危險에 關한 理論的 硏究

——體系的 危險을 中心으로——

(A Theoretical Study on Risk)

——focused on systematic risk——

金　元　基*

〈Abstract〉

The purpose of this study is theoretical research on risk. The research is focused on systematic risk.

Chapter I is objective of this study, Chapter II includes definition and measurement of risk. Chapter III introduces attititudes toward risk and classification of risk. Chapter IV discusses Portfolio theory, Capital market line and Shape and Lintner model

The objective of firm is assumed to maximize its value. In a world of uncertainty, value is not determined by earnings alone, the degree of risk involved with the streams of earnings. Financial manager has to consider the risk in order to maximize the value of firm. Total risk can be classified into two parts: Systematicrisk and unststematic risk by Sharpe. Systematic risk is important because investors can't diversify it.

Blume and Jensen measured β and they testified that the β is stationary over the time For further study, Korean stock mark has to take emperical study about β and its stationarity.

1. 本論文의 目的

財務管理는 이제까지 學問的으로 理論을 展開하는데 있어서나, 또 實際 經營을 擔當하는 사람들의 立場에서나 利潤極大(profit maximization)가 그 目標로 되어 왔다. 그러나 企業의 利潤極大의 目標는 과거 수십년간 공격의 對象이 되었다[1].

이 利潤極大化 目標에 대해서 솔로몬(E.Solomon)은 그 妥當性을 不定하고 있다. 즉, 利潤極大는 애매모호한 槪念이며, 서로 다른 時點에서 發生하는 投資로 인한 利點을 分析하기 어려우며, 未來 現金흐름의 質的인 評價를 無視하고 있다[2].

現代企業財務의 目標는 企業側面에서 보면 企業價値의 極大(maximization of the value of a firm), 個人 投資者의 立場에서 보면 株主 富의 極大(maximization of stockholder's wealth)에 두고 있다.

企業價値의 極大나 株主 富의 極大를 達成하기 위해서는 單純히 利益을 極大化시키는 것만으로는 不充分하다. 不確實性下에서의 企業의 價値는 未來에 發生할 收益과 그 收益에 內包된 危險(risk)과 直接的으로 關係가 있으므로 財務管理者는 投資財務決定이 投資者의 期待에 미치는 影響을 認識하여 意思決定에 있어서 收益 뿐만 아니라, 危險도 考慮하여야 한다. 또한 個人 投資者들도 投資決定을 내릴 때는 이와같이 選擇하고자 하는 株式의 未來收益 뿐만 아니라 그 收益에 포함된 危險도 동시에 고려하여 株式을 취사선택해야 한다.

---

* 啓明大 經商大 經營學科 專任講師

1) 朴廷寔, 現代財務管理, 法文社, 1977, p. 15

2) E.Solomon, The Theory of Financial Management, New York, Columbia University Press, 1963, pp. 15～20.

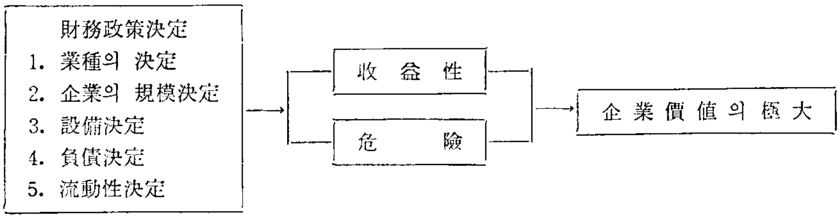


그림 1

J.F. Weston 과 E.F. Brigham 은 企業財務管理의 目標인 富의 極大化와 收益性 및 危險간의 關係를다음과 같은 그림으로 나타내고 있다[3].

위의 그림에서 알 수 있는 바와 같이 財務管理의 目標인 企業價値의 極大化를 達成하기 위하여서는 收益性에 대한 硏究도 重要하지만 危險에 대한 規命이 없이는 所期의 目標를 달성할 수 없다. 本 硏究에서는 이와 같은 危險에 대한 理論的 考察을 하고자 한다.

2. 危險의 定義와 測定

2·1 危險(risk)

社會가 停滯되어 있지 않고 急激히 變化함에 따라서 危險이나 不確實性이 介在되므로 企業의 意思決定者는 勿論 投資者도 이러한 危險이나 不確實性下에서 意思決定을 내려야 한다. 그러므로 學者에 따라서는 企業의 利益을 企業人이나 意思決定者가 이러한 危險이나 不確實性에 대해서 받는 報償(reward)이라고 定義를 한다[4]. 이는 投資決定의 경우에도 同一하다.

危險이 어떤 意味를 가지고 있는냐하는 點은 어느 程度 막연하나, 理論的인 面에서 보면 危險은 未來에 대한 豫測의 不完全性에서 오는 것으로 不確實性에서 起因한다고 할 수 있다. 一般的으로 한 企業의 財務管理者나 投資決定者는 未來의 投資結果를 完全하게 豫測할 수 있다면 危險과 不確實性이 介在될 아무런 理由가 없는 것이다[5].

그러나 經濟社會가 完全히 停滯된 社會가 아니라 急變하는 社會이므로 投資를 위하여는 未來의 動的인 經濟變化를 豫測하여야 하기 때문에 經營者들이나 投資者들은 이와같은 危險을 느끼면서 投資決定을 하게 된다[6].

危險이란 一般的으로 그 資産으로부터 未來에 發生可能한 收益이나 現金흐름의 分散程度(variability of possible returns emanating from the project)로 定義하고 있다[7]. 資産 또는 投資案은 未來期待收益의 分散程度가 크면 클수록 危險度는 높으며 分散程度가 작을수록 危險度는 낮아진다.

2·2 危險과 意思決定

學者들 사이에는 대체로 未來에 나타나리라고 豫想되는 狀況(states of nature)과 그 狀況에 대한 可能性 즉 確率分布의 確實性 程度에 따라 意思決定의 區分을 다음과 같이 하고 있다[8].

가) 確實性下의 意思決定(decision marking under certainty)

確實性이란 未來에 發生할 어떤 狀況을 明確하게 알 수 있는 狀況을 말하는 것으로서 意思決定을 위한 複雜한 分析이 必要없는 것이다.

