

<講座>

스펙트럴 解析

Spectral Analysis

金 治 弘^{*}
Kim, Chi Hong

1. 序言

前號에서 前提하여야 할 事項였지만 發刊의 迫頭하여 原稿請託이 있었기에 우선 出版을 然後 事後處理하게 되었음을 謝過하는 바이다.

本講座的 出處는 東京工業大學 土木工學科의 工學博士 日野幹雄教授의 力作인 「스펙트럴 解析」(朝倉書店發行)에서 主要部分을 翻譯한것이다. 著者는 筆者가 東京留學時의 指導教授였었으며 親히 스펙트럴 解析에 關하여 工夫한바 있었으며, 그 當時는 「스펙트럴 解析」(何不出版)時系例 分析에서 缺어지는 안되는 스펙트럴 解析이므로 講座로 連繫되게 된것이다. 그래서 前月號出版과 同時에 著者에게 此事實을 報告하여 正式許可를 得하였고 同時에 版權을 갖고있는 朝倉書店으로 부터도 翻譯하여도 可하다는 通牒의 答을 받았기에 讀者에게 此事實을 報告하는 바이다. 이 講座號 刊에 이어 講座를 連續하기로 한다.

2. 0 自己相關函數

不規則現象의 解析에 스펙트럴과 同様 使用되는것에 相關函數가 있다. 理解하기 쉽고 定義의 容易性, 그리고 測定 或은 計算의 簡易性에서 考히면 스펙트럴보다도 親然히 親히도 考히다. 그리고 많은 教科書에는 相關函數로 부터 不規則現象의 說明을 始作 하고 있다.

歴史的으로 보아도 19世紀末에 A. Schuster의 Periodogram 이든가 1921, 1935 ~ 1938에 걸쳐 Sir G. I. Taylor의 壽期的인 亂流擴散 및 等方性亂流의 構造에 關한 論文에 있어서도 相關函數를 써서 現象이 說明되고 Taylor 以後의 論文에는 今나 Wiener-Khinchine Theorem 이라고 불리우는 相關과 Spectrum의 關係가 誘導되어 있다.

2. 1 自己相關函數의 定義와 意味

一般的으로 2個의 變量x 와 y와의 相互 關聯의 程度를 定量的으로 調査 하려면 x-y 面에 많은 Sample x 부터 얻어지는 (x-y)로 定해지는 點을 찍으면 된다. x 와 y 가 時間의 函數이면 x-y 面에 連續된 曲線이 된다. 萬若에 x와 y가 關聯이 있으면 하

나의 直線乃至는 曲線周圍에 點은 分布하고 逆으로 關聯이 없으면 原點周圍에 同一하게 分布할 것이다(Fig 2.1)

두개의 變量의 相關度는

$$r = \frac{E\{xy\}}{\sqrt{E\{x^2\}E\{y^2\}}}$$

$$r = E\left\{\frac{x}{\sqrt{E\{x^2\}}}\frac{y}{\sqrt{E\{y^2\}}}\right\}$$

x 와 y와를 同 間의 取扱하기 爲해서는

$$r = \frac{E\{xy\}}{\sqrt{E\{x^2\}E\{y^2\}}}$$

或은

$$C = E\{xy\} \quad (2.2)$$

를 測定하면 된다. 여기서 E는 母集團平均(ensemble average)을 意味한다. 若若에 x와 y가 無相關이면

$E\{xy\} = E\{x\}E\{y\}$ 或은 完全히 一致($x = ay$)하면 明白히

$$r = 1이 된다.$$

한편 x(t)가 周期T의 周期變動이라 하면

$$x(t) = x(t \pm nT) \quad (n = 0, 1, 2, \dots)$$

即 周期의 整数倍만큼 時間을 누추면 同様の 波形이 겹치고 된다. 不規則變動 x(t)가 周期性의 強한 것이

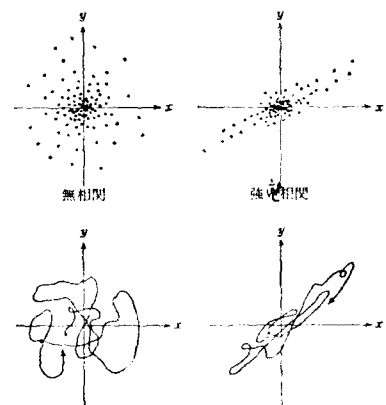


Fig. 2. 1 不規則變量 x, y의 相關

면 周期의 整数倍만큼 時間軸을 누추면 元來의 波形과 꽤 닮을 것이다. 따라서 어떤 時間 τ 만큼 누추는 波形이 元來의 波形과 얼마나 닮았는가를 調查하여 變動 中の 周期成分을 判別하려면 위의 경우 마찬가지로 $x = x(t)$ 와 $y = x(t + \tau)$ 의 相關을 求하면 좋다.

時間에 關한 不規則變量을 $x(t)$ 라고 할때 τ 時間 만큼 어진 두개의 變動의 곱의 平均値

$$C(t, \tau) = E[x(t)x(t + \tau)] \quad (2.3)$$

로 定義되는 統計的函數을 自己相關(auto-correlation function)라고 불리운다. 또 떨어진 時間 τ 를 (遲滯)lag라고 말한다. 여기서의 平均操作은 原義의 으로는 "ensemble average"이지만 定常確率過程에서는 이것을 式(2.4)와 같이 時間平均으로 置換할 수 있고 時刻 t 에는 無關係로 lag τ 만의 函數이다.

$$C(\tau) = x(t)x(t + \tau)$$

$$= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t)x(t + \tau) dt \quad (2.4)$$

(여기서 $\frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2}$ 는 時間平均을 意味한다)

$C(\tau)$ 를 $\tau = 0$ 의 값 $C(0)$ 로 나누어 正規化한 것을 自己相關係數(auto-correlation coefficient)라고 불리운다.

$$R(\tau) = C(\tau) / C(0) = \overline{x(t)x(t + \tau)} / \overline{x^2(t)} \quad (2.5)$$

$$R(0) = 1 \quad (2.5a)$$

Fig. 2.2(b)는 相關의 計算을 알기 쉽게 說明한 것이다. 時々刻々の 信號와 그것을 한번 遲延回路上에 넣어 τ 時間만큼 누추는 信號와 乘算回路上에 넣어 그 出力의 平均値를 읽는 것에 對應한다.

例 1. 가장 單純한 例로서 正弦波의 自己相關을 求한다. (Fig. 2.3a)

처음 $x(t)$ 를

$$x(t) = a \sin 2\pi f t \quad (2.6)$$

라고하면 $x(t + \tau)$ 는

$$x(t + \tau) = a \sin 2\pi f(t + \tau) \quad (2.7)$$

이다. 이때 式(2.4)의 右邊의 被積分函數는 $x(t)x(t + \tau) = \frac{a^2}{2} \{ \cos 2\pi f \tau - \cos(2\pi f(t + \tau)) \}$ 이다.

