橫振動의 實船計算을 行하지 못하였다. 今後, 船體推進專門家와의 共同研究에 의하여 推進器外力計算프로그램을 獨自의으로 開發할 必要가 있으며 同時에 이를 뒷받침하기 위한 水槽實驗과 實測을 통한 伴流分布研究가 緊要하다.

#### (2) 減衰力の 計算

現在까지 推進器의 軸틀레 振動과 縱振動의 減衰力에 관해서는 理論的 研究도 많고 實測値와의 對比도 比較的 많으나 橫振動에 관하여서는 強制減衰振動의 解析을 企圖한 例가 매우 드물기 때문에 앞으로의 研究에 期待하고 있는 形便이다.

筆者들이 推進軸 橫振動計算法을 開發하는 途

中에 入手한 몇가지 資料中 實用的 價値가 있는 것으로 생각되는 理論的 減衰力計算式을 紹介하면 다음과 같다.

Schuster<sup>24)</sup>와 Thomsen<sup>25)</sup>은 推進軸系의 軸둘레 振動과 縱振動에 대한 推進器의 減衰係數 理論式을 發表하고 있으며 이들에 관한 研究는 그 外에도 많다. 한편 Schwanecke<sup>27)</sup>는 各種 振動에 대한 推進器減衰係數 計算式을 發表하고 있는데 그 內容은 다음과 같다.

軸中心方向 振動:  $0.0925\pi\rho D^3\omega(F_a/F)$  (27)

軸中心둘레振動 :

$0.0231(\rho/\pi)\omega D^5(p/D)^2(F_a/F)$ .....(28)

軸中心直角方向振動:

$0.1536(\rho/\pi)\omega D^3(p/D)^2(F_a/F)$ .....(29)

軸中心直角둘레振動:

$0.0054\pi\rho\omega D^5(F_a/F)$  .....(30)

다만,

$\rho$ : 海水의 密度

$\omega$ : 推進器의 回轉角速度

$D$ : 推進器 直徑

$p$ : 推進器 피치

$F_a/F$ : 推進器 展開面積比

Hayamma<sup>10)</sup>는 上記 Schwanecke의 減衰係數 計算式에 대하여 附加水效果의 경우와 마찬가지로 軸둘레 振動과 縱振動은 Burrill-Robson<sup>26)</sup>이나 Thomsen<sup>25)</sup>의 修正係數로, 橫振動에 대하여

서는 Kumai<sup>28)</sup>等에 의한 修正係數로 三次元 修正을 行하는 것이 바람직하다고 말하고 있는데 이들 係數의 圖表나 式은 이미 附加水를 說明할 때 Fig. 3, Fig. 4 및 (18)式으로 言及한바 있다.

推進軸系 橫振動에 관한 그 外의 減衰力으로서는 各種베어링에서의 油膜減衰力과 軸內部히스테리시스減衰를 생각할 수 있다. 前者에 대하여서는 이미 油膜스프링定數를 說明할 때 言及한바 있으며 Fig. 5로서 提示하였다. 後者에 대하여서는 軸系의 軸中心둘레 또는 縱振動에 대한 것과 같은 方法으로 다루면 될것이다<sup>28)</sup>.

#### 4. 推進軸系 橫振動의 數值計算例

##### 4.1 推進軸系와 推進器의 尺寸

計算에 利用한 推進軸系와 推進器의 概要를 보이면 다음과 같다.

主機出力 및 回轉數: 3,800ps×230rpm

推進器의 型式과 數: 4翼 1体式 1個

推進器의 直徑과 피치: 315cm×232cm

推進器의 展開面積比: 0.650

推進器의 重量과 極慣性모멘트: 3,200kg×15,700kg·cm·sec<sup>2</sup>

船尾管베어링 型式: 海水潤滑 리그넘바이터  
Fig. 9는 推進軸系의 略圖이다.