나) 危險下의 意思決定(decision making under risk)

危險이란 것은 未來에 發生 可能한 狀況(outcomes or states of nature)에 대한 豫測을 할 수 있으며, 그 可能한 狀況 發生의 客觀的인 確率分布를 알고있는 狀態를 말하는 것이다. 客觀的인 確率(objective probability)은 先驗的인 確率이나, 統計的이고 經驗的인 確率도 될 수 있는 것이다.

다) 不確實性下의 意思決定(decision making under uncertainty)

不確實性(uncertainty)은 未來 發生 可能한 狀況에 대한 客觀的인 確率은 알지 못하고 主觀的 確率(subjective probability)을 算定하여 이용할 수 있는 狀況을 뜻한다. 이 主觀的인 確率은 意思決定者의 主觀이나 直觀에 의해서 추측된 것으로 客觀的인 證明은 할 수 없는 것이다. 大部分의 投資收益率의 確率分布와 이에 關聯된 統計는 時間의 經過에 따라 크게 變하고 있지 않고 있으므로 客觀的 確率分布는 거의 항상 主觀的 確率分布의 作成에 影響을 미치며 또한 未來에 대한 測定値가 되는 것이다.

---

3) J.F. Weston and E.F. Brigham, Essentials of Managerial Finance, 3rd ed., Hinsdale, Illinois, The Dryden Press, 1974, p. 5.
4) 池淸, 外國人直接投資論, 서울, 高大出版部 1975, p. 87
5) 池淸, 前揭書, p. 87.
6) 朴廷寔, 前揭書, p. 225.
7) James C. Van Horne, Financial Management aod Policy, 2nd ed, Eng ewood Cliffs N.J, Prentice-Hall Inc, 1971, p. 1231
8) 朴廷寔, 前揭書 p. 225.

이와같이 危險과 不確實性은 嚴格한 意味에서는 區別이 되지만 一般的으로는 區別하지 않고 같은 뜻으로 使用한다.

2·3 危險과 確率分布

危險 또는 不確實性의 程度는 未來의 發生可能한 結果에 관해서 意思決定者가 가지고 있는 確率分布 (probability distribution)에 의해 測定이 可能하다. 이러한 未來收益의 確率分布를 直接 分析하여 危險을 考慮하고, 効用概念을 導入하여 分析하는 方法이 投資決定이나 포트폴리오分析에서 가장 많이 利用되는 것이다.

危險의 測定에 있어서 Markowitz는 分散(variance)를 利用하였으며, Sharpe, Lintner, Hirschleifer 등은 標準偏差를 利用하였다. 未來收益의 確率分布의 分散程度를 計量的으로 測定하는 方法에는 標準偏差 分散, 平均偏差 등이 있으나, 이 중에서 標準偏差를 가장 많이 使用하고 있다[9].

投資에 따른 未來收益을 알고 있다고 하고, 또 各各의 期待收益이 일어날 確率을 알고 있다고 하면, 이것으로 부터 投資에 대한 期待收益의 確率分布을 알 수 있고 그림 2와 같은 期待收益의 確率分布를 그릴 수 있다.

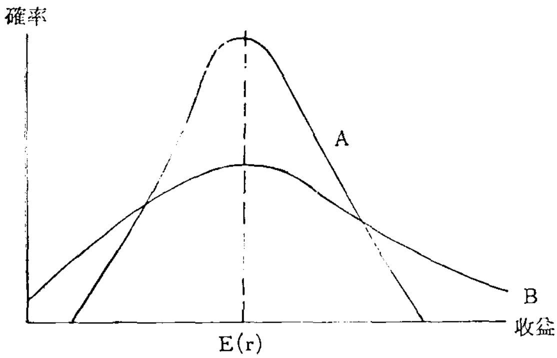


그림 2 期待收益의 確率分布

<圖表 2>에서 알 수 있는 바와 같이 A投資가 B投資보다는 收益의 變化幅이 적다는 것을 알 수 있다. 즉 A投資와 B投資는 各各 期待收益率은 同一하지만 A投資가 B投資보다 收益의 變幅이 적기 때문에 A投資가 B投資보다 훨씬 安全하다는 것을 直感的으로 느낄 수 있다. 이것은 確率分布의 分散程度 (dispersion)가 클수록 危險의 程度가 많은 것을 意味한다[10].

2·4 危險의 計量的 測定

危險의 程度를 알기 위해서는 確率分布의 分散程度(dispersion)의 크기로 알 수 있다고 하였다. 앞에서 危險에 대한 收益率의 確率分布를 알고 있다고 假定하였으므로 이 確率分布에 대해서 分散(variance)를 구할 수 있다.

$$\mathrm{Var}(R)=\sum_{i=1}^{n}P_i[R_i-E(R)]^2 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (1)$$

$R_i=i$ 번째의 收益率
$P_i=i$ 번째의 收益率이 일어날 確率
$E(R)=$期待收益率

(1)式의 $R_i-E(R)$은 收益의 變化幅을 意味하고 있으므로 分散은 險險의 計量的 代用物로 사용될때 危險의 定義에 부합된다. 確率分布의 分散과 標準偏差 (standard deviation)과의 關係는

$$\sigma_{(R)}=\sqrt{\mathrm{Var}_{(R)}}=\sqrt{\sum_{i=1}^{n}P_i[R_i-E_{(R)}]^2} \cdots\cdots\cdots (2)$$

이므로 分散과 같이 標準偏差도 危險의 計量的 代用物로 使用할 수 있다.

만일 各各 다른 收益의 確率分布를 갖고 있는 2個의 投資를 한다면, 이 2個의 投資에 대한 危險은 마찬가지로 期待收益의 分散 내지 標準偏差로 測定할 수 있다. 즉, A投資와 B投資가 있다고 하면 各各 期待收益은 $E_{(RA)}$와 $E_{(RB)}$이다. 이들 2個의 投資를 個別的으로 投資한다고 하고 各各의 投資에 대해서 收益의 確率分布를 알고 있다고 가정하고 危險을 測定하기 위하여 各各의 標準偏差를 구하면 $\sigma_{(RA)}$와 $\sigma_{(RB)}$이다.

2個의 投資로 부터의 收益은

$$E(R_A+R_B)=E(R_A)+E(R_B) \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3)$$

이다.