上式을 $t = 0$ 부터 n 波分(周期 $T = 1/f$)에 걸쳐서 積分하면

$$\int_0^{nT} x(t)x(t + \tau) dt = \frac{nT}{2} \cos 2\pi f \tau$$

따라서 自己相關係數 $R(\tau)$ 는

$$R(\tau) = \int_0^{nT} x(t)x(t + \tau) dt / \int_0^{nT} x^2(t) dt = \cos 2\pi f \tau$$

平均操作은 時間平均이 아니므로 式(2.3)과 같이 ensemble 平均으로 求하는 場合는 다음과 같이 된다. 時刻 t 를 任意로 定할 때

$$x_i(t_i) = a \sin(2\pi f t_i + \theta_i) \quad (2.8)$$

라고 한다. 이 正弦波의 波形은 각각의 位相角 θ_i 에 依함 하여 바뀌어 지고 있다.

이때 $C(\tau) = E[x_i(t_i)x_i(t_i + \tau)]$

$$= \lim_{N \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i(t_i)x_i(t_i + \tau) \right] = \frac{a^2}{2} \cos 2\pi f \tau - \frac{a^2}{2} E[\cos(2\pi f(t + \tau)) + 2\theta_i]$$

지금 位相角 θ_i 는 $(0, 2\pi)$ 間에 確率 $p(\theta)$ 로 不規則으로 分布한다고 하면

$$E[\cos(2\pi f(t + \tau) + 2\theta_i)] = \int_0^{2\pi} \cos(2\pi f(t + \tau) + 2\theta) p(\theta) d\theta$$

이다. 確率分布가 同一하다. ($p(\theta) = 1/2\pi$)라고 하면 上式은 0이 된다. 따라서 正弦波의 自己相關函數와 自己相關係數는 各各 다음과 같이 된다. (Fig. 2.3 a)

$$C(\tau) = \frac{a^2}{2} \cos 2\pi f \tau \quad (2.9)$$

$$R(\tau) = \cos 2\pi f \tau \quad (2.10)$$

例 2 다음에 時系列 $x(t)$ 가 正弦波에 屬한 不規則 變動的인 경우를 생각하면 (Fig. 2.5.6)

$$x(t) = a \sin(2\pi f t + \theta) + r(t) \quad (2.11)$$

이때

$$x(t)x(t + \tau) = \frac{a^2}{2} \cos 2\pi f \tau - \frac{a^2}{2} \cos(2\pi f(2t + t + \tau) + \theta) + ar(t + \tau) \sin(2\pi f t + \theta) + ar(t) \sin(2\pi f(t + \tau) + \theta) + r(t)r(t + \tau)$$

이므로 自己相關函數는 다음과 같이 된다. (Fig. 2.3.6)

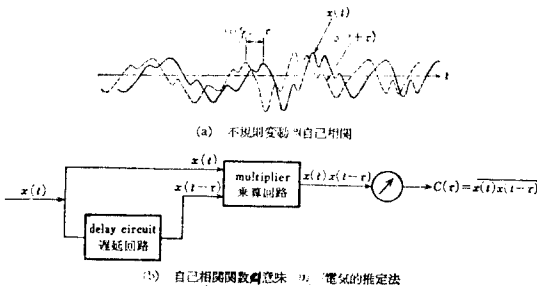


Fig. 2.2

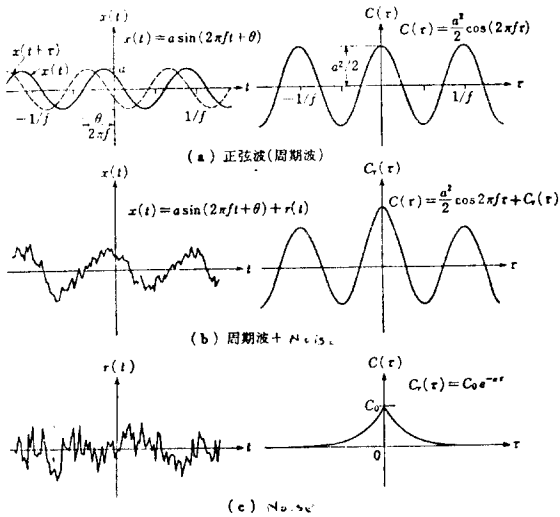


Fig. 2.3 信號와 自己相關函數

$$C(\tau) = E\{x(t)x(t+\tau)\} = \frac{a^2}{2} \cos 2\pi f\tau + \varphi(\tau) \quad (2.12)$$

여기서 $\varphi(\tau)$ 는 雜音의 自己相關函數이다.

$$\varphi(\tau) = E\{r(t)r(t+\tau)\} \quad (2.13)$$

式(2.12)로부터 noise level이 높아지면 周期波가 noise에 沒쳐서 自己相關函數로부터는 識別하기 困難을 안다.

Fig. 2.4는 日本과 東南亞細亞의 月平均降雨量의 自己相關이다. 月平均降雨量은 甚 規則이 있는 年度化를 하고 東南亞細亞의 季節風(monsoon) 地帶일수록 規則性이 強하고 式(2.12)와 같은 自己相關을 表示한다.

例3 Noise의 自己相關函數

(i) 白色雜音: 理想的인 雜音의 하나는 lag가 0인 경우 以外는 自己相關이 0이 되는 白色雜音(white noise)라고 불리우는 것이다. 이것은 모든 周波數의 波가 random인 位相에서 같은 比率로 混合한 noise로 그 一例은 random인 pulse 例이다.

$$E\{n\omega(t)n\omega(t+\tau)\} \begin{cases} = \bar{n}^2 \delta(\tau) & (\tau=0) \\ = 0 & (\tau \neq 0) \end{cases} \quad (2.14)$$

여기서 $\delta(\tau)$ 는 Dirac의 delta 函數이다.

(ii) 1次 Markov 過程:

random 雜音의 大部分은 微小 Lag Δt 떨어졌을 때 前의 性質을 어떤 比率 ρ ($|\rho| < 1$)로 保存하는 것으로

$$r(t + \Delta t) = \rho r(t) + n(t) \quad (2.15)$$

로 表示할 수가 있다. 여기에 $n(t)$ 는 白色雜音, 이와

같은 random 過程을 自己回歸過程 (autoregressive process) 또는 1次의 Markov 過程 (process)라고 말한다.