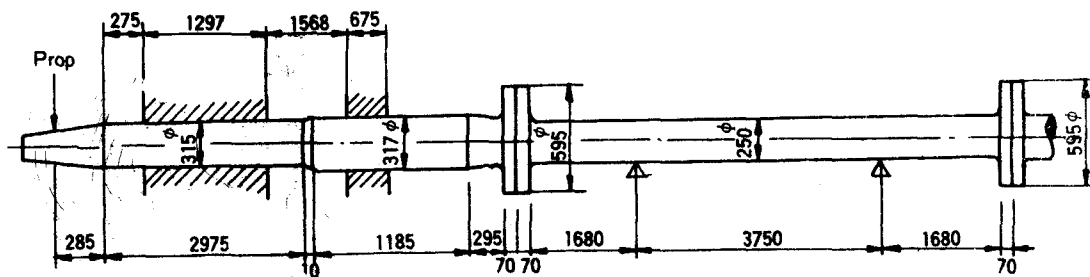


Fig. 9. Propulsion shaft skeleton diagram.

또한 이 軸系의 左右方向 基本翼數次 共振回轉數를 中間軸後部베어링에서 아스카니아式 攜帶用 變位振動計로 計測한 結果가 Fig. 10이다.

Fig. 10으로부터 推定하건대 共振回轉數는 大略 190~195rpm間에 있음을 알수있다.

##### 4.2 計算機入力值의 計算結果

###### (1) 軸系裝置의 尺寸와 計算機入力值

軸系는 推進器로 부터 推力베어링까지의 사이를 19分割하였으며 推進器와 커플링 및 플라이

mm × 10<sup>-1</sup>

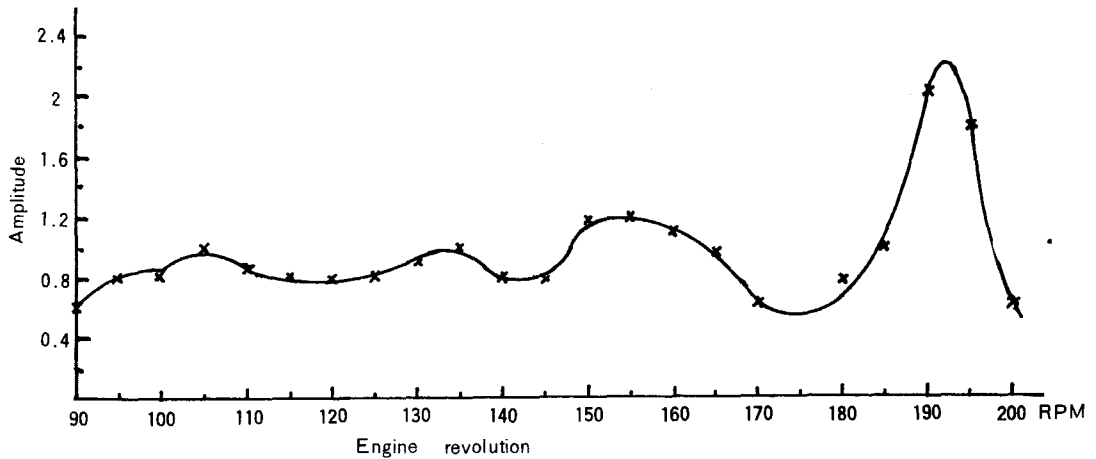


Fig. 10. Measured horizontal vibration amplitude of propulsion shaft.

휠은 外部集中質量으로 보고 別途 計算하여 計算機에 넣었다. 支持스프링은 船尾管 前後베어링, 中間軸 支持베어링 및 플라이휠과 스톱스트칼러 支持베어링까지 考慮하고 특히 船尾管 支持베어링에 대하여서는 回轉스프링까지 計

算하여 計算機入力値로서 다루었다.

다음 Table 1은 이와같은 集中質量 및 慣性모멘트의 값을, Table 2는 支持스프링定數의 값을 보여 준다.

Table 1. Mass and moment of inertia of the propulsion shaft

名 稱	質 量 (kg·cm <sup>-1</sup> ·sec <sup>2</sup> )	慣 性 모 멘 트 (kg·cm·sec <sup>2</sup> )	備 考
推 進 器	0.3802306 × 10 <sup>4</sup>	0.1983700 × 10 <sup>5</sup>	·附加水效果 16%와 150% 包含 ·推進器軸, 中間軸 및 推力軸 커플링은 모두 同一取扱 ·推力軸 1部 包含
커 플 링	0.2485883 × 10 <sup>0</sup>	0.6877480 × 10 <sup>2</sup>	
플 라 이 휠	0.8440350 × 10 <sup>0</sup>	0.3804000 × 10 <sup>4</sup>	