또한 分散은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned}\mathrm{Var}(R_A+R_B)&=\sum_{i=1}^{n}P_i[(R_{Ai}+B_{Bi})-E(R_A+R_B)]^2\\&=\sum_{i=1}^{n}P_i[\{R_{Ai}-E(R_A)\}+\{R_{Bi}-E(R_B)\}]^2\\&=\sum_{i=1}^{n}P_i\{R_{Ai}-E(R_A)\}^2+\{R_{Bi}-E(R_B)\}^2\\&\quad+2\{R_{Ai}-E(R_A)\}\cdot\{R_{Bi}-E(R_B)\}\\&=\mathrm{Var}(R_A)+\mathrm{Var}(R_B)+2\mathrm{Cov}(R_A\cdot R_B)\\&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (4)\end{aligned}$$

(4)式에서 부터 投資가 復數로 행하여 진다면 各各 投資의 分散과 投資間의 共分散을 合한다는 것을 알 수 있다. 따라서 分散과 아울러 共分散도 危險의 計量的 代用物이 될 수 있다.

危險의 要素를 標準偏差나 分散에 의해서 測定할 때는 未來收益의 흐름이 正規分布(normal distribu-

9) J.Hirschleifer, Efficient allocation of Capital in an certain world, The American Economic Review, 1964, pp. 77~85.
10) 朴廷寔, 前揭書, p. 229.

tion)를 이룬다는 假定下에서이다. 그러나 實際에 있어서는 그렇지 않기 때문에 많은 批判을 받고 있다. 즉 標準偏差나 分散의 平均値인 投資期待價値를 중심으로 收益흐름이 어떤 形態를 갖고 있느냐 하는 期待收益의 質的인 問題 즉, 範圍(range), 자주수(mode), 尖度(Kurtosis), 및 非對稱度(skewness) 등을 考慮하고 있지 않으며 標準偏差나 分散을 利用하여 危險을 어느정도 客觀的으로 評價할 수 있느냐 하는 問題들이 많이 提起되고 있다[11]. 그러나 標準偏差로서 投資危險을 測定하는데는 어려움이 있으나, 대체로 投資案의 收益率의 分布는 完全히 對稱은 아니더라도 對稱에서 크게 벗어나는 例는 적기 때문에 標準偏差를 危險의 測定方法으로 받아들이고 있다[12].

또한 期待收益이 서로 다르고 分散度가 다를 때는 收益의 分散度를 分散係數(coefficient of variation)로써 서로 比較한다[13].

$$\text{分散係數} = \frac{\text{標準偏差}}{\text{期待値}} = \frac{\sigma}{E_{(x)}}$$

3. 危驗에 대한 態度와 分類

3・1 危險에 대한 態度類型

企業이 어떤 投資案에 대하여 分析을 할 때나 投資者가 投資를 한 때는 單純히 그 投資案의 收益性에만 依存하여 意思決定을 할 수 있는 것이 아니라 그 投資를 決定하므로써 發生하는 危險度(risk)에 대해서 考慮하여 意思決定을 내려야 한다[14].

測定된 危險에 대해서 意思決定者들이 가지는 危險에 대한 態度(attitude toward risk)에 따라서 대체로 다음과 같은 세가지 類型으로 나눌 수 있다.

가. 危險回避型(risk averter)

危險을 擇하기를 싫어하고 危險에 대한 報償(reward)이 더 많이 있을 境遇에만 危險을 擇하는 合理的 理性的인 人間型이다.

그림 3-a에서 보는바와 같이 危險이 높을수록 危險에 대한 待收益率이 높으며, 危險의 增加率보다 報償의 增加率이 높은 것이 普通이다. 特히 Tobin은 危險回避型을 다시 分散投資型(diversifier)과 賭博期(plunger)으로 區分하고 있다[15]. 그림 3-b에서와 같이 分散投資型의 無差別曲線(concave upward으로 나타나며 賭博型의 無差別曲線은 凹型의 上向曲線(convex upward) 또는 直線으로 나타났다.

나. 危險選好型(risk seeker or lover)

危險을 擇하므로써 만족감을 느끼기 때문에 그 危險에 대한 報償이 적어도 좋다고 느끼는 型이다.

다. 危險中立型 또는 危險無視型(risk neutral or ignorer) 危險의 增加와 報償과는 關係없이 위험이 많건 적던間에 一定한 期待收益率을 바라고 있는 型으로 合理的 理性的 人間型으로 볼 수 없다. 이 型의 無差別曲線은 그림 3-d와 같이 縱軸과 平行인 直線으로 表示된다.

이 세가지 類型中에서 危險選好型과 危險無視型을 除外하고 危險回避型이 合理的 理性的 人間型이므로 이를 前提로 하여 一般的인 投資決定理論이 뒷받침

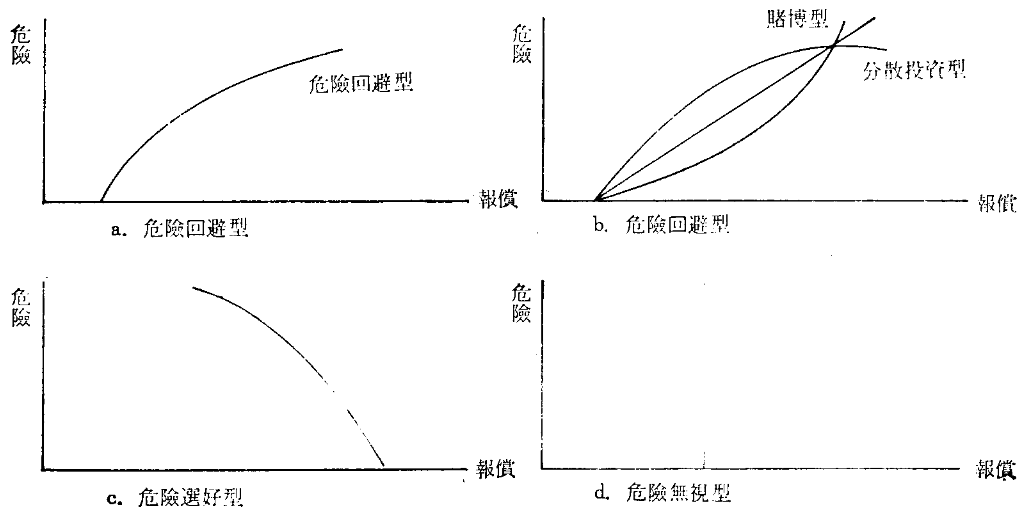


그림 3 危險에 대한 態度의 諸類型

된다. 그러나 投資決定은 投資者의 個人的 特性에따라 危險回避의 性向, 즉 危險에 대한 態度에 미치는 영향이 서로 다르며 多樣性을 띄기때문에 이를 理論的으로 把握하는데 本硏究의 意義가 있는 것이다.