이때 $r(t + m \Delta t)$ 는 다음과 같이 表示된다.

$$\begin{aligned} r(t + 2 \Delta t) &= \rho^2 r(t) + \rho n(t) + n(t + \Delta t) \\ r(t + 3 \Delta t) &= \rho^3 r(t) + \rho^2 n(t) \\ &\quad + \rho n(t + \Delta t) + n(t + 2 \Delta t) \\ r(t + m \Delta t) &= \rho^m r(t) + \rho^{m-1} n(t) \\ &\quad + \rho^{m-2} n(t + \Delta t) + \dots + n(t + (m-1) \Delta t) \end{aligned}$$

上式의 兩邊에 $r(t)$ 를 곱해서 平均을 取하면 自己相關函數는 ($E\{r(t)n(t + \Delta t)\} = 0$ 을 考慮하여)

$$\begin{aligned} C(m \Delta t) &= E\{r(t + m \Delta t)r(t)\} \\ &= \rho^m C(0) \text{ 이 된다.} \end{aligned}$$

여기에 $C(0) = \bar{r}^2$ 은 式(2.15)의 自來의 ensemble 平均을 取하면

$$C(0) = \bar{n}^2 / (1 - \rho^2) \text{이다. 따라서}$$

$$C(m \Delta t) = \frac{\bar{n}^2 \rho^m}{1 - \rho^2} \quad (2.16)$$

지금 Δt 의 直接的影響을 없애기 爲해 相關의 遞減率 α 를

$$\frac{1 - \rho}{\Delta t} = \alpha \quad (2.17)$$

와 같이 定義하면

$$\rho^m = (1 - \alpha \Delta t)^m = [(1 + \epsilon)^{1/\epsilon}]^{-\alpha \tau}$$

가 된다. 여기서 $\epsilon = -\alpha \Delta t$, $\tau = m \Delta t$ 이다. 上式에 있어서 式(2.17)의 關係를 維持한대로 $\Delta t \rightarrow 0$, 즉 $\epsilon \rightarrow 0$ 라고 하면 $\lim_{\epsilon \rightarrow 0} (1 + \epsilon)^{1/\epsilon} = e$ 이므로

$$C(\tau) = C(0)e^{-\alpha \tau} \quad (2.18)$$

이 된다.

또 다음과 같이도 생각할 수 있다.

自己相關函數는

$$\begin{aligned} C(\tau) &= E\{r(t)r(t+\tau)\} \text{ 이므로} \\ C(\tau + \Delta t) &= E\{r(t)r(t+\tau+\Delta t)\} \\ &= E\{r(t)(\rho r(t+\tau) + n(t+\tau))\} \\ &= \rho E\{r(t)r(t+\tau)\} + E\{r(t)n(t+\tau)\} \\ &= \rho C(\tau) \end{aligned}$$

여기서

$$C(\tau + \Delta t) = C(\tau) + \Delta t \frac{dC}{d\tau} + O(\Delta t^2)$$

로부터 $1 + \frac{1}{C} \frac{dC}{d\tau} \cdot \Delta t + \frac{1}{C} O(\Delta t)^2 = \rho$ 따라서

$$\frac{1}{C} \frac{dC}{d\tau} = -\frac{1 - \rho}{\Delta t} = -\alpha$$

上式을 積分하면 $C(\tau) = C(0)e^{-\alpha \tau}$ 가 된다(Fig.

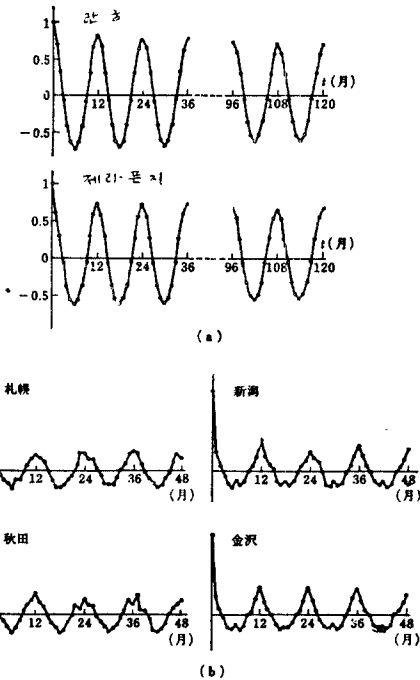


Fig. 2.4 月平均雨량의 自己相關(菅原正己, 1965)

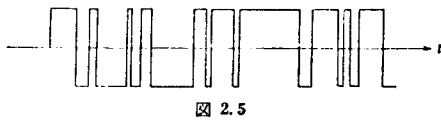


Fig. 2.5

2.3 C).

(iii) Poisson 矩形 Pulse :

높이가 a 또는 $-a$ 로 持續間隔이 不規則한 Poisson 分布

$$p(n, \tau) = \frac{(K\tau)^n}{n!} e^{-K\tau} \quad (n = 0, 1, 2, \dots)$$

(여기서 k : 單位時間當의 平均生起回數)에 따르는 Noise 의 自己相關函數는

$$C(\tau) = a^2 e^{-2k|\tau|} \quad (2.18a)$$

로 表示된다.

2.2. 自己相關函數의 一般의 性質

(i) 自己相關函數는 偶函數이다

式(2.4)에 있어서 $\tau = -\tau_1$ 라고 하면

$$C(-\tau_1) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) x(t - \tau_1) dt \quad (2.19)$$

上式에 있어 積分變數를 $t_1 = t - \tau_1$ 라고 놓으면

$$C(-\tau_1) = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T/2-\tau_1}^{T/2-\tau_1} x(t_1) x(t_1 + \tau_1) dt$$

區間 $(-T/2, T/2)$ 區間 $(-T/2 - \tau_1, T/2 - \tau_1)$ 과

는 \lim 의 極限에서는 一致하므로 上式의 右邊의 積分은 $(-T/2, T/2)$ 로 置換 할 수 있다. 따라서 $C(\tau)$ 는 偶函數이다.

$$C(\tau) = C(-\tau) \quad (2.20)$$

(ii) 自己相關函數는 $\tau = 0$ 에서 最大値를 取한다.

$\tau \neq 0$ 에 對하여 $[x(t) \pm x(t + \tau)]^2$ 의 平均을 생각하면(但 $x(t)$ 는 周期函數가 아닌것으로 한다)

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} [x(t) \pm x(t + \tau)]^2 dt > 0 \quad (\tau \neq 0)$$

上式을 展開하면

$$\begin{aligned} \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x^2(t) dt + \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x^2(t + \tau) dt \\ \pm 2 \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) x(t + \tau) dt > 0 \quad (\tau \neq 0) \end{aligned}$$

上式의 第一項과 第二項은 $C(0)$ 와 같다

따라서 $C(0) > \pm C(\tau) \quad (\tau \neq 0)$

即 $C(0) > |C(\tau)| \quad (\tau \neq 0) \quad (2.21)$

가 얻어져 自己相關函數는 $\tau = 0$ 에서 最大値를 取함이 証明 되었다.