Table 2. Spring constant of supporting bearing of propulsion shaft

名 稱	直線스프링定數 (kg/cm)	回轉스프링定數 (cm·kg/rad)	備 考
船 尾 管 後 端	0.7004643 × 10 <sup>5</sup>	0.1032510 × 10 <sup>9</sup>	· Jasper의 式 利用 <sup>4)</sup>
船 尾 管 前 端	0.1483538 × 10 <sup>5</sup>	0.1041611 × 10 <sup>8</sup>	· Jasper의 式 利用 <sup>4)</sup>
中 間 軸 베 어 링	0.1000000 × 10 <sup>7</sup>	—	· 油膜의 스프링定數만 考慮
플라이휠支持베어링	0.1000000 × 10 <sup>7</sup>	—	· 油膜의 스프링定數만 考慮

上記表에 提示된 以外の 資料는 圖面에서 주어진 치수에 의하여 計算機가 計算하도록 프로그래밍하였다.

Fig. 11은 全体軸系 略圖를 보여주고 있다.

推進器의 附加水效果에 대하여서는 軸中心 直角方向振動에 있어 Thomsen의 方法에 의하면 約 16%, Schwaneck의 式에 의하면 約 12%(이것을 다시 Hayama의 意見에 따라 Kumai의 三



Table 3. Natural frequencies of the propulsion shaft

TRAINING SHIP HANBADA-BENDING VIBRATION IN HORIZONTAL MODE OF PROPULSION SHAFTING

NATURAL FREQUENCY 1	0.2111007F 09	0.1452930E 05	RAD/SEC	0.2312413F 04	CPS	3.1387448E 06	CPM
NATURAL FREQUENCY 2	0.1234298F 09	0.1110989F 05	RAD/SEC	0.1768196E 04	CPS	0.1060917E 06	CPM
NATURAL FREQUENCY 3	0.7923658E 08	0.8901492F 04	RAD/SEC	0.1416718F 04	CPS	0.8500306E 05	CPM
NATURAL FREQUENCY 4	0.7071816E 08	0.8404940E 04	RAD/SEC	0.1334400E 04	CPS	0.8030394E 05	CPM
NATURAL FREQUENCY 5	0.2262286E 08	0.4756348E 04	RAD/SEC	0.7569971E 03	CPS	0.4541982E 05	CPM
NATURAL FREQUENCY 6	0.1317620E 08	0.3629902E 04	RAD/SEC	0.5777175E 03	CPS	0.3466305E 05	CPM
NATURAL FREQUENCY 7	0.2584368F 08	0.5083664E 04	RAD/SEC	0.8090911F 03	CPS	0.4854546E 05	CPM
NATURAL FREQUENCY 8	0.8714448E 07	0.2952023E 04	RAD/SEC	0.4698296E 03	CPS	0.2818977E 05	CPM
NATURAL FREQUENCY 9	0.4898220E 07	0.2213191E 04	RAD/SEC	0.3522407E 03	CPS	0.2113444E 05	CPM
NATURAL FREQUENCY 10	0.5254497E 07	0.2292268E 04	RAD/SEC	0.3648259E 03	CPS	0.2188955E 05	CPM
NATURAL FREQUENCY 11	0.2758355E 07	0.1668830E 04	RAD/SEC	0.2643293E 03	CPS	0.1585976E 05	CPM
NATURAL FREQUENCY 12	0.1142148E 07	0.1068713E 04	RAD/SEC	0.1700912E 03	CPS	0.1020547E 05	CPM
NATURAL FREQUENCY 13	0.1023225E 07	0.1011545E 04	RAD/SEC	0.1609926E 03	CPS	0.9659555E 04	CPM
NATURAL FREQUENCY 14	0.1023014F 07	0.1011441E 04	RAD/SEC	0.1609761E 03	CPS	0.9658562E 04	CPM
NATURAL FREQUENCY 15	0.1023066E 07	0.1011467E 04	RAD/SEC	0.1609802E 03	CPS	0.9658809E 04	CPM
NATURAL FREQUENCY 16	0.888106E 06	0.9427671E 03	RAD/SEC	0.1390462F 03	CPS	0.9002770E 04	CPM
NATURAL FREQUENCY 17	0.1019416E 07	0.1009661E 04	RAD/SEC	0.1606927E 03	CPS	0.9641562E 04	CPM