---

11) 池清, 前揭書, pp. 94~95.
12) 朴廷寔, 前揭書, p. 233.
13) 朴廷寔, 前揭書, p. 231.
14) 朴廷寔, 前揭書 p. 223.
15) Tobin, "Liquidity Preference", The Review of Economic Studies, Feb., 1958, pp. 65~86.

3・2 經營危險과 財務危險

어떤 企業이 가지고 있는 危險을 크게 經營危險(business risk or operating risk)과 財務危險(financial risk)으로 區分할 수 있다. Philippatos는 危險의 構成要素로써 ① 長短期 意思決定에서 經濟的 母數(economic parameter)의 豫測可能性 ② 國內外의 政治的 要因, ③ 環境과 그 環境에 의한 制約性에 대해 意思決定者가 느끼는 知覺등의 세가지를 들고 있다[16].

이 중에서도 특히 財務管理 分野에서 觀心의 對象이 되는 첫째번의 危險인 經濟的 母數의 豫測可能性으로 因한 危險을 다시 市場(marketplace)에 의한 危險과 效用函數에 의한 危險으로 나누고 또 市場에 의한 危險을 經營危險, 財務危險, 포트폴리오 危險으로 分類하였다. Van Horne, Solomon 등 많은 學者들은 危險을 普通 經營危險과 財務危險으로 나누고 있으며 外國人 投資의 경우에는 海外投資危險을 더 붙이고 있다[17].

經營危險은 企業이 가지고 있는 固有한 性格때문에 投資者의 富를 위협하는 것을 뜻하며[18] 企業이 經營活動에 關한 危險으로써 營業利益의 分散可能度(Varialility of operating income)을 뜻한다. 經營危險이 企業의 投資決定에 의하여 決定되는 반면 財務危險은 資本調達의 結果로 나타난 資本構造에 의해 決定되는 危險이다.

앞에서 說明한 財務危險은 正常的인 營業活動에 必要한 資本調達方法에 의해서 投資者의 富를 위협하는 危險을 意味한다.

3・3 非體系的 危險과 體系的 危險

證券資産을 保有할 경우 負擔하는 總危險(total risk)은 非體系的 危險(unsystematic risk)와 體系的 危險(systematic risk)으로 區分된다[19].

非體系的 危險은 一定企業이나 産業에 獨特한 危險部分으로 非體系的인 變數의 部分은 企業에 따라 相異하며 一企業이나 몇개 企業에 영향을 미치는 要因들에 의해서 誘發되므로 이것은 各 企業別로 豫測되어야 한다.

體系的 危險은 GNP, 市場指數(market index) 등 全體市場(overall market)에 變化에 따라 各 企業의 株價가 變化하는 程度, 즉 個別企業의 株價가 나타내는 反應의 敏感度를 意味한다.

市場指數와 個別企業의 株價를 대응시킬 때 그을 수 있는 回歸線(regression line)의 기울기 β로써 體系的 危險을 나타낸다.

기울기 β는 企業 또는 産業의 特性에 따라서 그 크기가 달리 나타나는데 β가 크면 클수록 市場의 變化

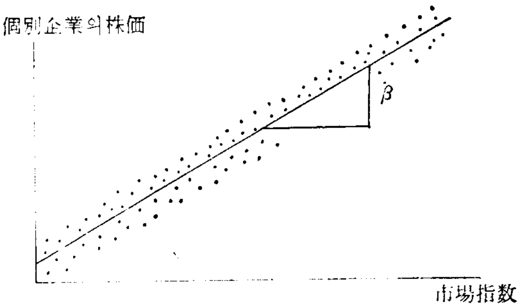


그림 4

에 대해 個別企業의 株價가 더욱 더 민감하게 反應을 나타내어 株價의 變動이 심하다는 것을 뜻한다.

β는 證券特性線의 기울기를 나타내는 것으로, $\beta=1$인 경우 그 株式의 超過利益은 市場포트폴리오의 超過利益과 비례적으로 변동한다는 것을 의미한다. 또한 $\beta>1$인 경우는 어떤 證券의 超過利益이 市場포트폴리오의 超過利益보다 많은 變動을 하게 되며, 따라서 市場全體보다 큰 回避不能危險(非體系的危險)을 갖는 攻擊的 投資를 뜻한다. 반대로 $\beta<1$인 株式은 市場全體보다 적은 回避不能險險은 갖기 때문에 防禦的 投資가 된다.

이와같이 β는 어떤 株式의 超過利益의 變動 가운데서 市場포트폴리오의 超過利益의 變動에 起因하는 부분을 나타내므로 分散投資에 의하여 回避可能한 危險이기 때문에 分散不能危險(mondiversifiable risk)이라고 부른다[20].

一般的으로 포트폴리오를 구성하는 證券의 數가 크면 클수록, 즉 分散投資가 보다 많이 행하여지면 행

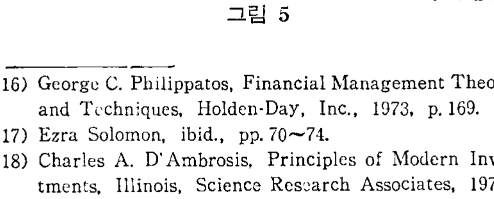


그림 5

16) George C. Philippatos, Financial Management Theory and Techniques, Holden-Day, Inc., 1973, p. 169.
17) Ezra Solomon, ibid., pp. 70~74.
18) Charles A. D'Ambrosis, Principles of Modern Investments, Illinois, Science Research Associates, 1976, pp. 173~181.
19) 沈炳求, 李正圭共著, 投資論, 서울, 博英社, 1974.
20) Charles A. D'Ambrosin, Principles of Modern Investments, Scence Research Associates, Inc, Illinois, 1976, p. 291. pp. 182~187.