(iii) 自己相關函數의 微分

式(2.20)을 τ 에 關하여 微分하면

$$C'(\tau) = -C'(-\tau) \quad (2.22)$$

上式에서 $\tau = 0$ 를 하면 $C'(0) = -C'(0)$

따라서 $C'(0) = 0 \quad (2.23)$

그런데 式(2.4)를 τ 에 關해서 微分하면

$$C'(\tau) = \frac{dC}{d\tau} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) x'(t + \tau) dt \quad (2.24)$$

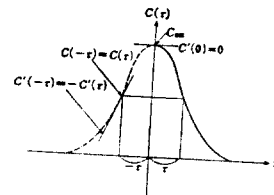


Fig. 2.6 自己相關函數의 一般의 性質

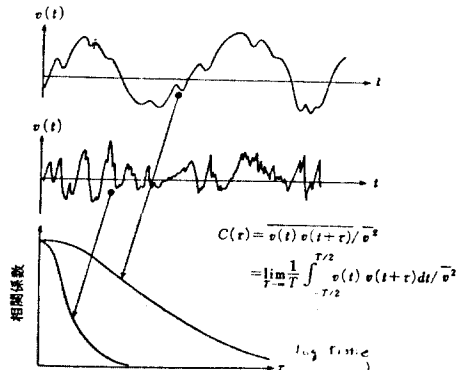


Fig. 2.7

가 된다.

또 式(2.24)에 있어서 $\xi = t + \tau$ 라고 變數變換을 하면

$$C'(\tau) = \frac{1}{T} \int_{-T/2+\tau}^{T/2+\tau} x'(\xi) x(\xi - \tau) d\xi$$

$$= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x'(\xi) x(\xi - \tau) d\xi$$

第一式부터 第二式으로의 移行은 (i)의 경우와 같은 理由에 依한다. 여기서 上式을 τ 에 關하여 微分하면

$$C''(\tau) = - \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x'(\xi) x'(\xi - \tau) d\xi$$

모다서 $t = \xi - \tau$ 의 變數變換을 하면

$$C''(\tau) = - \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2-\tau}^{T/2-\tau} x'(t) x'(t + \tau) dt$$

$$= - \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x'(t) x'(t + \tau) dt$$

(2.25)

를 얻는다. 따라서 變數 $x(t)$ 의 t 에 關한 微分의 自己相關函數는 $x(t)$ 의 自己相關函數 $C(\tau)$ 의 $\log \tau$ 에 關한 二階微分에 負符號를 붙인것과 같다. x 와 그의 微分 x' 와의 自己相關은 x 의 自己相關 C 의 一階微分과 같다.

(iv) 不規則現象에서는 τ 가 커지면 相關이 나빠진다는 性質

$$C(\tau) \rightarrow 0 \quad (\tau \rightarrow \infty) \quad (2.26)$$

가 있으므로 式(2.20) (2.21)을 滿足하는 單純한 函數로서

$$R_1(\tau) = e^{-\tau/\tau_1} \quad (2.27)$$

$$R_2(\tau) = e^{-(\tau/\tau_2)^2} \quad (2.28)$$

을 생각할 수 있다. 여기서

$$\tau_1 = \int_0^{\infty} R_1(\tau) d\tau \quad (2.29)$$

$$\tau_2 = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\infty} R_2(\tau) d\tau \quad (2.30)$$

Random 變動이 緩慢한 變動으로 부터 成立되었을 때 τ_1 또는 τ_2 는 크고 逆으로 微細한 變動일 때 이들은 적게 된다. τ_1 , τ_2 는 random 變動의 (時間的 또는 空間的) scale의 尺度가 된다.

實際 式(2.27), (2.28)의 函數型은 많은 不規則現象의 自己相關係數의 近似值로 좋은 경우가 적지 않다.

또한 變動 $x(t)$ 의 平均值 $\bar{x}(t)$ 가 零이 아닐 때 $\bar{x}(t) = \bar{x}(t) - \bar{x}(t)$ 에 關한 相關은

$$C_0(\tau) = \overline{\bar{x}(t) \bar{x}(t + \tau)}$$

$$= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \{x(t) - \bar{x}\} \{x(t + \tau) - \bar{x}\} dt \quad (2.31)$$

自己共分散函數(variance function)라고 불려서 自己相關과 區別할 수가 있다. (그러나 이말의 定義는 그다지 뚜렷한 것은 아니다) 上式의 C_0 를 變形하면 다음과

같이 된다.

$$C_0(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} [x(t) x(t + \tau) - \bar{x} \{x(t) + x(t + \tau)\} + \bar{x}^2] dt$$

$$= C(\tau) - \bar{x} \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \{x(t) + x(t + \tau)\} dt + \bar{x}^2$$

여기서

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) dt = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t + \tau) dt = \bar{x}$$

임을 考慮할 때 自己共分散係數와 自己相關函數는 다음과 같이 關係가 부여된다.

$$C_0(\tau) = C(\tau) - \bar{x}^2 \quad (2.32)$$

例 1. 波浪의 自己相關

바다의 波는 잠깐 보면 規則있는 正弦波와 같이 생각되지만 實은 하나의 卓越周期의 波外에 波高와 位相이 서로 相異한 여러가지의 周期波의 集合인 것이다. 이러한 것은 波의 自己相關函數를 求해보면 直時 明白히 된다. Fig. 2.8은 實際의 海洋波의 記錄으로서 그 自己相關係數 $R(\tau)$ 는 次章의 Fig. 3.5에 스펙트럴과 함께 表示되어 있다. $R(\tau)$ 는 振幅이 $\log \tau$ 와 함께 漸減하는 三角角弦係數로서 近似시켜지고 上述의 點이 立證된다. 이것은 次節에 記述하는 스펙트럴의 議論에서 더한층 明確히 된다.

例 2. 煙氣의 亂流擴張

굴뚝으로부터의 煙氣는 大氣의 허터짐에 依해 擴散하고 煙氣의 濃度는 稀釋된다. 煙氣는 空氣의 흐름에 依해 受動的으로 運動하고 그의 擴散(煙氣의 흐름에 直角方向의 移動距離 $Y(t)$ 의 2乘平均根) $\sqrt{Y^2}$ 은 Taylor (1921)의 理論에 依해 次式으로 주어진다.

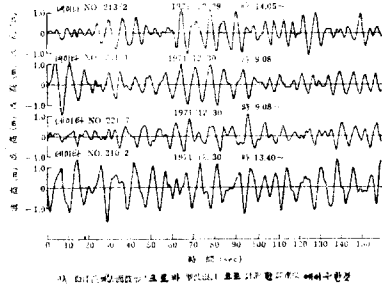


圖 2.8 (光易·田才他, 九州大學應力研究報, 第39號, (昭48))

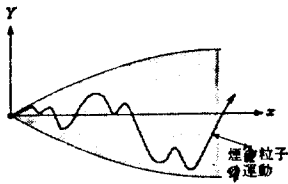


Fig. 2.9 煙氣의 擴散

$$\bar{Y}^2(t) = 2 \bar{v}^2 \int_0^t \int_0^\tau R_s(\tau) d\tau d\tau \quad (2.33)$$