NATURAL FREQUENCY 18	0.7487140E 06	0.8652827F 03	RAD/SEC	0.1377141F 03	CPS	0.8262844E 04	CPM
NATURAL FREQUENCY 19	0.7486849E 06	0.8652656F 03	RAD/SEC	0.1377114E 03	CPS	0.8262684E 04	CPM
NATURAL FREQUENCY 20	0.7486494F 06	0.8652451E 03	RAD/SEC	0.1377082E 03	CPS	0.8262488E 04	CPM
NATURAL FREQUENCY 21	0.3338889E 06	0.5778311E 03	RAD/SEC	0.9196477E 02	CPS	0.5517885E 04	CPM
NATURAL FREQUENCY 22	0.6609331E 06	0.8129757E 03	RAD/SEC	0.1293895E 03	CPS	0.7763371E 04	CPM
NATURAL FREQUENCY 23	0.2646709E 06	0.5144614E 03	RAD/SEC	0.8187917E 02	CPS	0.4912746E 04	CPM
NATURAL FREQUENCY 24	0.2211369E 06	0.4702517E 03	RAD/SEC	0.7488296E 02	CPS	0.4490574E 04	CPM
NATURAL FREQUENCY 25	0.2208269E 06	0.4699221E 03	RAD/SEC	0.7479050E 02	CPS	0.4484145E 04	CPM
NATURAL FREQUENCY 26	0.2205040E 06	0.4695784E 03	RAD/SEC	0.7473579E 02	CPS	0.448123E 04	CPM
NATURAL FREQUENCY 27	0.1838759E 06	0.4288074E 03	RAD/SEC	0.6824689E 02	CPS	0.4094819E 04	CPM
NATURAL FREQUENCY 28	0.1809988E 06	0.4254407E 03	RAD/SEC	0.6771106E 02	CPS	0.4062664E 04	CPM
NATURAL FREQUENCY 29	0.1772823E 06	0.4210488E 03	RAD/SEC	0.6701207E 02	CPS	0.4020724E 04	CPM
NATURAL FREQUENCY 30	0.1297334E 06	0.3602129E 03	RAD/SEC	0.3732971E 02	CPS	0.3439783E 04	CPM
NATURAL FREQUENCY 31	0.9114850E 05	0.3019080E 03	RAD/SEC	0.4805019E 02	CPS	0.2883011E 04	CPM
NATURAL FREQUENCY 32	0.8249012E 05	0.2872109E 03	RAD/SEC	0.4371109E 02	CPS	0.2742665E 04	CPM
NATURAL FREQUENCY 33	0.7436088E 05	0.2730583E 03	RAD/SEC	0.4345863E 02	CPS	0.2607518E 04	CPM
NATURAL FREQUENCY 34	0.6738394E 05	0.2595840E 03	RAD/SEC	0.4131412E 02	CPS	0.2478847E 04	CPM
NATURAL FREQUENCY 35	0.5570095E 05	0.2360104E 03	RAD/SEC	0.3736226E 02	CPS	0.2253735E 04	CPM
NATURAL FREQUENCY 36	0.3359262E 05	0.1832828E 03	RAD/SEC	0.2917039E 02	CPS	0.1750224E 04	CPM
NATURAL FREQUENCY 37	0.2788887E 05	0.1669995E 03	RAD/SEC	0.2637883E 02	CPS	0.1594729E 04	CPM
NATURAL FREQUENCY 38	0.2396172E 05	0.1534982E 03	RAD/SEC	0.2443001E 02	CPS	0.1465800E 04	CPM
NATURAL FREQUENCY 39	0.1681345E 05	0.1296666E 03	RAD/SEC	0.2063710E 02	CPS	0.1238226E 04	CPM
NATURAL FREQUENCY 40	0.6464331E 04	0.8040230E 02	RAD/SEC	0.1279644E 02	CPS	0.7677861E 03	CPM

次元修正係數로 修正하면 約 11%로 된다)가 되며 여기서는 Thomsen의 方法에 의한 結果를 利用하여 16%를 加算하였다. 軸中心直角돌레 振動에 대하여서는 Thomsen의 方法에 의하면 約 153%, Shwanecke의 式에 따르면 約 169% (이것을 다시 Hayama의 意見에 따라 Kumai의 三次元修正係數로 修正하면 105%로 된다)가 되며 Thomsen의 結果를 參考로 하여 150%를 加算하였다.