하여 질수록, 포트폴리오의 非體系的 危險은 보다적어진다.

株式의 數가 많이 모인 포트폴리오일수록 그 포트폴리오가 갖는 全體危險 중에서 體系的危險의 비율이 커지며 非體系的危險이 줄어들게 된다. 우리나라의 경우 3個의 株式으로 구성된 포트폴리오는 個別株式의 非體係的 危險의 67% 감소되며[21] 10個의 株式 포트폴리오는 80%가, 20個의 株式의 포트폴리오는 90%가감소되었다[22].

4. 體系體危險의 理論, 背景

4・1 포트폴리오 理論

포트폴리오理論은 株式과 社債와 같은 財務資産(financial assets)을 통하여 發展되었기 때문에 論議를 이러한 質産이 국한시킨다. 그러나 財務資産에 대한 포트폴리오理論이 實物資産(physical assets)에 擴張되고 있으며 확실히 資本豫算(capitrl budgeting)에 그 概念의 關聯性을 갖는다[23].

1) 포트폴리오의 期待收益과 危險

(1) 포트폴리오의 期待收益은 個別資産의 期待收益의 單純平均이다.

$$E_{(rp)}=\sum_{i=1}^{n} W_i E_{(ri)} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (1)$$

W_i : i 번째 資産에 投資된 比率
$E_{(ri)}$: i 번째 資産의 期待收益率

(2) 포트폴리오의 危險

$$\sigma_p=\sqrt{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} W_i W_j \rho_{ij}\sigma_i\sigma_j} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (2)$$

W_i : 資産 i 에 投資되는 比率
W_j : 資産 j 에 投資되는 比率
σ_i : 資産 i 의 標準偏差
σ_j : 資産 j 의 標準偏差
σ_{ij} : 資産 i, j 收益의 相關係數

分析의 具體化를 위하여 두개의 資産(A_1, A_2)으로 構成된 포트폴리오의 收益과 危險을 分析해 보면

$N=2$, $E(R_1)<E(R_2)$, $0<\sigma_1<\sigma_2$ 를 假定한다.

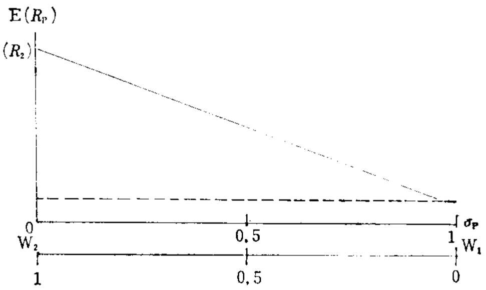
N : 포트폴리오에 構成된 資産數
$E(R_1), E(R_2)$: 資産 1, 2의 期待收益率
σ_1, σ_2 : 資産 1, 2의 標準偏差
W_1, W_2 : 資産 1, 2에 投資된 比率

포트폴리오의 期待收益은 定義에 따라

$$E(R_p)=\sum W_i \cdot E(R_i) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3)$$
$$= W_1 \cdot E(R_1) + W_2 \cdot E(R_2)$$

이때 $E(R_p)$는 W_1과 W_2에 대하여 直線의 關係式을 갖는다.

포트폴리오의 危險은 定義에 따라



〈그림 6〉

$$\sigma_p=\sqrt{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} W_i W_j \rho_{ij}\rho_i\sigma_j}$$

$$=\sqrt{W_1^2 \cdot \sigma_1^2 + W_2^2 \cdot \sigma_2^2 + 2 \cdot W_1 \cdot W_2 \rho_{12}\sigma_1\sigma_2} \cdots (4)$$

이다. $2W_1W_2\sigma_1\sigma_2$는 正의 부호를 갖는다. 이러한 관계를 그래프로 나타내면 다음과 같다.

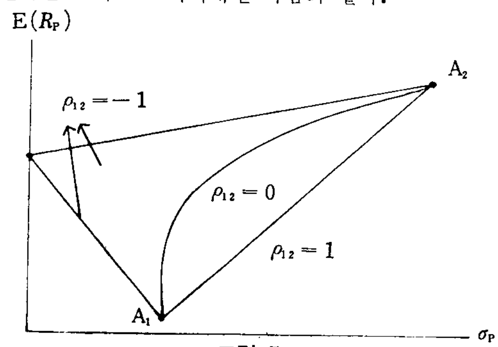


그림 7

이 그림 7에서 나타나는 各 궤적은 資産 A_1, A_2에 배분되는 W_1, W_2를 조작함으써 얻은 그림이다. 이 관계를 처음으로 나타낸 것은 Sharpe인데 그의 論文에서 보통 相關係數가 0에서 +1사이의 數이므로 相關係數가 0, +1일때의 궤적을 數學的으로 구하였다[24].

위에서 본바와 같이 포트폴리오에서 各 資産의 收益率의 相關係數가 1보다 작게 結合함으로써 포트폴리오의 期待收益에 영향을 미치지 않고 그 危險을 줄일 수 있다.

2) 効率的인 포트폴리오

① 險險資産의 効率的인 포트폴리오

各 個別危險資産 및 그 可能한 모든 組合의 포트

21) James C. Van Horne, op. cit., p. 62.
22) 房錫炫, 村石植, 韓國證券市場에 있어서 포트폴리오 危險分散과 選擇에 관한 硏究, 經營學硏究(1977년 2월, 韓國經營學會, pp. 65~85.
23) J.F. Weston and E.T.Brigham, ibid, p. 364.
24) W.F. Sharpe, Capital Asset Prices; A Theory of Market Equilibrium under conditions of Risk, Journal of Finance, Vol. 19, No.3(Sep. 1964)pp. 425~442.

폴리오을 그림 8에 나타내면 優勢의 原則(rule of dominance)에 따라 어떤 資産은 다른 資産보다 選好되어 진다. 이러한 優勢의 原則이 作用하는 投資機會의 資産들의 결의 集合을 有効域(efficient E-V combination)이라 한다.