여기서 R_s 은 Lagrange 相關이라고 불리우며, 하나의 流體粒子를 追索할때 그 流體粒子의 Y 方向의 速度 $v_s(t)$ (이것을 Lagrange 速度라고 말한다)의 自己 相關係數

$$R_s(\tau) = \frac{\langle v_s(t) v_s(t+\tau) \rangle}{v_s^2} \quad (2.34)$$

로 定義된다. $R_s(\tau)$ 은 一般으로

$$R_s(\tau) = e \times p\left(-\frac{|\tau|}{\tau_*}\right) \quad (2.35)$$

로 表示된다. 따라서 煙氣의 擴散幅은

$$\sqrt{Y^2} = \sqrt{2v_s^2 \tau_*} \left[\frac{t}{\tau_*} - \left\{ 1 - e \times p\left(\frac{-t}{\tau_*}\right) \right\} \right]^{1/2} \quad (2.36)$$

上式에 있어서 $t \approx 0$ 및 $t \gg \tau_*$ 의 極限에서는 各々

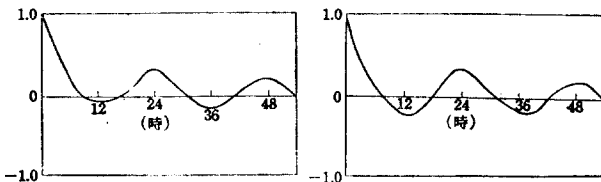
$$1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau_*}\right) = \frac{t}{\tau_*} - \frac{1}{2} \left(\frac{t}{\tau_*}\right)^2 + 0 \left(\left(\frac{t}{\tau_*}\right)^3\right) \quad (t \approx 0)$$

$\frac{t}{\tau_*} - \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau_*}\right) \right\} \approx \frac{t}{\tau_*} - 1 \approx \frac{t}{\tau_*} \quad (t \gg \tau_*)$
의 關係가 成立하는 것을 考慮하면 $\sqrt{Y^2}$ 는 다음과 같이 된다.

$$\sqrt{Y^2} \approx \begin{cases} \sqrt{v_s^2 \cdot t} & (t \approx 0) \\ \sqrt{2v_s^2 \tau_* \cdot \sqrt{t}} & (t \gg \tau_*) \end{cases} \quad (2.37)$$

即 煙氣의 幅은 排出源 近處에서는 直線의 으로, 멀리에서는 拋物線의 으로 擴散한다.

例 3. 煙氣擴散에 關聯하여 大氣汚染의 例를 들어보자 大氣汚染은 人間의 生産 社會活動에 歸因하고 그 汚染의 程度(汚染質濃度)는 汚染質의 排出量과 氣象條件(風과 大氣安定度 및 風向)에 依存한다.



(a) SO₂ 濃度와 自己 相關係數

(b) 風速의 自己 相關係數

Fig. 2.10

Fig. 2.10은 西日本の 어떤 工業地帶에서 測定된 觀測 data로부터 SO₂ 濃度라든가 風速의 自己相關係數를 求한 것인데 日周期가 明瞭하게 나타나 있다. 이것은 人間活動도 氣象도 함께 一日을 單位로 하는 強한 周期性을 가지고 있기 때문인 것이다.

3. 自己相關函數와 스펙트럼의 關係

3.1. 파워 스펙트럼(Power spectrum)

前章까지는 不規則現象의 取扱上 가장 重要한 概念으로서 相關函數와 스펙트럼을 定義하였다. 이들의 量은 그 表示하고 있는 直接의 意味는 各々 다르지만 서로 關聯이 붙여져 한쪽을 알면 他量은 從來로부터 誘導할 수 있는 것이다. 두개의 統計量은 同價 아니지만 同價라고 말할 수 있다.

그런데 $x(t)$ 는 $-T/2 \leq t \leq T/2$ 의 範圍에서 不規則變量이고 그 以外의 t 領域에서는 0이라고 한다. 이때 1.3에서 說明한 바와 같이 $x(t)$ 는 複素 Fourier 成分 $X(w)$ 에 關하여

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} X(w) e^{iwt} dw \quad (3.1)$$

또 逆으로

$$X(w) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-iwt} dw \quad (3.2)$$

라고 쓸 수 있다.

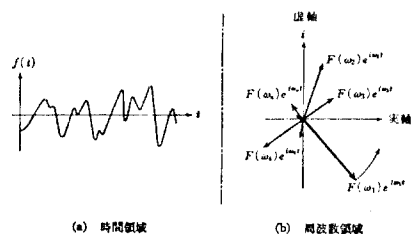
한편 自己相關函數 $C(\tau)$ 는 式(2.4)의 定義에 依해

$$C(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) x(t+\tau) dt$$

라고 쓰여진다. 上式에 式(3.2)를 代入하고 다음에 積分順序를 變更하면

$$\begin{aligned} C(\tau) &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) \left[\int_{-\infty}^{\infty} X(w) e^{i(wt+\tau)} dw \right] dt \\ &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\infty}^{\infty} X(w) e^{i\tau w} \left[\int_{-T/2}^{T/2} x(t) e^{iwt} dt \right] dw \end{aligned}$$

여기서 $x(t)$ 가 $(-T/2, T/2)$ 以外에서 0인 것을 考慮하면 上式右邊의 $(-T/2, T/2)$ 間의 積分은 $(-\infty, \infty)$ 로 置換해진다. 그리고 式(3.2)의 共軛關係를 쓰면



(a) 時間領域

(b) 周波數領域

Fig. 3.1 Random 變動

$$C(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \left[\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{2\pi X(w)X^*(w)}{T} \right] e^{i w \tau} dw \quad (3.3)$$

를 얻는다. 上式에서 $\tau = 0$ 이라고 하면 $C(0) = \overline{x^2}$ 이므로

$$\overline{x^2} = \int_{-\infty}^{\infty} \left[\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{2\pi X(w)X^*(w)}{T} \right] dw \quad (3.4)$$

가 된다. 1.4에서 說明한 스펙트럼의 定義式(1.35)

$$\overline{x^2} = \int_{-\infty}^{\infty} S(w) dw \quad (3.5)$$

와 위의 式(3.4)를 比較하면 스펙트럼 $S(w)$ 와 $x(t)$ 의 複素 Fourier 成分 $X(w)$ 와의 關係를 새로히 다음과 같이 誘導할 수가 있다.

$$S(w) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{2\pi X(w)X^*(w)}{T} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{2\pi |X(w)|^2}{T} \quad (3.6)$$

自己相関函數를 ensemble 平均

$C(\tau) = E[x(t)x(t+\tau)]$ 에 依해 定義하면 Power Spectrum은

$$S(w) = \lim_{T \rightarrow \infty} \left\langle \frac{2\pi X(w)X^*(w)}{T} \right\rangle \quad (3.7)$$

여기서 $\langle \rangle$ 는 ensemble 平均을 表示한다.

$x(t)$ 의 Fourier 成分 $X(w)$ 는 複素數인데 power spectrum $S(w)$ 는 式(3.6)으로부터도 明白한것 처럼 實의 偶函數이다.