以上の 結果를 앞서 提示한 一定比率加算法과 比較하여 볼 때 大体로 使用範圍에 있음을 알 수 있다.

船尾管支持베어링 스프링定數에 대하여서는 (22)式과 (23)式을 適用하여 計算하였으며 類似 船舶에서 推定된 값과 比較하여 大体로 無難한 값이었기 때문에 그대로 利用하였다.

中間軸베어링과 플라이휠-스러스트칼러間 베어링의 스프링定數에 대하여서는 베어링의 길이

가 軸徑에 比하여 짧기 때문에 直線스프링定數만을 推定하였으며 베어링臺의 剛性은 매우 높다고 보고 油膜탄으로 決定하였다.

(2) 計算結果

計算機容量關係로 영향이 작은 커풀링의 慣性 모멘트는 入力資料에서 省略하였다.

Table 3은 固有振動數를 보여주고 있으며 Table 4는 그중 固有振動數가 낮은 數個의 振動에 대한 比振幅을 보인 것이다.

또한 Fig. 12는 이들 比振幅中 가장 낮은 2個의 固有振動數에 대한 比振幅曲線을 보여주고 있다.

앞서 보인 實測値와 計算에 의한 基本翼數次 共振回轉數는 각각 192rpm으로서 좋은 一致를 보여 주고 있다. 다만, 實測値는 運動中の 값이며 計算値는 靜止狀態에 대한 값이므로 實際에 있어서는 약간 差異가 있을 것으로 생각되나 軸系의 回轉數가 200rpm程度이기 때문에 問題가



Table 4. Relative amplitudes of the horizontal vibration

NO. 35 VIBRATION MODE				
1.0000000	0.0800946	5.5465517	0.0278369	6.1052828
-0.0140128	0.8379356	-0.0598951	-2.7813683	-0.0600068
-6.1045837	-0.0501355	-7.6859550	-0.0372556	-0.1959645
0.1112802	0.2018874	-0.0553032	-0.5932792	0.0339135
-0.1120890	-0.0463452	-0.0555074	0.0239284	0.2658980
-0.0146472	0.0493269	0.0199601	0.0357421	-0.0105773
-0.1382077	0.0063942	-0.0236900	-0.0085917	-0.0134913
0.0051790	0.1266618	-0.0027264	0.0121376	-0.0029776
NO. 36 VIBRATION MODE				
1.0000000	0.0869522	6.9352207	0.0523986	10.1213531
0.0201772	8.5634956	-0.0420060	5.5792198	-0.05688916
1.9633350	-0.0631499	-0.3058335	-0.0621532	0.8618896
0.1199279	-1.7611771	-0.4128529	-52.3279266	-0.0107628
-2.6004502	0.4339111	3.5630178	0.3719511	68.5487823
0.1040466	2.5215368	-0.7331141	-3.2934313	-0.1150045
-44.9486389	-0.1368843	-0.9737459	0.6064407	1.0959015
-0.2088749	-4.4825039	0.0954941	-0.3099954	0.1021776
NO. 37 VIBRATION MODE				
1.0000000	0.0745882	6.3294268	0.0504501	9.7454519
0.0272323	9.8043814	-0.0255982	7.7987366	-0.0408109
3.0654383	-0.0500932	3.1994314	-0.0530251	0.8131557
0.0694039	-1.6797628	-0.3409138	-48.7496796	-0.0464361
-1.2649574	0.5081353	0.8992782	-0.1648976	-4.7251968
0.0859427	-0.9499719	-0.0799184	1.6595488	0.3447544
48.8593750	0.0453760	1.2870893	-0.5062577	-0.9215997
0.1569545	3.2642231	-0.0693685	0.3855857	-0.0738378
NO. 38 VIBRATION MODE				
1.0000000	0.0587110	5.3444443	0.0432515	8.4867802
0.0281656	9.5329151	-0.0121202	8.4003820	-0.0253055
6.5914297	-0.0349318	5.2371778	-0.0399097	0.5995429
0.0216332	-1.1734428	-0.2114820	-33.1341553	-0.0481596
-0.1915577	0.3972945	-1.0653143	-0.4200079	-51.7068634
-0.0311275	-0.9303396	0.5315412	-0.3079960	-0.3727409
-38.7879791	0.0048645	-1.1024590	0.3420546	0.6241777
-0.0985611	-2.0027266	0.0424824	-0.2430443	0.0450424
NO. 39 VIBRATION MODE				
1.0000000	0.0283695	3.2262621	0.0240673	5.1692266
0.0200573	6.6731920	0.0025572	6.6073437	-0.0046063
6.1339493	-0.0113101	5.6353264	-0.0163102	0.1407096
-0.0330072	-0.0292355	0.0136161	1.0897293	-0.0012158
0.0301968	-0.0081603	-0.0072649	0.0033781	0.2699867
-0.0030035	0.0075209	-0.0020169	-0.0019001	0.0008183
0.0638170	-0.0000810	0.0019393	-0.0004571	-0.0008340
0.0001186	0.0023266	-0.0000492	0.0002938	-0.0000319
NO. 40 VIBRATION MODE				
1.0000000	-0.0061633	0.5144718	-0.0048729	0.1649945
-0.0033137	-0.1044735	-0.0010964	-0.1522767	-0.0005238
-0.1699863	-0.0000955	-0.1683034	0.0001740	-0.0066099
0.0009870	0.0014131	-0.0002786	-0.0166553	0.0000392
-0.0005187	0.0000940	0.0001354	-0.0000268	-0.0016022
0.0000338	-0.0000499	0.0000090	0.0000130	-0.0000026
-0.0001533	0.0000004	-0.0000049	0.0000009	0.0000016
-0.0000002	-0.0000036	0.0000000	-0.0000005	0.0000000