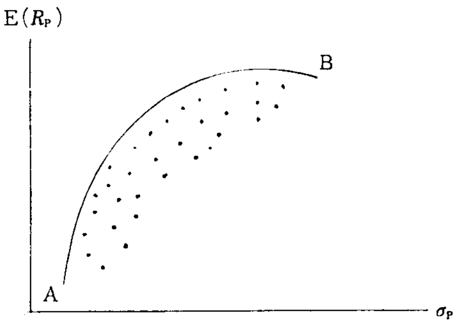


그림 8

그림 9에서 A, B를 잇는 線을 効率的인 境界線(efficient frontier)이라고도 하며 그 線上에 있는 資産을 効率的인 포트폴리오(efficient portbolis)라고 하며 効率的인 境界線內에 있는 資産을 非効率的인 포트폴리오(inefficient portfolio)라고 한다. 또한 Sharpe는 効率的인 境界線을 投資機會曲線(investment opportunity curve)라고 했다[25].

② 無危險資産을 導入한 効率的인 포트폴리오

Sharpe, Tobin, Lintner는 無危險資産(riskless asset)을 도입하고 그것을 無危險利子率(riskless interest rate)로 벌리거나 빌려줄 수 있다고 假定하면 새로운 効率的인 포트폴리오의 組가 나타난다고 밝혔다. 그림 9가 이를 說明해 주고 있다.

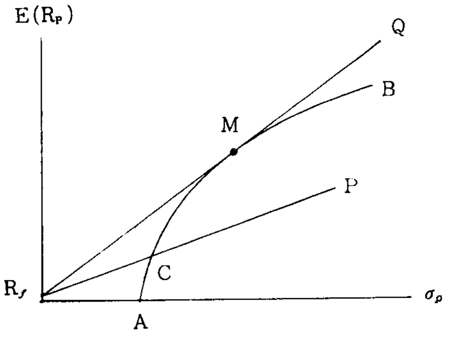


그림 9

資産 D를 無危險資産이라 하고, 그 收益率은 定義에 따라 R_f(無危險利子率)이다. 만약 投資者가 W 比率로 D에 投資하고 나머지 $(1-W)$를 C라는 危險資産에 投資하게 되면 C와 D로서 構成된 포트폴리오의 收益과 危險은

$$E_{(R_p)} = WR_1 + (1-W)E(R_C) \quad \cdots\cdots (5)$$

$$\sigma_p = \sqrt{W^2 \cdot \sigma_D^2 + (1-W)^2\sigma_C^2 + 2W(1-W)\rho_{CD}\sigma_C\sigma_D}$$
$$= (1-W)\sigma_C \ (\because \sigma_D = 0) \quad \cdots\cdots (6)$$

(6)式에서 $W = 1 - \frac{\sigma_p}{\sigma_C}$를 (5)式에 代入하면

$$E(R_p) = R_f + \frac{E(R_C) - R_f}{\sigma_C} \cdot \sigma_p \quad \cdots\cdots (7)$$

(7)式은 그림 9에서 $E(Rc)$의 直線을 나타낸다. (7)式에 $E(Rc)$대신에 $E(R_m)$을 代入하면

$$E(R_p) = R_f + \frac{E(R_M) - R_f}{\sigma_M} \cdot \sigma_p \quad \cdots\cdots (8)$$

이다.

③ 最適포트폴리오(optimal portfolio)

投資者들이 期待効用을 極大化하려고 規範的으로 行動할 때 나타나는 効率的인 포트폴리오에서 投資者에게 最適한 포로폴리오 選擇하는 문제이다. 効用函數는 (9)式에서와 같이 2次式으로 나타진다.

$$U(R_p) = a + bR_p - cR_p^2 \quad \cdots\cdots (9)$$

U : 포트폴리오의 効用
R_p : 포트폴리오의 收益
a, b, c : 正의 數이며 投資者의 選好에 의하여 決定된다.

効用函數가 (9)式으로 나타난다면 期待効用은 오직 未來收益의 確率分布의 分散과 平均으로 表現되어 질 수 있다[26].

이 過程을 式으로 나타내면

$$E(u) = E(a + bR_p - cR_p^2)$$
$$= a + bE(R_p) - cE(R_p)^2$$
$$= a + bE(R_p) - c[E(R_p)]^2 - c(\sigma_p)^2 \quad \cdots\cdots (10)$$

(10)式은 $E(R_p)^2 = [E(R_p)]^2 + \sigma_p^2$이므로 그렇게 表現되었다. (10)式을 σ_p^2에 대하여 整理하면

$$\sigma_p^2 = \left(\frac{a - E_{(u)}}{c}\right) + \left(\frac{b}{c}\right)E(R_p) - E(R_p)^2$$

$$= 常數 + \left(\frac{b}{c}\right)E(R_p) - E(R_p)^2 \quad \cdots\cdots (11)$$

(11)式에서 常數를 變動시키면 $E(R_p)$, σ_p 平面에 無差別曲線이 생긴다.

無差別曲線은 期待効用이 일정한 點을 연결한 線이며 投資家가 危險忌避型으로 假定되므로 그림에서와 같은 形態를 갖는다.

〈그림 7〉에서와 같이 체감하는 2次 効用函數를 갖는 投資者는 効率的인 포트폴리오와 接하는 點의 포트폴리오를 選擇함으로써 그 効用을 極大化할 수 있다. 이를 最適포트폴리오라하며 〈그림 11〉이 說明해

25) W.F.Sharpe, Capital Assets Prices: A Theory of Market Equilibrium under condition of Risk, Journal of Finance, Vol. 19, No. 3 (Sep. 1964), pp. 425~442
26) J.H. Lorie and M.T. Hamilton, The ktock Market, 1973. Richard D. Irwin, Inc., p. 1936

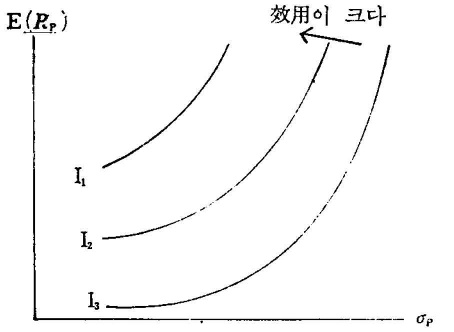


그림 10

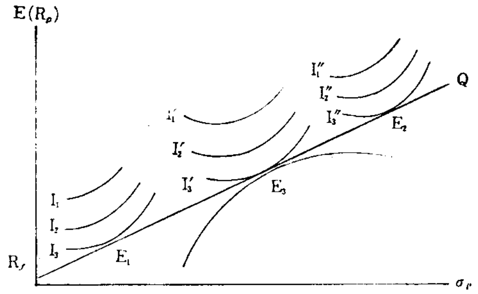


그림 11

주고 있다. 投資者들은 그들의 危險選好에 따라 E_1, E_2, E_3의 最適포트폴리오를 選擇하게 된다.