또한 反轉公式과의 對稱性을 維持하기 爲해 Fourier 變換의 定義를

$$x(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \alpha(w) e^{i w t} dw$$

$$\alpha(w) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-i w t} dt$$

로 할때도 있다. 이 경우에는 스펙트럼 $S(w)$ 는 다음과 같이 된다.

$$S(w) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{\alpha(w)\alpha^*(w)}{T} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{|\alpha(w)|^2}{T}$$

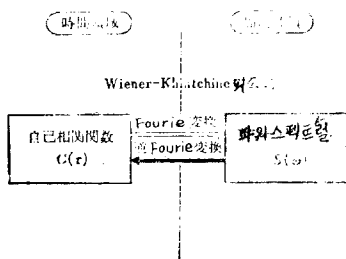


Fig. 3.2 Wiener-Khinchine의 공식

3.2 Wiener-Khinchine의 공식

式(3.3), (3.6)으로부터 自己相関函數 $C(\tau)$ 는 power spectral density $S(\omega)$ 의 Fourier 變換이라는 것이 誘導된다.

$$C(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega) e^{i \omega \tau} d\omega \quad (3.8)$$

또 위의 關係의 逆 Fourier 變換式((3.1), (3.2)의 關係)로부터 power spectral density는 相関函數의 Fourier 變換임이 誘導된다.

$$S(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} C(\tau) e^{-i \omega \tau} d\tau \quad (3.9)$$

式(3.8), (3.9)에 表示된 것과 같이 相関函數와 파워 스펙트럼은 서로 Fourier 變換의 關係에 있고, 한편을 알면 다른편도 求해진다. 이 關係를 Wiener-Khinchine의 公式이라고 말한다. 實際로 파워 스펙트럼을 求하려면 式(3.6)~(3.9)의 關係가 가끔 쓰여진다.

또한 Wiener-Khinchine의 公式과 스펙트럼의 意味는 다음과 같이 誘導할 수도 있다. 우선 自己相関函數를 다음과 같이 定義한다.

$$C(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) \cdot x(t+\tau) dt \quad (3.10)$$

그런데 Fourier의 積分定理은 任意的 函數 $\varphi(t)$ 가

$$\varphi(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{i w t} \left[\int_{-\infty}^{\infty} \varphi(\sigma) e^{-i w \sigma} d\sigma \right] d\omega$$

라고 表示할 수 있는 것을 보이고 있다. 上式은 既述한것 처럼 Fourier 級數의 極限操作에 依해 誘導되었다. 그런데 $\varphi(t)$ 를 $C(\tau)$ 라고 看做하면 上式을 다음과 같이 두개의 式으로 나누어서 表示할 수가 있다. 即 一組의 Fourier 變換의 關係式인 것이다.

$$C(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega) e^{i \omega \tau} d\omega \quad (3.11a)$$

$$S(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} C(\tau) e^{-i \omega \tau} d\tau \quad (3.11b)$$

式(3.10) 및 式(3.11a)에 있어서 $\tau = 0$ 라 하면

$$C(0) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\infty}^{\infty} x^2(t) dt = \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega) d\omega \quad (3.12)$$

가 된다. 따라서 여기서 式(3.11b)에 依해 새로히 定義된 函數 $S(\omega)$ 는 random 變動的 平均 파워 x^2 로의 各 周波數成分부터의 寄與率을 意味하고 있는 것이 明確해진다. 그러므로 $S(\omega)$ 는 파워 스펙트럼 密度函數(power spectral density function)라고 불리운다.

3.3 파워스펙트럼의 定義法

지금까지는 파워 스펙트럼 $S(\omega)$ 를 角周波數 ω 에 關하여 $(-\infty, \infty)$ 의 範圍에서 定義하였다. 그러나 實際로 스펙트럼을 求하는 것을 생각하면 定義域을 ω 의

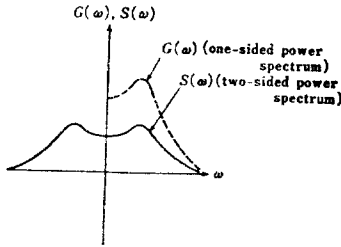


Fig. 3.3 스펙트럼과 그의 定義周波數域

(0, ∞)에 限定된 편이 自然스럽다. 이와같이 定義域을 ω의 正의 範圍에만 限定된 경우의 스펙트럼을 G(ω)라고 記號를 붙인다. G(ω)를 (0, ∞)로 積分하면(變動量을 x(t)로 하여)

$$x^2 = \int_0^\infty G(\omega) d\omega \quad (3.13)$$

가 되어야 하므로 G(ω)와 S(ω)의 關係는

$$G(\omega) = 2S(\omega) \quad (3.14)$$

이다(Fig. 3.3). S(ω)는 ω의 正과 負의 領域에서 定義되어 있으므로 two-sided spectrum이라고 불리운다. 이것에 對하여 G(ω)는 one-sided spectrum이라고 불리운다. 이때 式(3.8), (3.9)의 關係는 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} C(\tau) &= \int_0^\infty G(\omega) e^{i\omega\tau} d\omega \\ G(\omega) &= \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^\infty C(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau \end{aligned} \quad (3.15)$$

한편 角周波數 ω (radian/unit time)은 數學的取扱上에는 便利하지만 實際利用上으로는 周波數 f (Hz 또는 cycle/unit time)에 關해서 스펙트럼表示를 하는 편이 便利하다. 여기서는 이 定義에 따르는 two-sided spectrum을 P(f)로 하고, one-sided spectrum을 E(f)라고 記號를 붙인다. 이때 Wiener-Khintchine의 公式는 다음과 같이 表示된다.

[Two-sided spectrum과 自己相關函數]

$$\begin{aligned} C(\tau) &= \int_{-\infty}^\infty P(f) e^{i2\pi f\tau} df \\ &= 2 \int_0^\infty P(f) \cos 2\pi f\tau df \\ P(f) &= \int_{-\infty}^\infty C(\tau) e^{-i2\pi f\tau} d\tau \\ &= 2 \int_0^\infty C(\tau) \cos 2\pi f\tau d\tau \\ \bar{u}^2 &= \int_{-\infty}^\infty P(f) df = 2 \int_0^\infty P(f) df \end{aligned} \quad (3.16)$$

表 3.1 定義法記号

記号	角周波數 ω		周波數 f	
	one-sided spectrum	two-sided spectrum	one-sided spectrum	two-sided spectrum
記号	G(ω)	S(ω)	G(f)	P(f)
定義域	(0, ∞)	(-∞, ∞)	(0, ∞)	(-∞, ∞)
(0, ∞)積分値	\bar{x}^2	$\bar{x}^2/2$	\bar{x}^2	$\bar{x}^2/2$

또 power-spectrum P(f)는 x(t)의 複素 Fourier 成分 F(f)에 依해 다음과 같이 定義된다.

$$\begin{aligned} P(f) &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{\langle F(f) F^*(f) \rangle}{T} \\ F(f) &= \int_{-\infty}^\infty x(t) e^{-i2\pi ft} dt \end{aligned} \quad (3.17)$$