實船軸에 관한 實測値와 本方法에 의한 計算値를 比較하여 본 結果가 良好한 一致를 보이고 있으며 本計算方法의 有効性을 立證하고 있다.

本 研究에서는 計算對象船舶 推進器의 模型試驗結果를 入手하지 못하여 起振力에 대한 資料를 準備할 수 없었고 그 結果 強制振動計算을 행하지 못하였으나 本研究에서 提示한 方法으로 구한 自由振動方程式에 強制項과 減衰項을 附加하여 強制減衰振動方程式을 쓰고 이들을 機械的 임피던스法이나 基準座標系로 變換하는 方法으로 풀 수 있다.

또한 強制振動의 應答을 利用하여 軸系 各支持部의 振幅이 구하여 지고 이들 振幅에 그 點의 스프링 定數를 곱함으로써 支持點을 통하여 船체에 傳達되는 外力을 計算하는 것이 可能하다. 그리고 이와같은 外力은 결국 船체振動의 起振力이 되므로 推進軸系 橫振動解析問題는 船체振動解析을 遂行하는데 있어 先決課題가 된다.

參 考 文 獻

1. Panagopulos E., "Design Stage Calculations of Torsional, Axial and Lateral Vibrations of Marine Shafting", SNAME, Vol. 58, 1950, pp. 329 ~384.
2. Jasper N. H. and Rupp L. A., "An Experimental and Theoretical Investigation of Propeller Shaft Failures", SNAME, Vol. 60, 1952, pp. 314~381.
3. Jasper N. H., "A Theoretical Approach to the Problem of Critical Whirling Speeds of Shaft-Disk Systems", DTMB Report 827, 1954/12.
4. Jasper N. H., "A Design Approach to the Problem of Critical Whirling Speeds of Shaft-Disk Systems", DTMB Report 890, 1954/12.

될만한 差異는 豫想되지 않는다.

5. 結 論

本 研究에서는 종래에 많이 利用하던 近似計算法이나 最近에 널리 利用하고 있는 傳達매트릭스法대신에 有限要素法에 의하여 推進軸系의 橫振動을 計算하는 理論式과 이에 대한 電算프로그램을 開發하였다. 특히 本計算에 利用한 有限要素法은 앞서 推進軸系의 最適配置의 計算을 위하여 開發한 結果를 轉用한데 意義가 있다.