4・2 資本市場線

投資機會曲線은 危險이 있는 資產만을 포함한 경우나, 國債나 公債, 銀行의 定期預金과 같이 危險의 없는 資產에 投資하는 경우를 포함시키면 投資機會曲線은 달라진다.

危險이 없는 資產 F의 一定期間 동안의 期待收益率을 $E(R_f)$라 하고 모든 投資者들은 純粹利子率인 $E(R_f)$로 제한없이 資金을 빌리거나 빌려줄 수 있다고 假定한다. 資產 F에 X만큼, 危險있는 資產의結合인 포트폴리오 A에 $(1-X)$만큼 投資한다면 F와 A의 結合인 포트폴리오 C의 期待收益率 $E(R_c)$와 標準偏差는 $\sigma(R_c)$는 다음과 같다.

$$E(R_c)=X\cdot E(R_f)+(1-X)E(R_a)$$

$$\sigma(R_c)=(1-X)\sigma(R_a)$$

이 式을 微分하면

$$\frac{d\sigma(R_c)}{dE(R_c)}=\frac{d\sigma(R_c)}{dX}\cdot\frac{dX}{dE(R_c)}=\frac{\sigma(R_a)}{E(R_a)-E(R_f)}$$

이는 F와 A를 포함한 포트폴리오 C의 期待收益과 標準偏差의 結合은 〈그림 12〉에서와 같이 直線으로 나타난다는 것을 뜻한다. 이 直線은 危險이 없는 資產의 期待收益率 $E(R_f)$點을 항상 지나게 되는데 이 直線을 資本市場線(capital market line)이라 한다. 이러한 資本市場線은 投資者가 가지는 危險에 대한 態度에 따라 달라지는데 $E(R_f)$, $\sigma(R_a)$, $E(R_a)$가 주

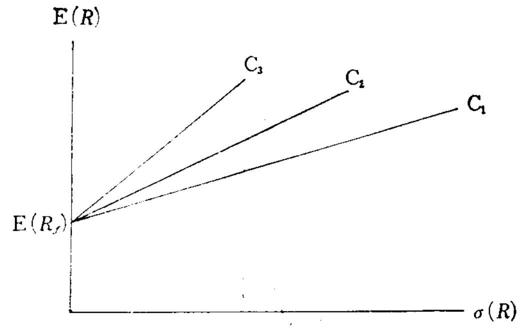


그림 12

어지면 無危險資產과 危險資產의 結合여하에 따라서 資本市場線의 모양이 결정된다. 〈圖表 9〉에서의 資本市場線 C_1, C_2, C_3 중에서는 危險이 一定할 때 C_3의 期待收益이 C_2, C_3의 期待收益보다 더 크기 때문에 C_3가 가장 좋은 資本市場線이다.

그림 10〉의 點 M에서 $ABMZ$와 접하는 $E(R_f)\cdot M\cdot C_3$은 危險의 없는 資產 F에 X, 危險이 있는 資產 M에 $(1-X)$를 投資한 포트폴리오의 期待收益 $E(R)$과 標準偏差 $\sigma(R)$의 結合을 나타낸다. 점 $E(R_f)$에서는 모든 資金을 危險이 없는 資產에 投資함으로

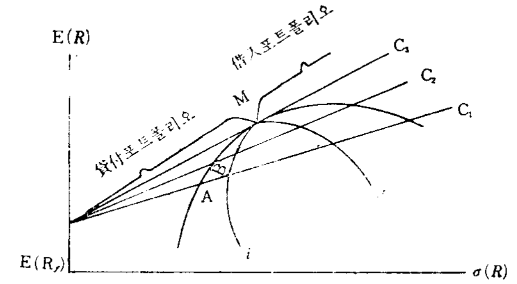


그림 13

$X=1$이며, 점 M에서는 危險이 있는 資產에 資金을 모두 投資함으로 $X=0$이 된다. $E(R_f)\cdot M\cdot C_3$ 直線上의 M點 아래는 資金의 一部를 빌려주고 나머지를 M에 投資하며($X>0$, lending portfolio), M點보다 위에서는 資金을 借入하여 期初元金보다 많이 投資($X<0$, borrowing portfolio)한다. $\sigma(R)$이 一定한 경우 $E(R_f)\cdot M\cdot C_3$ 線上의 포트폴리오 收益은 $ABMZ$ 線上의 포트폴리오 收益보다 크기 때문에 $E(R_f)\cdot M\cdot C_3$가 새로운 有効포트폴리오(efficient portfolio)가 된다.

4・3 Sharpe-Lintner 模型

Sharpe-Lintner 模型은 Sharpe가 資本資產價格(Caprtal asset prices)을 決定하기 위하여 使用했는데 그 內容은 個別資產의 1期間의 收益과 市場포트폴리오(market portfolio) M의 사이에는 線型關係

가 있다는 것을 假定하고 있다[27].

즉 $R_{it}=\alpha_t+\beta_i R_m+\varepsilon_{it}(i=1,2,3,\cdots\cdots N)$ 여기서 α_i와 β_i는 個別資産 i의 媒介變數이다. 또 ε_i는 誤差項(error term)으로써 다음과 같은 假定을 두고 있다.

$$E(\varepsilon_i)=0 \qquad i=1,2,\cdots\cdots N$$

$$\mathrm{Cov}(\varepsilon_i,\varepsilon_j)=0 \quad i,j=1,2,\cdots\cdots N,\ i\neq j$$

$$\mathrm{Cov}(\varepsilon_j,R_m)=0 \quad i=1,2,\cdots\cdots N$$

엄밀한 意味에서 $\mathrm{Cov}(\varepsilon_i,R_M)\neq 0$, $\mathrm{Cov}(R_i,R_M)\fallingdotseq 0$ 이다. 왜냐하면 M의 定義에 따라 市場포트폴리오 M은 資産 i를 포함하고 있기 때문이다. 그 結果 回歸統計量(regression statistics)은 最小의 分散이 아니며 또한 母數 a,b의 不偏推定値가 아니다. 그러나 Fama는 最小自乘法 模型의 使用으로 因한 誤差는 無限히 적다는 結論에 도달하였다.