[One-sided Spectrum과 自己相關函數]

$$\begin{aligned} C(\tau) &= R \left[\int_0^\infty E(f) e^{i2\pi f\tau} df \right] \\ &= \int_0^\infty E(f) \cos 2\pi f\tau df \\ E(f) &= 4 \int_0^\infty C(\tau) \cos 2\pi f\tau d\tau \\ \bar{u}^2 &= \int_0^\infty E(f) df \\ E(f) &= 2P(f) \end{aligned} \quad (3.18)$$

이와 같이 定義域이든가 周波數의 表示法에 依해 스펙트럼의 定義에 몇個의 形式이 있으므로 公式이든가 스펙트럼의 計算式을 利用할 때에는 어느 定義에 依한 것인가를 確實히 해 둘 必要가 있다. 특히 스펙트럼의 (0, ∞)域에서의 積分値가 \bar{x}^2 (one-sided Spectrum) 인가 $\bar{x}^2/2$ (two-Sided Spectrum)인가를 가끔 混同하쉬운 일이다. 여기서는 스펙트럼記號를 다음表 3.1의 約束에 따라 統一한다.

3.4 Random 現象의 파워 스펙트럼의 例

例 1. 一次 Markov 過程의 스펙트럼 前章의 例 3에서 誘導한 것과 같이 一次의 Markov 過程에 依해 모델化된 random變動

$$r(t + \Delta t) = \rho r(t) + n(t) \quad (3.19)$$

의 自己相關函數는

$$C(\tau) = C(0) e^{-\alpha|\tau|} \quad (3.20)$$

(여기서 $\alpha = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} (1 - \rho) / \Delta t$)이다. 이것에 對應하는 파워스펙트럼은 式(3.9)의 Wiener-Khintchine 公式에 依하여

$$\begin{aligned} S(\omega) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^\infty C(0) e^{-\alpha|\tau|} e^{-i\omega\tau} d\tau \\ &\text{여기서 } e^{-\alpha|\tau|} \text{가 偶函數임을 考慮하면} \\ &= \frac{C(0)}{\pi} \int_0^\infty e^{-\alpha\tau} \cos \omega\tau d\tau \\ &= \frac{C(0)}{\pi} \frac{\alpha}{\alpha^2 + \omega^2} \end{aligned} \quad (3.21)$$

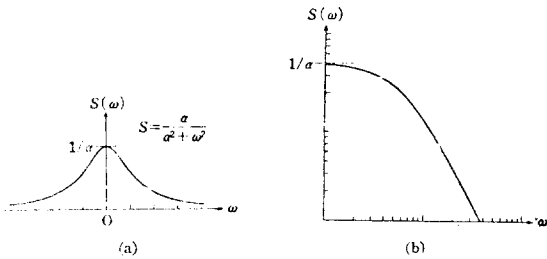


Fig. 3.4 1次 Mar Kov 過程式 (3.19) 로 表示되는 不規則 變動의 스펙트럼, 自己相關은 Fig. 2.3(c)

가 된다. (Fig. 3.4. (a),(b))

例 2. 風波의 스펙트럼

風波는 어떤卓越周波數의 波와 그周圍의 여러가지 周波數의 波의 積쳐合成 되었음을 前章에서는 自己 相關函數에 依해 表示했지만 이것은 周波數領域에서의 파워·스펙트럼表示에 依해 一層 明確히 된다. Fig. 3.5 는 風波스펙트럼의 兩對數表示로서 卓越周波數는 $f = 2.45 \text{ Hz}$ 이다. 또한 風波스펙트럼의 高周波數側에는 파워·스펙트럼이 周波數의 -5 乘으로 遞減하는 領域(平衡領域)이 있다

$$S(\omega) = \alpha \omega^{-5} \quad (3.22)$$

이 -5 乘 스펙트럼은 Phillips (1957)에 依해 次元의 考察에 依處하여 理論的으로 予測되었을

例 3. 파워·스펙트럼은 (電氣的 或은 機械的) analog filter에 依해 直接測定 할 수 있다. Fig. 3.6은 江의 流建變動의 自己相關函數과 Fourier 變換에 依해 求해 산 파워·스펙트럼과 直接의 觀測 結果와 比較한 結果로서 兩者는 잘 一致하고 있다. 이 結果를 Wiener-Khinchine의 公式를 實驗的으로 檢證 할 수 있었다

例 4. 砂灘·河床波의 스펙트럼

河床의 波가 水底에 波長이 短은 砂灘(ripple)의 波와 波長이 長인 dune, bar, 砂洲, 砂堆와 같은 波長이 長인 波의 發生한다.

이들 ripple, dune, bar의 發生 條件은 水底에 波長이 短은 波의 發生과의 力學機構의 不同에 依해 波의 發生·發達에 同種의 力學機構에 依한 現象이라고 생각되어 있다 (Kinsedy (1963), Reynolds (1965), 林 (1970)). 또한 河床波에 對해서는 水流의 터짐을 主因으로 생각하여 研究者도 있고 또 波에 依한 波長이 短은 ripple은 流

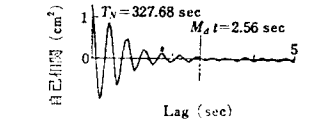
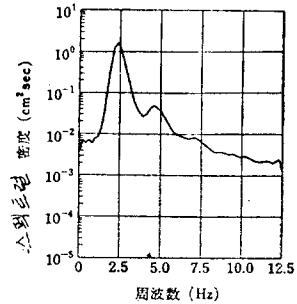


Fig. 3.5 波의 스펙트럼과 自己相關函數 (光易, 田才, 方石外 1975)

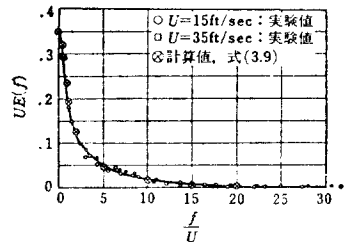


Fig. 3.6 Analog 的으로 求한 스펙트럼과 Wiener-Khinchine의 關係를 用 自己相關函數로 求한 計算한 스펙트럼과 比較

力이 不足인다는 原因에 突起로부터 左右交互로 刺雜한 波의 發生으로 생각되어 있다.

場所의 (波數) 스펙트럼 砂灘과 砂洲·砂堆의 發生이 무엇이던간에 波長이 短은 領域에서는 砂粒子에 作用하는 重力과 砂粒子間的 内部摩擦力의 均衡, 所謂 "平衡領域"이 存在한다. 砂灘波의 場所의 變形에 對하여는 波數領域의 스펙트럼 $S_w(k)$ 을 支配하는 因子는 砂粒子的 速度 U 와 波數 k 이고 次元의 考察로부터 " -3 乘"法則이 誘導된다 (田野, JFM 1968).