5. Rayleigh J. W. S., "The Theory of Sound", 1st edition 1877, Dover Publication, Vol. I and Vol. II
6. Dunkerley S., "Whirling and Vibration of Shafts", Trans. Roy. Soc. 185A, 1894.
7. Prohl M. A., "A General Method for Calculating Critical Speeds of Rotors", Journal of Applied Mechanics, Vol. 67, 1945.
8. Pestel E. C. and Leckie F. A., "Matrix Methods in Elastomechanic", McGraw-Hill Book Co., New York, 1963.
9. Fernlund I., "Critical Speeds of a Shaft with Thin Disks", Scandinavian University Books, 1962.
10. 葉山眞治, "推進軸系の横振動," 日本船舶機關學會, 第12卷 第3號, 1977.
11. Larson O. C., "Computer Program Specifications NV 505 Whirling Frequencies of Shaft Systems", Det Norske Veritas, Research Department Report, 67-14-M, 1967.
12. Vassilopoulos L. and Bradshaw R., "Coupled Transverse Shaft Vibrations of Modern Ships", ISP, Vol. 21, No. 239, 1974, pp. 193~219.
13. Saitoh T. and et al., "Whirling of Propeller Shaftings", Journal of MESJ, Vol. 13, No. 12, 1978, pp. 903~917.
14. Koike H. and et al., "Evaluation of Lateral Vibration in Marine Shaft Systems", Journal of MESJ, Vol. 11, No. 5, 1976, pp. 376~384.
15. Ohtaka K., and Nakamura T., "On the Forced Response of Propeller Shaft", Journal of MESJ, Vol. 11, No. 5, 1976, pp. 385~391.
16. Hori Y. and et al., "Lateral Vibrations of Propeller Shaft Systems", Journal of MESJ, Vol. 13, No. 4, 1978, pp. 307~312.
17. 戸川隼人, "有限要素法による振動解析", サイエンス社, 日本, 東京, 1975.
18. Przemieniecki J. S., "Theory of Structure Analysis", McGraw-Hill Inc. New York, 1968.
19. Rubinstein M. F., "Structural Systems-Statics, Dynamics and Stability", Prentice-Hall Inc., New Jersey, 1970.
20. Hyalarides S., "Transverse Vibrations of Ship's Propulsion Systems", ISP, Vol. 22, No. 252, 1975.
21. Jeon H. and Tsuda K., "Theoretical Analysis of Coupled Torsional-Axial Undamped Vibration of Marine Diesel Engine Shafting", Japan Shipbuilding & Marine Engineering, Vol. 4, No. 5, 1969.
22. 全孝重, 朴進吉, 崔在星, "有限要素法에 의한 船用機關軸系裝置의 最適配置에 관한 研究", 韓國船舶機關學會誌, 第2卷 第1號, 1978, pp. 3~14.
23. 全孝重, "船用往復内燃機關軸系縱ねじり連成強制振動の理論的解析", 日本船舶機關學會誌, 第5卷第 3號, 1970.
24. Schuster S., "Über den Einfluß des Propellers und die Längs- und Drehschwingungen in der Wellenleitung", Schiff und Hafen, Jahrgang 13, Heft 6, 1961, S. 498.
25. Thomsen P., "Dynamische Modellmessungen bei Propellerschwingungen", Schiff und Hafen, Jahrgang 13, Heft 2., 1961, S. 89.
26. Burrill L. C., and Robson W., "Virtual Mass and Moment of Inertia of Propellers", Trans. of NEC Inst. ES., Vol. 78-Part 6, 1962, pp. 325~350.
27. Schwanecke H., "Gedanken zur Frage der hydrodynamischerregten Schwingungen des Propellers und der Wellenleitung", STG-Jahrbuch, Bd. 57, 1963, S. 252.
28. 熊井, 原田, 南, 西部造船協會報, No. 50, 1975, pp. 161~171.
29. Bradshaw R. T., "The Optimum Alignment of Marine Shafting", SNAME, 1973.
30. 船川, 多々良, "ジャーナル軸受でささえられた弾性軸の安定限界", 日本機械學會論文集, 第30卷 第218號, pp. 1238~1244.
31. 中川榮一, 青木弘, "ジャーナル軸受で支持された回轉軸系の振動", 潤滑, 第13卷 第3號, 1968. pp. 117~125.
32. 梁承一外3人, "伴流分布에 의한 프로펠러 起振力의 解析法에 관한 研究", 韓國船舶研究所 研究報告書, UCE36-53, 79, 1979, 3.