Sharpe[28]는 Sharpe-Lintner 模型을 代角線模型이라고 했으며 이 模型의 主要한 特性은 여러 證券의 收益은 어떤 基礎的으로 內在하는 要素(some basic underlying factor)와 共通的인 關聯을 갖는다는 假定이며, 이 模型이 갖는 두가지 長點은 첫째 證券相互間의 相關이 없다는 假定으로 設定되었으며, 둘째는 이 模型이 證券의 相互關聯性의 많은 部分을 포착한다는 상당한 증거가 있기 때문이다. Sharpe-Lintner 模型을 利用하는 本來의 動機는 推定하는 媒介變數의 數를 줄이는 것이며, 이 模型의 다른 利點은 正規分布가 特別한 경우인 分布가 安定的인 集團(stable family of distribution)에 의해 特定되는 證券收益分布의 一般的인 경우에도 擴張되어 진다는 것이다. 이것은 중요한 特性이다. 왜냐하면 證券收益分布가 有限의 期待收益을 그러나 無限한 分散과 共分散(infinite variance and covariance)을 갖는 安定的인 集團의 一員(members of stable family)들과 가장 잘 一致한다는 상당한 증거가 있기 때문이다.

Sharpe-Lintner 模型은 한가지 例外를 除外하면 線型回歸模型(linear regression model)의 假定과 잘 一致한다. 즉 推定된 殘差의 分布가 正規分布보다 꼬리(tail) 部分이 두꺼운(leptokurtic)點이 定型回歸模型의 假定과 一致되지 않는다. 이러한 正規分布로부터 이탈은 證券收益率이 有限한 平均과 無限한 分散을 갖는 安定的인 集團의 一員이 된다는 發見과 一致한다[29].

이러한 安定的인 分布를 갖는 集團을 파레손 分布(paration distribution)라고 한다. 왜냐하면 分布의 꼬리(tails of distribution)部分이 파레토의 法則을 따르기 때문이다. 이 分布의 4가지 媒介變數는 α,β,γ 그리고 δ이다.

Sharpe-Lintner 模型을 利用하여 個別 資産의 總危險을 體系的 危險과 非體系的 危險으로 分離할 수있다.

$$\begin{aligned}\mathrm{Var}(R_{it}) &= \mathrm{Var}(\alpha_i+\beta_i R_{mt}+e_i t)\\ &= \mathrm{Var}(\alpha_i)+\mathrm{Var}(\beta_i R_{Mt})+\mathrm{Var}(e_i t)\\ &= 0+\mathrm{Var}(\beta_i R_{Mt})+\mathrm{Var}(e_i t)\\ &= \text{體系的 危險}+\text{非體系的 危險}\end{aligned}$$

보통 R_{Mt}는 t-1期에서 t期까지의 市場收益率을 말한다. 美國에서 R_{Mt} 代用으로 쓰이는 것은 다음과 같다.

① 國民總生産(GNP)

② 一人當 國民所得

③ 30個 工業株의 Dow-Jones 價格指數

④ Standard and Poor의 500株 價格指數

⑤ 뉴욕증권거래소에서 상장된 모든 '株式으로 구성된 포트폴리오의 收益率 등이 있다[30].

5. 結 論

未來는 不確實하기 때문에 포트폴리오選定模型을 設定할 때 危險分析은 매우 중요한다. 포트폴리오 選定에 있어서는 단순히 收益의 불만을 考慮해서는 富의 最大를 달성할 수 없으며 그 收益의 質的에 問題, 즉 危險度도 동시에 고려하여야 한다. 本 硏究는 危險의 定義, 測定, 危險에 대한 態度 그리고 그 種類를 살펴보고 특히 現代投資論에서 가장 많이 使用되는 體系的 危險에 대하여 理論的으로 考察하였다.

이 體系的 危險이 投資豫測에 指標로 삼으려면 時間性에 따라 安定性을 유지하여야 한다. 時系列回歸分析으로 베타를 評價할 때는 그 期間동안 베타가安定的이라고 假定하고 있다.

Blume[31]는 回歸分析을 통하여 베타는 時間의 經過에 따라 모든 베타의 總平均과 回歸하며(to regress to wards the grand mean of all betas over time), 그 經驗的 分析을 통하여 個別證券의 베타에 있어서 停止狀態에 있지 않지만 그 偏奇(bias)가 베타의 重

27) E.F. Fama, Risk Return and Equilibrium: Some Clarifying Comments, The Journal of Finance (Mar. 1968) pp. 29~40.

28) W.F. Sharpe, A Simplified Model for Portfolio Analysis, Management Science, Vol. 9, No. 2 (Jan. 1963) pp. 277~293.

29) W.Beuver, P. Ketller & Scholes,

30) W.F. Shahpe, Portfolio theory and Capital markets, New York: McGraw-Hill Book W., 1970, p. 129.

31) M.E. Blume, Betas and Their Regression Tendencies Journal of Finanence, Val. 15, No. 3, (June 1975), p. 1785~795.

要性을 무시할 정도는 아니라는 것을 證明하였다. 또한 베타는 時間의 經過에 따라서 크게 달라지지 않고 어느 一定한 水準을 유지하고 있다고 했다.

Jensen[32]은 1955年부터 1964年까지의 115개의 證券投資信託會社(Mutual Fund)를 對象으로 實證的 考察을 하였는데 그 結果는 體系的 危險의 測定値 베타는 標本의 期間에 따라 달들지지 않으며 時間의 經過에 따라 달라지지 않는다는 것이다.

本 硏究는 體系的 危險에 관한 理論硏究에 그쳤지만 우리나라 上場株式을 標本으로 하여 그 實證的 硏究가 뒷따라야 되겠으며, 또한 體系的 危險의 安全性(Stationarity over time)에 대한 보다 有意性있는 實證的인 檢證이 必要하다고 생각하며, 이 檢證이 된 후에 베타를 예측의 指標로 사용할 수 있다고 생각 한다.

32) M.C. Jensen, Risk, the Pricing of Capital Assets and the Evaluation of Investment Rortfolios, Journal of Business (Apr(1969) pp. 167~247.