여기서 α (ω)는 砂粒子的 安息角에 關係하는 比例常數에서 기의 一定 (two-sided spectrum인 경우 $\alpha(\omega) = 1.8 \times 10^{-4}$), d : 砂粒子的 徑, k_0 : 平衡領域의 上限波數, Fig. 3.7 (a)는 여리가지의 實驗結果와 " -3 乘"法則과의 比較로서 넓은 波數範圍에 對하여 平衡領域이 存在하고 있다.

表 3-2 信号와 自己相關函数 및 스펙트럼

번호	信号	自己相關
1	直線成分	
2	白色雜音	
3	$x(t+1) = ax(t) + n(t)$ N: 平均 = 0 雜音	
4	正弦波	
5	正弦波 + N(0,1)σ	
6	Poisson 分布의 時間은 Random Step 函数 (高: 平均 生成 函数)	
7	依序 通過 各 點 的 時間 白色 雜音	
8	平均 通過 時間 的 變遷 白色 雜音	

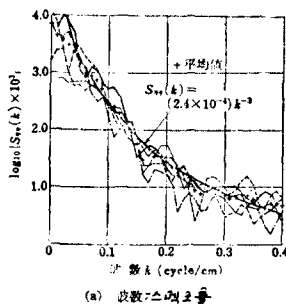
(10 > 20)

時間的(周波數) 스펙트럼 河床波는 흐름의 作用에 依해 時間과 함께 移動한다. 一點에서 觀測되는 砂床變化의 스펙트럼 $P_{\eta\eta}(f)$ 의 平衡領域의 支配因子는 前斷應力 τ_0 或은 摩擦速度 $U_* = \sqrt{\tau_0/\rho}$ 와 周波數 f 이고 波數 스펙트럼인 경우와 같은 次元의 考察에 依해 다음과 關係가 誘導된다.(日野, 1968).

$$P_{\eta\eta}(f) = \begin{cases} \frac{1}{2} \alpha(\phi) \sigma f^{-2} & (f_0 < f < f_1) \\ f_n(\phi) U_*^2 f^{-3} & (f_1 < f < f_\infty) \end{cases}$$

여기서 $f_n(\phi)$: ϕ 의 어떤函数, $\phi = U_*^2 / \{ (f_s/f_0) - 1 \} g d$, f_0 : 물의 密度, f_s : 砂粒子의 密度, r : 砂漣에 關한 比例常數, Fig. 3.7(b)에 上記의 關係와 實測과의 比較를 表示한다.

例 5. 道路의 凹凸의 스펙트럼
鋪裝되어 있지않은 道路에서는 사람이든가 車 或은 바람等으로 土粒子든가 砂礫이 移動하고 凹凸이 形成



函数	自變數 τ 及 自變數 f 의 關係 (two-sided)
$C(\tau) = a^2$	
$C(\tau) = R\delta(\tau)$	
$C(\tau) = e^{-\alpha \tau }$	
$C(\tau) = \frac{a^2}{2} \cos 2\pi f \tau$	
$C(\tau) = \frac{a^2}{2} e^{-\alpha \tau } \cos 2\pi f \tau$	
$C(\tau) = \begin{cases} \alpha(1- \tau) & (\tau \le 1) \\ 0 & (\tau > 1) \end{cases}$	
$C(\tau) = 2aB \left(\frac{\sin 2\pi B \tau}{2\pi B \tau} \right) \cos 2\pi f \tau$	
$C(\tau) = 2aB \left(\frac{\sin \pi B \tau}{\pi B \tau} \right) \cos 2\pi f \tau$	

된다. 이경우는 砂漣의 경우와는 달라서 特別 顯著한 卓越波長이 안보이지만 短波長成分에 對해서는 路面의 凹凸를 支配하는 因子는 砂粒子의 安息角과 波數 k 라고 생각된다. 따라서 砂漣의 스펙트럼과 마찬가지로 未鋪裝道路의 凹凸의 스펙트럼도 “-3 乘”法測에 따를 것이다.

Fig. 3.8은 自動車 스프링 밑의 振動 스펙트럼 $S_A(f)$ 와 自動車의 周波數 応答函数 $H(f)$ 로 부터

$$S_A(f) = |H(f)|^2 S(f)$$

의 關係를 써서 逆算推定한 路面의 凹凸 스펙트럼 이고 “-3 乘”法測에 따르고 있다.

例 6. 地震波(震源으로부터 나오는 波動의 스펙트럼)

地震은 地球内部의 應力場에 있어 岩石層에서의 破壞現象이고, 物理學에 있어 靛位의 理論을 基礎로 하여 斷層의 動力學이 展開되어 있다. Fig. 3.9는 簡單한 斷層 모델로부터 나오는 地震波를 計算하고 橫波 S波(縱

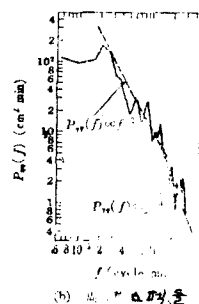


Fig. 3.7 砂漣의 스펙트럼

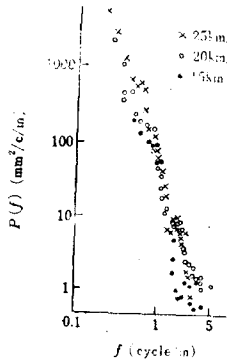


Fig. 3.8 스프링下振動으로 부터 推定한 井舖 裝路의 凹凸 스펙 트럴(兼重一郎)

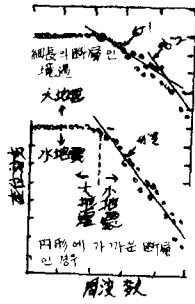


Fig. 3.9 (太田裕, 1976)

波 P 波에 대해서도 마찬가지로의 變位 스펙트럴을 表示한 것이다. 震源 스펙트럴 $O(\omega)$ 는 低周波側에서 스펙트럴이 平坦하고 어떤 周波數를 境界로 하여 ω^{-1} 및 ω^{-2} 에 比例하여 減少하고 있다. 平坦部의 스펙트럴레벨은 地震의 크기 M로서 거이 決定된다.

도 境界가 되는 周波數는 M과 누침이 일어나는 方法의 時間函數와에서 거이 決定해진다. 또한 이 스펙트럴 強度를 ω^2 倍하면 加速度의 震源 스펙트럴을 알 수가 있다.

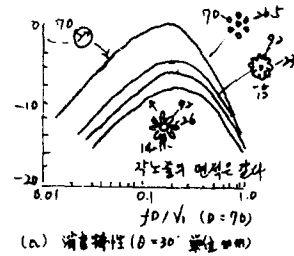


Fig. 3.10 (小竹進・岡崎卓郎(1964))

例 7. Jet Engine 의 騒音

Jet 騒音を 없애려면 jet nozzle 을 圓筒狀 或은 菊花狀으로 分割하고 jet 流의 干涉을 利用해서 混合域으로 부터의 騒音を 消去하는 方法이 有效하다. 圓筒이든 花瓣形의 消音效果를 스펙트럴에 依해 表示한 것이 Fig. 3.10 이다.